

د . فاروق كامل تقلا

مدرس في جامعة قسنطينة

مقدمة  
في

الضوء والأمواج الكهرطيسية



ديوان المطبوعات الجامعية  
الجزائر

مقدمة

يتضمن هذا الكتاب موضوعات في الضوء والامواج الكهرطيسية .  
ومع أن الضوء بمفهومه الدارج ، يعني الضوء المرئي الذي يشغل  
مجالات ضيقة من طيف الامواج الكهرطيسية العريض ، فإن ايراد كلمة  
ضوء في عنوان هذا الكتاب ، يعني تأكيداً على هذا المجال الطيفي  
بالذات ، لكثرة التعامل معه في حياتنا العادية . بالاضافة الى  
معالجة بعض الظواهر الفيزيائية والمنظومات البصرية استناداً الى  
مفهوم الضوء الهندسي ، حيثما أمكن ذلك ، دون ارتكاب خطأ كبيراً  
في تلك المعالجة .

لقد قسمت هذا الكتاب الى ثمانية فصول : يحوي الفصل الأول على دراسة لتداخل الامواج الضوئية ، مع ايراد الكيفية التي تمكّن من تحقيق هذه الظاهرة تجريبيا . بالاضافة الى عرض لبعض الأجهزة الفيزيائية التي تستخدم في حياتنا العملية لاستثمار هذه الظاهرة . ويتضمن الفصل الثاني دراسة بعض الظواهر الانعراجية بنفس ترتيب الفصل الاول . وقد عمدت في بعض المواقع الى الدراسة الكيميائية الرياضية ، بينما اكتفيت في مواقع اخرى بتفسير كيفي مع التأكيد على المغزى الفيزيائي .

يحتوي الفصل الثالث على عرض سريع لقوانين الضوء الهندسي ، مع دراسة لعدد من المنظومات البصرية التي تصادفها في حياتنا العملية .

وأعطيت في الفصل الرابع عرضاً للمفاهيم الفوتومترية التي طالما أغفلت في الكتب باللغة العربية ، مما أدى الى الخلط في كثير من الأحيان بين هذه المفاهيم .

أما الفصل الخامس فقد ضمنته عرضاً كيفياً أكثر منه كمياً لبعض ظواهر استقطاب الضوء ، ذلك لأن الدراسة الكمية لهذه الظاهرة الهامة تتطلب تقديماً رياضياً لمفهوم الحقل الكهرومغناطيسي والأمواج الكهرومغناطيسية وتفاعلاتها المتبادلة مع الأوساط المادية . وهذه الموضوعات تضمنتها الفصول الأخيرة (السادس والسابع والثامن).

وهكذا عدت لطرح ظاهرة الاستقطاب في الفصل الثامن ، الذي حوى  
أيضا دراسة لبعض ظواهر الضوء اللاخطي .  
إن القسط الأكبر من الجهد الذي بذلته في اعداد هذا الكتاب ،  
إنصب على اختيار التمارين والتطبيقات المناسبة للمواضيع النظرية  
المطروحة . فقد ورد في نهاية كل فصل عدد من التمارين المحلولة  
تكمل وتوضح ماتضمنه ذلك الفصل .  
لقد أعد هذا الكتاب بما يتناسب مع مستوى طلبة السنة  
الجامعية الثانية لمعاهد الفيزياء والمدارس العليا للأساتذة ، وهكذا  
لا بد للدارس فيه من أن يكون ملماً بالقوانين الأساسية للكهرباء  
والمغناطيسية .  
أخيرا أتوجه بشكري لكل من ساهم في إعداد هذا الكتاب ،  
وأخص بالذكر طلبة معهد الفيزياء في جامعة قسنطينة لمشاركتهم  
في حل التمارين . وإن لا أدعي الكمال في عملي هذا ، أرجو جميع  
الدارسين والزملاء إبداء ملاحظاتهم المفيدة حيثما أمكن ذلك  
لكي أتمكن منها مستقبلا . والله ولي التوفيق .

د . فاروق كامل تقلا

قسنطينة : 20 - 05 - 1988

## الفصل الأول

### البيداخل

#### 1 - القوانين الأساسية للحوادث الموجية .

سوف ندعو أية حادثة اهتزازية منتشرة في الفضاء "موجة" . وتتضمن العبارة التحليلية للموجة الاحداثيات المكانية والزمن وهكذا فإن الموجة حادثة زمكانية ( زمانية - مكانية ) ، لذلك لا يمكن تمثيل الموجة على شكل منحنى ثلاثي البعد . ونمثل عادة تابعة المقدار المهتز - بيانيا - للاحداثيات ، مفترضين أن الزمن ثابت ، وكأننا نسجل صورة لحظية للحادثة الموجية . أو نمثل التابعة للزمن ، مفترضين أن دراسة الحادثة تتم في نقطة ثابتة من الفضاء . ويسمح لنا تعريف الموجة كحادثة دورية في الفضاء والزمن ، الاستنتاج بأن تابعة المقدار للاحداثي  $x$  والزمن  $t$  ، يجب أن تتميز بأن هذين المتحولين يشكلان التركيب :

$$t - \frac{x}{c} \quad (1-1)$$

حيث  $c$  ، سرعة انتشار الاضطراب الموجي وفق المحور  $x$  . وتستنبط صحة هذا التأكيد من أن قيمة المقدار المهتز في الحادثة الموجية في نقطة الملاحظة  $x$  يجب أن تساوي قيمة هذا المقدار في نقطة تبعد عن  $x$  بزمن الانتشار أي  $\frac{x}{c}$  .

بعبارة أخرى ، إن قيمة المقدار المهتز في النقطة  $x$  تساوي قيمته في مبدأ الاحداثيات ( أو أية نقطة مفروضة أخرى ) في اللحظة الزمنية التي تسبق لحظة التحديد بالزمن  $\frac{x}{c}$  ، أي أن قيمة المقدار المدروس في النقطة  $x$  تساوي تلك القيمة التي ملکہا المقدار في النقطة  $x=0$  قبل زمن قدره  $\frac{x}{c}$  .

إذا عرقت الموجة بالزمن واحداشي وحيد ( أو أي اتجاه اختياري ثابت ) فإن هذه الموجة تدعى بالموجة المستوية ، لأن المقدار المهتز في لحظة زمنية معطاة يملك نفس القيمة في مستوي لانهائي معامد لاتجاه الانتشار . وهذا يدل بشكل قاطع على عدم وجود موجة مستوية في الطبيعة ، ذلك لأن الموجة التي تشغل جبهة مستوية لامتناهية في الكبر يجب أن تحمل طاقة لانهاية . غير أن هذا لا يمنع من استعمال الحلول على شكل موجة مستوية ، لأنها تمثل بشكل جيد الظواهر الموجية



في منطقة بعيدة عن المصادر ، إضافة إلى أن الكثير من الحوادث الموجية الحقيقية الناشئة عن منابع نقطية أو ممطوطة ( جبهاتها الموجية كروية أو اسطوانية ) يمكن تمثيلها على شكل تركيب لعدد لانهائي من الامواج المستوية ( على شكل تكامل للامواج المستوية ) . ويكون حل معادلات ماكسويل على شكل مجموع امواج مستوية صحيحا ، إذا كان ذلك الحل تابعا واصفا للموجة المستوية . وهذا ينتج عن خطية معادلات ماكسويل ، فمن اجل المعادلات الخطية يعتبر مجموع الحلول حلا أيضا .

من المعلوم ، أن اختصار  $\vec{E}$  أو  $\vec{H}$  من معادلات ماكسويل يقود الى

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0 \quad (1-2)$$

حيث  $f$  مركبة الحقل  $\vec{E}$  أو  $\vec{H}$  ، و  $v$  سرعة انتشار الموجة . إذا قمنا بأخذ المركبة  $x$  ، على سبيل المثال ، للشعاع  $\vec{E}$  من الموجة المنتشرة وفق المحور  $z$  ، فإن المعادلة الموجية الموافقة تأخذ في الجملة الدولية الشكل :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0 \quad (1-3)$$

ومنه نستنتج أن سرعة الامواج الكهرومغناطيسية تساوي سرعة الضوء . فنحصل من اجل الخلاء مثلا على

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad (1-4)$$

وأصبحت هذه النتيجة اساس النظرية الكهرومغناطيسية للضوء :

تعتبر الامواج الضوئية أمواجا كهرومغناطيسية كما هو الحال في الامواج الراديوية ، غير أن اطوال هذه الامواج أقصر بكثير ، فهي محصورة في المجال  $\lambda_1$  الى  $\lambda_2$  :

الضوء البنفسجي  $\lambda_1 = 0,4 \text{ MKM}$  - الضوء الاحمر  $\lambda_2 = 0,8 \text{ MKM}$

توصف كثافة تدفق طاقة الموجة الكهرومغناطيسية - كما سنرى ذلك

لاحقا - بشعاع باونتغ

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} \vec{E} \wedge \vec{H} \quad (1-5)$$

وبما أن  $\vec{H} = \vec{n} \wedge \vec{E}$  و  $\vec{E} = \vec{H} \wedge \vec{n}$  حيث  $\vec{n}$  شعاع الواحدة في اتجاه

الانتشار ، فإن القيمتين المطلقتين للشعاع المغناطيسي والشعاع

$$|\vec{H}| = |\vec{E}| \quad (1-6)$$

الكهربائي متساويتان : وبالتالي تكون القيمة المطلقة لكثافة تدفق الطاقة للموجة الكهرومغناطيسية

متناسبة مع مربع السعة لشدة حقل الموجة :

$$|S| = \left| \frac{c}{4\pi} \vec{E} \wedge \vec{H} \right| = \left| \frac{c}{4\pi} \vec{E} \wedge (\vec{n} \wedge \vec{E}) \right| = \left| \frac{c}{4\pi} E^2 \vec{n} \right| \quad (1-7)$$

ويدعى مربع سعة شدة الحقل بشدة الموجة ويرمز لها عادة بـ I .  
تملك معادلة الموجة للحادثة الموجية المستوية البسيطة والمنتشرة

وفق المحور X الشكل :

$$S = a \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) \quad (1-8)$$

حيث يمثل S أي مقدار واصف لحادثة موجية (شدة الحقل ، الازاحة

الميكانيكية ، كثافة الغاز في الموجة الصوتية الخ ... ) .

سوف ندعو المقدار

$$I = a^2 \quad (1-9)$$

بشدة هذه الموجة .

— تركيب الأمواج . نطرح السؤال التالي : ماذا تساوي الشدة الحاصلة

عن جمع موجتين  $S_1$  و  $S_2$  ؟ يمكن التمييز هنا بين حالتين ممكنتين :

أولاً- أن يكون متحولاً التابعين  $S_1$  و  $S_2$  مختلفين بمقدار ثابت ، ثانياً-

أن يكون الفرق بين المتحولين ، والذي سندعوه بفرق الطور ، تابعاً

للزمن .

تدعى الأمواج في الحالة الأولى بالأمواج المترابطة وفي الحالة الثانية

بالغير مترابطة .

ندرس في البداية مجموع موجتين مترابطتين

$$S_1 = a \cos \left( \omega t - \frac{\omega}{v} x \right) = a \cos (\omega t - kx) \quad (1-10)$$

$$S_2 = a \cos \left( \omega t - \frac{\omega}{v} x + \varphi \right) = a \cos (\omega t - kx + \varphi)$$

$$S = S_1 + S_2 = a [\cos (\omega t - kx) + \cos (\omega t - kx + \varphi)] =$$

$$= 2a \cos \frac{\varphi}{2} \cos \left( \omega t - kx + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (1-11)$$

وهكذا يبدو أن سعة الموجة الحاصلة متعلقة بفرق الطور  $\varphi$  ،

وشدتها لاتساوي مجموع شدتي الموجتين المحصلتين ، وإنما

$$I = 4 a^2 \cos^2 \frac{\phi}{2} , \quad I \neq a^2 + a^2 \quad (1-12)$$

إذا تعرض فرق الطور بين موجتين مختلفتين بالطور فقط الى تغيير عشوائي ، فإن ذلك يعتبر مثالا شائعا لاختفاء الترابط . ونحصل في هذه الحالة على الشدة لمجموع مثل هاتين الموجتين بتوسيط العبارة : (1-12)

$$I = \overline{4 a^2 \cos^2 \frac{\phi}{2}} = 4 a^2 \cdot \frac{1}{2} = 2 a^2 \quad (1-13)$$

وهكذا تكون شدة الموجة الحاصلة ، في حالة الامواج غير المترابطة ، مساوية الى مجموع شدات الامواج المحضنة :

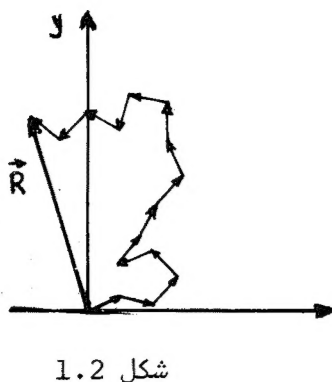
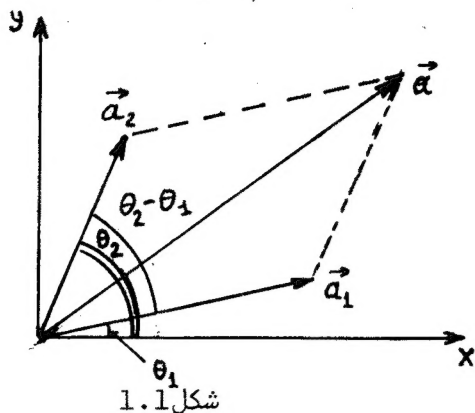
$$I = a^2 + a^2 \quad (1-14)$$

نستخدم في حالة جمع موجتين مختلفتين بالسعة والطور :

$$S_1 = a_1 \cos(\omega t - kx) = a_1 \cos \theta_1$$

$$S_2 = a_2 \cos(\omega t - kx + \phi) = a_2 \cos \theta_2 \quad (1-15)$$

التمثيل البياني للمقدارين  $S_1$  و  $S_2$  (الشكل 1.1) . ونحصل وفق قاعدة جمع شعاعين يحصران فيما بينهما الزاوية  $(\theta_2 - \theta_1)$  على :



$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \quad (1-16)$$

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos(\theta_2 - \theta_1) \quad (1-17)$$

إذا كانت الموجتان غير مترابطتين والقيمة التوسيطية لتجيب فرق

$$I = I_1 + I_2 \quad \text{الطور معدومة فإن :}$$

مثلا : في حالة مجموعة من الامواج عددها  $n$  متساوية في السعة

ومختلفة عشوائيا في الطور (الشكل 1.2)، نستطيع أن نكتب بعدد اسقاط كل من هذه الامواج على المحورين X و Y :

$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$R_x = a \cos \varphi_1 + a \cos \varphi_2 + a \cos \varphi_3 + \dots = \text{حيث}$$

$$= a \sum_{i=1}^n \cos \varphi_i \quad , \quad R_y = a \sum_{i=1}^n \sin \varphi_i$$

$$R_x^2 = a^2 \left( \sum_{i=1}^n \cos \varphi_i \right)^2 =$$

$$= a^2 \left[ \sum_{i=1}^n \cos^2 \varphi_i + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^n \cos \varphi_i \sum_{j=1}^n \cos \varphi_j \right] \quad \text{ومنه}$$

وتتراوح قيم  $\cos \varphi_i$  بين +1 و -1 في الحالة العشوائية ويكون حاصل مجموع الحد الثاني من الطرف الايمن معدوما . وهكذا يبقى لدينا

$$\sum_{i=1}^n \cos^2 \varphi_i = n \overline{\cos^2 \varphi}$$

$$n \overline{\cos^2 \varphi} = \frac{n}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi d\varphi = n \overline{\sin^2 \varphi} = \frac{n}{2} \quad \text{أي أن}$$

أخيرا فان الشدة الحاصلة تساوي مجموع الشدات المحصلة  $R^2 = n a^2$ . ويتعلق فرق الطور في بعض الحالات ، بفرق المسار الذي تسلكه

$$\text{الموجتان : } \theta_1 = \omega t - K x_1 \quad , \quad \theta_2 = \omega t - K x_2 + \varphi$$

$$\theta_2 - \theta_1 = K (x_1 - x_2) + \varphi \quad (1.18)$$

وتتغير في هذه الحالة الشدة ، وفقا للعلاقة (1.17)، بتابعية المقدار  $K(x_1 - x_2)$  بشكل دوري بين القيمتين  $I_{\max}$  و  $I_{\min}$ ، فمن أجل  $\varphi = 0$  يكون

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} \quad , \quad I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \quad (1.19)$$

في الحالة الخاصة أي من أجل  $I_1 = I_2$ ، تكون النهاية الصغرى للشدة الحاصلة معدومة ، والنهاية العظمى تساوي  $4I_1$ ، ويدعى الفضل  $x_1 - x_2$  بفرق المسير ويرمز له  $\Delta$ .

ونحصل على فرق الطور  $\theta_\Delta$  بضرب فرق المسير  $\Delta$  بالعدد الموجي K:

$$\theta_\Delta = K \Delta = \frac{\omega}{v} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \quad (1.20)$$

ويلاحظ أن شدة الموجة الحاصلة تكون عظمى اذا كان فرق الطور معدوما أو مساويا لعدد صحيح من  $2\pi$ . ونستطيع كتابة العلاقة التالية من

اجل فرق المسير :

$$\frac{2\pi}{\lambda} = m \cdot 2\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (1-21)$$

$$\Delta = m \lambda \quad (1-22) \quad \text{أو}$$

وبالتالي اذا كان فرق المسير بين موجتين مترابطتين محصلتين مساوياً عددا صحيحا من طول الموجة ، فإن شدة الموجة الحاصلة تكون عظمى . ويتضح أن الشدة تأخذ قيمة صغرى من اجل فرق في المسير قدره عددا صحيح من انصاف طول الموجة

$$\Delta = m \lambda / 2 \quad (1-23)$$

## 2 - تداخل الامواج المترابطة

عند انتشار الامواج المترابطة في الأوساط المختلفة ، يتعلق فرق الطور فيما بينها والذي يسببه فرق المسير بسرعة انتشار الامواج في تلك الأوساط . **وتدعى** نسبة سرعة الموجة في الخلاء الى سرعتها في الوسط المادي بقرينة الانكسار للوسط . لنرمز لسرعة الموجة (الضوء) في الخلاء بـ  $c$  ، وللسرعة في الوسط بـ  $v$  ، فتكون قرينة الانكسار  $n$  :

$$n = c/v \quad (2-1)$$

نوجد الآن تغير طور الموجة الذي يسببه عبورها في وسط ما بمسافة  $d$  ، حيث سرعة انتشارها في ذلك الوسط هي  $v$  .

وفقا للعلاقة (1-20) يكون تغير الطور  $\Delta \theta$  مساويا جداء العدد الموجي  $K$  بفرق المسير  $\Delta$  ، أي أنه في حالتنا

$$\Delta \theta = K \cdot d \quad (2-2)$$

لنوجد العدد الموجي :

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi\nu}{v} \quad (2-3)$$

نعوض عن  $v = \frac{c}{n}$  فنحصل على

$$K = \frac{2\pi\nu}{c} n \quad (2-4)$$

وبملاحظة أن  $\frac{c}{\nu_0}$  تمثل طول الموجة في الخلاء  $\lambda_0$  ، يكون :

$$K = \frac{2\pi}{\lambda_0} n \quad (2-5)$$

وبالتالي يعين فرق الطور بالعلاقة

$$\Delta \theta = \frac{2\pi}{\lambda_0} n d \quad (2-6)$$

هكذا نلاحظ دخول جداء فرق المسير في قرينة الانكسار بتعريف فرق الطور في مكان فرق المسير . ويدعى الجداء السابق بفرق المسير

الضوئي ، أطول المسار الضوئي . وبالتالي لكي نحسب فرق الطور عند انتشار الموجة في وسط قريبة انكساره  $n$  ، يجب أن نأخذ جداء العدد الموجي في طول المسار الضوئي . وإذا عبرت الموجة مجموعة من الأوساط المختلفة بقرائن انكسارها  $n_1, n_2, n_3, \dots$  فإن تغير طور هذه الموجة الذي يحدثه فرق المسير ، يكون مساويا لجداء العدد

الموجي في مجموع المسارات الضوئية :

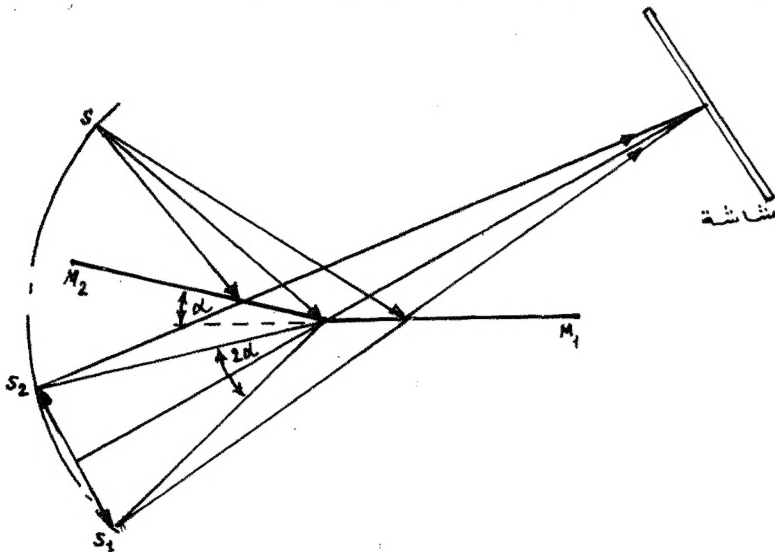
$$\Delta \theta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_1 d_1 + n_2 d_2 + \dots) \quad (2-7)$$

حيث  $d_1, d_2, d_3$  الخ .. هي الأطوال الهندسية للمسارات في الأوساط المختلفة .

وتسمح العلاقة الأخيرة بحساب الشدة الحاصلة لامواج مترابطة تنتشر من المصادر الى نقطة الملاحظة عبر عدد من الأوساط المختلفة بقرائن انكسارها . ولا يوجد في الطبيعة منابع مترابطة ، غير أنه في الامكان الحصول عليها صناعيا .

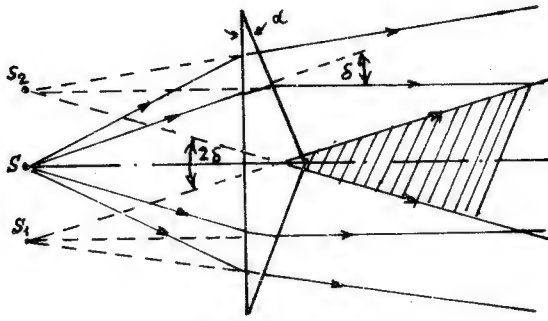
نعرض بعض الطرق التقليدية للحصول على المصادر المترابطة :

آ . مرآتا فرنل . اذا تموضعت مرآتان مستويتان تصنعان فيما بينهما زاوية قريبة من 180 درجة كما هو مبين على الشكل 1.3 ، فإن هاتين المرآتين تشكلان للمثبع  $S$  الموضوع أمامهما خياليين وهميين  $S_1$  و  $S_2$  ويدرك الملاحظ الموجود أمام المرآتين هذين الخياليين ، كباعثين



شكل 1.3

للامواج المترابطة منفصلين مكانيا . ويؤمن الترابط هنا ، كما هو الحال في كثير من الترتيبات الاخرى ، بكون الاشعة الحقيقية تتولد عن منبع وحيد . وبالتالي تكون الامواج التي تبدو كأنها صادرة عن خياليه  $S_1$  و  $S_2$  مختلفة بالطور فقط . ويحدث ، كما هو مبين على الرسم ، في المنطقة المخططة تداخل (تراكب) للامواج المنعكسة عن المرآتين ، غير أن مسار الاشعة يكون تماما كما لو أنها صدرت عن المنبعين  $S_1$  و  $S_2$  . ب. موشورا فرنل . يوزع في هذه الحالة ايضا منبع وحيد  $S$  صنعيا الى منبعين وهميين ، ولكن باستخدام موشورين (الشكل 1.4) . ويلاحظ



شكل 1.4

المراقب الموجود الى

اليمن من الموشورين

الضوء في المنطقة

المخططة على أنه

مجموع اشعة منبعين

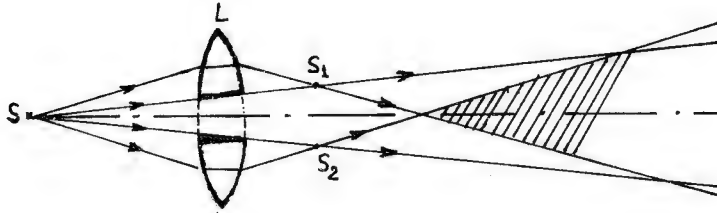
متراطين  $S_1$  و  $S_2$

(مع ملاحظة أن انحراف

الاشعة في حالة الموشير

الرقيقة تعطى بالعلاقة  $(\delta = \alpha(n-1))$  .

ج . عدسة بيه المشطورة . ان هذا الترتيب يماثل ترتيب موشورا



شكل 1.5

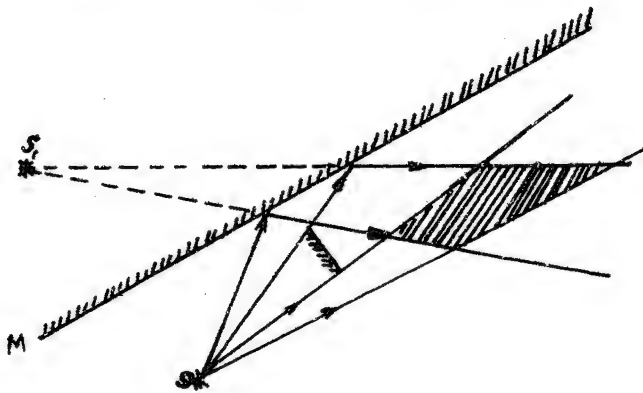
فرنل غير أنه يستعمل بدلا من الموشورين عدسة مقربة مشطوره (شكل 1.5)

د . مرآة لوي . إذا كان التداخل يحدث في الترتيبات التي وردت

سابقا بين الاشعة الصادرة عن خياليين وهميين أو حقيقيين ، فإن التداخل

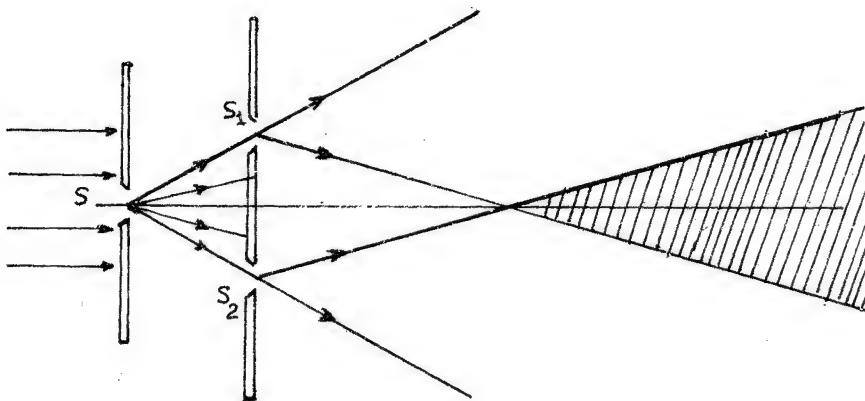
باستخدام مرآة لوي يحصل بين الاشعة الصادرة عن منبع حقيقي وخياله .

الوهمي . ونبغ هذا الهدف باستخدام مرآة مستوية تسقط عليها حزمة ضوئية بشكل مائل من المنبع  $S$  ( الشكل 1.6 ) . ويحدث تداخل أمواج



شكل 1.6

الضوء الصادرة عن المنبع  $S$  وعن خياله  $S'$  في المنطقة المخططة من الرسم هـ . شقا يونغ . يستخدم في هذه الطريقة شق ضيق  $S$  مضاء من اليسار بضوء ساطع ( الشكل 1.7 ) . ويسقط الضوء النافذ من الشق  $S$  على الشقين المتوازيين  $S_1$  و  $S_2$  واللذين يبعدان عن بعضهما بعدا صغيرا . وهكذا يصبح هذان الشقان منبعين للامواج المترابطة .



شكل 1.7

وتتعلق طريقة يونغ بطواهر ضوئية أكثر تعقيدا من التداخل بمفرده



حيث يرافق بالتواء الامواج الضوئية عند حدود الحواجز (الانعراج) .  
 وسوف ندرس الانعراج لاحقا . وتلقى طريقة يونغ استخداما واسعا في  
 الاعمال والبحوث التطبيقية المرتبطة باستغلال ظاهرة التداخل .  
 هكذا اذا أوجدنا بواسطة أية طريقة من الطرق السابقة منبعين  
 مفصولين مكانيا ومتراپطين ، فإن الحصول على لوحة تداخلية على سطح  
 مضاء بهذين المنبعين لايتطلب عناء كبيرا .  
 ندرس الان كيف تكون اضاءة شاشة مستوية  $\Sigma$  مضاءة بواسطة  
 المنبعين المتراپطين  $S_1$  و  $S_2$  الموجودين في مستوي يوازي الشاشة  
 ( الشكل 1.8 ) .

نأخذ نقطة اختيارية  $A$  على الشاشة ، تبعد عن مبدأ الحساب  
 ( النقطة  $O$  ) بالمسافة  $h$  . تمثل النقطة  $O$  نقطة تقاطع الناظم

المقام من منتصف

المستقيم الواصل

بين المنبعين

المتراپطين ، مع

الشاشة ، وهذا

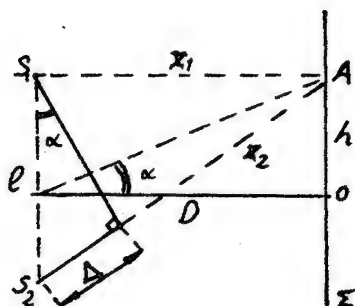
يعني أن الطول

$D$  يمثل البعد

بين مستوي الشاشة

ومستوي المنبعين

المتراپطين .



شكل 1.8

إذا كان  $p \ll D$  و  $h \ll D$  وهذا يتحقق غالبا في التطبيقات العملية

$$\frac{h}{D} \approx \frac{\Delta}{p} \quad (2-8) \quad \text{فإن}$$

ومن هنا ينتج أن فرق المسير  $\Delta$  الذي يحدث فرقا في الطور في النقطة

$A$  بين الامواج الواردة من  $S_1$  و  $S_2$  يعطى بالعلاقة

$$\Delta \approx \frac{p h}{D} \quad (2-9)$$

فإذا شكل فرق المسير فرقا في الطور مقداره عددا صحيحا من  $2\pi$  فإن  
 الامواج تصل الى  $A$  على التوافق في الطور وتقوي كل منها الاخرى ، أما  
 إذا كان فرق الطور عددا فرديا من  $\pi$  يحدث في هذه الحالة انطفاء  
 أو خبو في الامواج . لنكتب الآن شرط تشكل النهايات العظمى والصغرى

لشدة الاضاءة على الشاشة بتابعية فرق المسير  $\Delta$  . فمن اجل النهايات العظمى يجب أن يتحقق الشرط ( $m = 0, 1, 2, \dots$ )  $\Delta \theta = k \Delta = m \cdot 2\pi$

$$\Delta = m \lambda \quad \text{أو} \quad \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = m \cdot 2\pi \quad (2-10) \quad \text{أي}$$

وبشكل مشابه يكون شرط تشكل النهايات الصغرى هو :

$$\Delta = m \frac{\lambda}{2} \quad m = (1, 3, 5, 7, \dots) \quad (2-11)$$

ويمكن كتابة الشرطين (10) و (11) على الشكل:

$$\Delta = m \frac{\lambda}{2} \quad \text{if } m = 0, 2, 4, \dots \quad \text{نهاية عظمى (عدد زوجي)}$$

$$\Delta = m \frac{\lambda}{2} \quad \text{if } m = 1, 3, 5, \dots \quad \text{نهاية صغرى (عدد فردي)}$$

لكي نعين شدة الضوء في النقطة  $A$  ، نعوض في العلاقة (12-1)

قيمة فرق الطور التي حصلنا عليها في مسألتنا (العلاقة 9) ، فنجد

$$I = 4a^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} = 4a^2 \cos^2 \frac{\pi \ell h}{\lambda D} \quad (2-13)$$

أو

$$I = 4a^2 \left( 1 + \cos \frac{2\pi \ell h}{\lambda D} \right) \quad (2-14)$$

وتسمح العلاقتان الاخيرتان بايجاد توزيع الشدة على الشاشة . ويظهر

وجود التجيب في العلاقة (13) أو (14) ، أن الشدة تتغير وقال التغير

$h$  أي البعد عن مركز الشاشة ، بشكل دوري مارة بقيمة عظمى وصغرى

وبالتالي تتشكل اهداب التداخل .

لايجاد البعد الهدبي ، نحسب المسافة بين نهايتين عظيمتين

متجاورتين ، مستخدمين العلاقة (10) :

$$\Delta_1 = m \lambda \quad , \quad \Delta_2 = (m+1) \lambda$$

$$\frac{\ell h_1}{D} = m \lambda \quad , \quad \frac{\ell h_2}{D} = (m+1) \lambda$$

أو

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{D}{\ell} \lambda$$

ومنه نجد

$$(2-15)$$

وتكون العلاقة الاخيرة صحيحة من اجل  $D \gg \ell$  ، وذلك وفقا ل (8) .

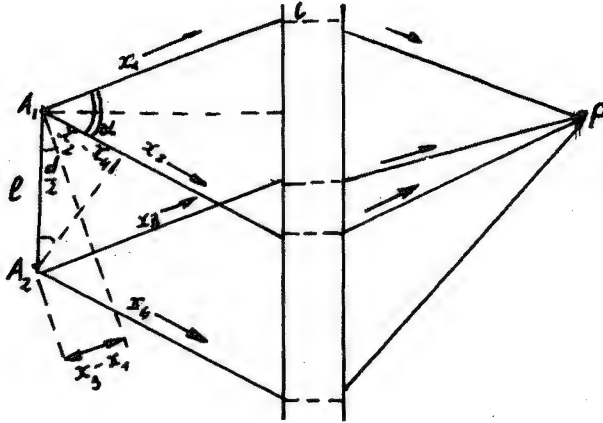
وتظهر هذه العلاقة أن البعد بين النهايات العظمى المتجاورة يكون

من مرتبة طول الموجة مضروبا بالنسبة  $D/\ell$  . وبالتالي لكي تكون

اهداب التداخل منفصلة ( واضحة ) يجب زيادة  $D$  أو  $\lambda$  (أو تصغير  $\ell$ ) .

إذا مثل  $S_1$  و  $S_2$  منبعين نقطيين فإن هيئة أهداب التداخل يمكن

تحديدها كالتالي : إن شرط تكوين محل هندسي ما للنقاط المالكة لفرق طور متساوي ، هو نفس الشرط للنقاط المالكة لفرق مسير متساوي ، أي لقيم متساوية للفرق  $x_2 - x_1$  . ويكون المحل الهندسي لمثل هذه النقاط في الفضاء ، بالتعريف ، هو سطح زائد دوراني محوره  $S_1 S_2$  ومحرقاه  $S_1$  و  $S_2$  . ويمثل مقطع السطح الزائد بمستوي الشاشة قطع زائد ، وبالتالي تكون اهداب التداخل على شكل قطوع زائدة . وينتج عن الشرط  $\delta \ll l$  في الواقع العملي أن اهداب التداخل في مركز الشاشة قريبة الى الخطوط المستقيمة . وتعتبر الحالة التي درسناها للتداخل حالة بسيطة . فاذا كانت الاشعة المتداخلة ناتجة عن منبعين منبسطين ، ومرت هذه الاشعة عبر جملة ضوئية لجمعها ، فإن المسألة تتعقد . لندرس في هذه الحالة الاخيرة الشرط الضروري لتشكل اللوحة التداخلية . لنفرض أن المنبع المنبسط خطي ، طوله  $l$  ( الشكل 1.9 ) . تنتشر عنه أشعة مترابطة ، تنفصل بعدئذ بمساعدة جملة ضوئية الى شعاعين يسلكان طريقين مختلفين . يجمع هذان الشعاعان في النقطة  $P$  . اذا



شكل 1.9

كان المنبع نقطيا ، فإن هذا يؤدي الى الحالة التي درسناها آنفا . أما اذا كان المنبع منبسطا ، فان ذلك يؤدي الى اختلاف في الطور بين الاشعة الصادرة عن ذات المنبع . لندرس بالضبط هذا الاختلاف الذي تسببه الابعاد المحددة للمنبع . نفرض أن الاشعة ترد من النقطة  $A_1$  على الجملة الضوئية بزاوية  $\alpha$  ، وبعدئذ تلتقي في النقطة  $P$  .

ويحدث نفس الشيء بالنسبة للاشعة الصادرة عن  $A_2$  . نقوم الان بحساب

فرق المسير من اجل النقطة  $A_1$  ، يكون :  $\Delta_1 = x_2 - x_1$

ومن اجل النقطة يكون :  $\Delta_2 = x_4 - x_3$

نتخذ كمقياس لكي لاتطفئ الامواج الصادرة والآتية من النقطة  $A_2$  الامواج  
الامواج الصادرة عن  $A_1$  ، المتراجحة التالية :

$$\Delta_1 - \Delta_2 < \frac{\lambda}{4} \quad (2-16)$$

عندئذ نجد  $\Delta_1 - \Delta_2 = (x_2 - x_4) + (x_3 - x_1)$

ويمكن أن نضع من اجل الحالات التطبيقية المساوتين التقريبيتين

$$x_3 - x_1 \approx l \sin \alpha/2 \quad \text{التاليتين :}$$

$$x_2 - x_4 \approx l \sin \alpha/2 \quad (2-17)$$

وبالتالي يكون  $\Delta_1 - \Delta_2 = 2 l \sin \alpha/2$

ويأخذ مقياس تشكّل اللوحة التداخلية (16) الشكل الآتي :

$$2l \sin \frac{\alpha}{2} < \frac{\lambda}{4} \quad (2-18)$$

أي كلما كانت الزاوية  $\alpha$  كبيرة كلما يجب أن تكون أبعاد المنبع صغيرة .  
وتدعى الزاوية  $\alpha$  بكوة التداخل ، وتحددها ابعاد الجملة الضوئية  
المستخدمة ، وبعدها عن المنبع . بعبارة أخرى كلما كبرت كوة التداخل  
كلما يجب أن تصغر ابعاد المنبع .

ندرس في النهاية حالة التداخل عندما يكون البعد بين المنبعين

المتراپطين اصغر من  $\frac{\lambda}{2}$  (الشكل 1.10) . يكون فرق المسار  $\Delta$  عندئذ

أصغر من  $\frac{\lambda}{2}$  ، حيث أن القيمة  
العظمى  $\Delta$  تساوي  $l$  .

إن شدة الضوء في أية نقطة

من اللوحة التداخلية  $P$  تحدد

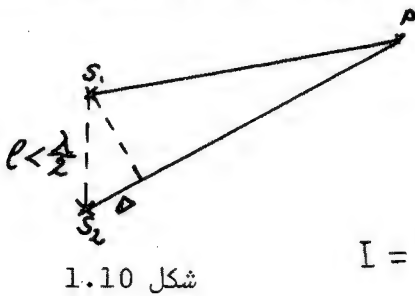
بالعلاقة

$$I = 4a^2 \cos^2 \frac{k\Delta}{2} \quad (2-19)$$

أو

$$I = 4a^2 \cos^2 \frac{\pi \Delta}{\lambda} \quad (2-20)$$

بما أن  $\Delta < \frac{\lambda}{2}$  يكون  $\frac{\pi \Delta}{\lambda} > 0$  أي أن الشدة  $I$  لايمكن أن تكون

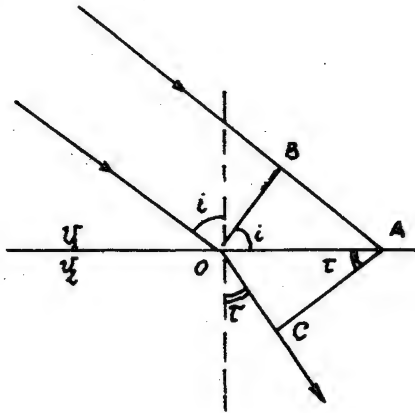


شكل 1.10

معدومة . ويمكن بلوغها قيمة عظمى  $4a^2$  . ويتهيأ لنا حدوث تناقض حيث أنها تملك من أجل مسافات  $\frac{\lambda}{2} > l$  قيمة صغرى معدومة ، وعند تقريب المنبعين تصبح النهايات الصغرى غير ومدومة ، دون أن تتغير الشدة في النهايات العظمى . وفي الحقيقة لا يوجد أي تناقض هنا ، ذلك لأن تقريب المنبعين الى المسافة  $\frac{\lambda}{2}$  يؤدي الى زيادة التأثير المتبادل فيما بينهما ، بحيث أن الطاقة الصادرة عنهما في هذه الحالة تختلف عن الطاقة الصادرة عنهما في الحالة الاولى ، أي قبل تقريبهما من بعض .

### 3 - التداخل في الصفائح والأسافين .

يحدث انكسار للاشعة الضوئية على الحدود الفاصلة بين الاوساط الشفافة المختلفة ، وذلك نتيجة لاختلاف سرعة انتشارها في تلك الاوساط . لندرس حالة موجة مستوية ترد على السطح المستوي الفاصل بين وسطين بزاوية ورود  $i$  ، أي الزاوية المحصورة بين اتجاه انتشار الموجة والناظم على سطح الفصل (الشكل 1.11) . نفرض أن سرعة الضوء في الوسط الاول  $v_1$  ، وفي الثاني  $v_2$  .



عندئذ يصل جزء الموجة المشار اليه بالحرف B الى السطح الفاصل متخلفا عن الجزء O بزمان مقداره  $t$  ، ويقطع المسافة  $v_1 t$  ، وخلال هذا الزمن يقطع الجزء O مسافة في الوسط الثاني مقدارها  $OC = v_2 t$  .

نجد من المثلثين القائمين DBA و OCA أن :

شكل 1.11

$$OA = \frac{BA}{\sin i} = \frac{v_1 t}{\sin i} \quad , \quad OA = \frac{OC}{\sin r} = \frac{v_2 t}{\sin r}$$

$$\frac{v_1}{\sin i} = \frac{v_2}{\sin r} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin i}{\sin r} \quad (3-1)$$

إذا كان الوسط الاول خلاء ، فإن سرعة الضوء فيه تساوي C ، ولتكن سرعته في الوسط المادي الثاني هي  $v$  ، عندئذ يكون :

$$\frac{c}{v} = \frac{\sin i}{\sin r} = n$$

حيث  $n$  قرينة انكسار الوسط المادي ، ومنه

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} \quad (3-1.a)$$

إذا انتشر الضوء في وسط معقد ، فإن قرينة الانكسار ( وبالتالي سرعة الانتشار ) تعتبر تابعا للاحداثيات ، ويمكن الحصول في هذه الحالة على مسار الشعاع استنادا الى مبدأ فيرما الذي ينص على أن الضوء يسلك مسارا بحيث يتطلب قطع هذا المسار زمنا اصغريا . وهذا المبدأ عبارة عن تعميم للمعطيات التجريبية ، ويستخدم كأساس لحل المسائل التطبيقية حول انتشار الضوء . نعبر عن هذا الحل تحليليا : يقطع الضوء خلال زمن  $dt$  مسافة  $dx$  ، وبالتالي اذا كانت سرعة الانتشار

$$dx = v(x) \cdot dt \quad \text{فإن } v(x) \text{ هي } v(x) \text{ أو}$$

$$dx = \frac{c}{n(x)} dt \quad \text{ومنه } dt = \frac{1}{c} n(x) \cdot dx$$

ويأخذ مبدأ فيرما الصياغة الرياضية التالية :

$$t = \frac{1}{c} \int_0^x n(x) \cdot dx = \min$$

وفي الحالة العامة ، تأخذ العبارة السابقة من اجل مسار اختياري

على طريق طوله  $L$  ، الشكل التالي :

$$t = \frac{1}{c} \int_0^L n(s) \cdot ds = \min$$

تسمح العلاقة (3-1.a) بتفسير تشكل لوحة تداخلية عند انعكاس

الضوء على صفيحة رقيقة ، قرينة انكسار مادتها  $n$  (الشكل 12 . 1) .

نفرض أن موجة مستوية ترد على مثل هذه الصفيحة بزاوية  $i$  . إن الشعاع 1 ينكسر في النقطة  $O$  ، ويبلغ الوجه السفلي للصفيحة وينعكس ليرد الى النقطة  $A$  ، حيث يتحد مع الشعاع 2 المنعكس عن نفس النقطة ، وبالتالي ينطلق من النقطة  $A$  شعاعان فرق المسير بينهما

$\Delta$  ، ويمكن حسابه اذا علمنا سماكة الصفيحة  $d$  :

$$\Delta = (\overline{OB} + \overline{BA})n - \overline{OA}$$

بما أن  $OB = BA = l$  فإننا نحصل من المثلث القائم  $OAB$  أو  $(BAC)$  ، على

$$l = OB = BA = \frac{d}{\cos r} \quad (3-2)$$

نعبر عن القطعة  $OA$  بدلالة مسقط  $l$  على السطح العلوي للصفيحة فنجد

$$OA = 2l \cos \left( \frac{\pi}{2} - r \right) = 2l \sin r \quad (3-3)$$

يمكن بالتالي إيجاد  $\Delta A$  بسهولة:

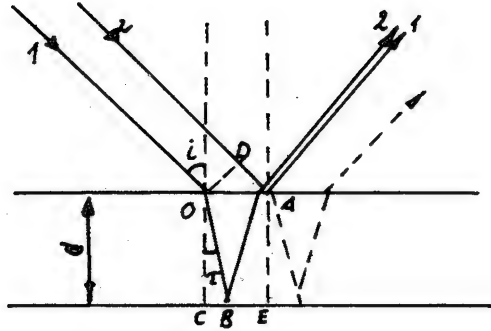
$$\Delta A = OA \cdot \sin i = 2\ell \sin \tau \sin i \quad (3-4)$$

ونحصل من تعريف قرينة الانكسار (1.4) على

$$\sin i = n \sin \tau \quad (3-5)$$

وبالتالي

$$\Delta A = 2\ell n \sin^2 \tau \quad (3-6)$$



شكل 1.12

مما تقدم نحصل على فرق المسير بين الشعاعين 1 و 2 :

$$\Delta = 2 \frac{d}{\cos \tau} n - 2\ell n \sin^2 \tau$$

$$\Delta = 2 \frac{d}{\cos \tau} n - 2 \frac{d}{\cos \tau} n \sin^2 \tau \quad (3-7)$$

$$\Delta = 2 \frac{d}{\cos \tau} n (1 - \sin^2 \tau) = 2dn \cos^2 \tau / \cos \tau$$

$$\Delta = 2 \cdot d \cdot n \cdot \cos \tau \quad (3-8)$$

نوجد شرط النهاية العظمى لمجموع الشعاعين 1 و 2 ، أي حالة مساواة فرق الطور لمضاعفات  $2\pi$ . ويجب في حالتنا هذه أن نأخذ بالحسبان أن الشعاع 2 المنعكس على السطح العلوي للصفحة يتغير طوره نتيجة لهذا الانعكاس بمقدار  $\pi$  (هذا ناتج عن الشروط الحدودية للشعاع  $\vec{E}$ ) ، وبالتالي يحدد التغير الكلي في الطور والمساوي الى مضاعفات  $2\pi$  بالمساواة :

$$2 \frac{2\pi}{\lambda} d \cdot n \cdot \cos \tau \mp \pi = m \cdot 2\pi \quad (3-9)$$

حيث  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

نختصر هذه المساواة على  $\pi$  ونعيد كتابتها بالشكل :

$$2d \cdot n \cos \tau - \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2} \quad (3-10)$$

$$2d \cdot n \cos \tau = (2m+1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{أو}$$

تظهر العلاقة الأخيرة أن النهايات العظمى للشدة تنشأ في الضوء المنعكس عن الصفيحة من أجل قيم محددة لـ  $\tau$  (وبالتالي من أجل قيم محددة لـ  $\lambda$ ). إذا وردت على الصفيحة حزمة ضوئية متباعدة ، فإن أهداباً للتداخل تتشكل في الضوء المنعكس عن الصفيحة (العلاقة 11) . وتسمى هذه الأهداب بأهداب الميل المتساوي . إذا كان الضوء في هذه الحالة غير وحيد اللون ، فإن شرط تشكل النهايات العظمى يمكن أن يتحقق من أجل بعض قيم  $\lambda$  ولا يتحقق من أجل القيم الأخرى . وتنشأ ما يسمى بأضواء الصفائح الرقيقة التي نشاهدها مثلاً على بقع الزيت وفقاعات الصابون .

يتبادر إلى ذهن السؤال التالي : لماذا ندعو الصفائح " رقيقة " ؟ إن سماكة الصفيحة  $d$  تدخل في العلاقة (11) كبارامتر (مواصف) ، وتيهياً لنا أنها لا تؤثر على إمكانية الحصول على أهداب التداخل . لكي نجيب على السؤال المطروح ، ندرس تشكل نهايتين عظيمتين متجاورتين لشدة الضوء المنعكس ، وذلك في حالة حزمة واردة متباعدة (أي اختلاف قيم  $\tau$ ) وضوء غير وحيد اللون (أي وجود طيف للأطوال الموجية  $\Delta\lambda$ ) . نكتب شرطي تشكل نهايتين عظيمتين من أجل الزاويتين  $\tau_1$  و  $\tau_2$  :

$$2d \cdot n \cos \tau_1 = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$$

$$2d \cdot n \cos \tau_2 = [2(m+1)+1] \frac{\lambda}{2} \quad (3-12)$$

بطرح العلاقة الأولى من الثانية نجد :

$$2d \cdot n (\cos \tau_2 - \cos \tau_1) = \lambda \quad (3-13)$$

$$2d \cdot n \sin \frac{\tau_1 - \tau_2}{2} \sin \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} = \lambda \quad \text{أو} \quad (3-14)$$

يمكن كتابة العلاقة الأخيرة بشكل تقريبي :

$$4d \cdot n \sin \frac{\Delta\tau}{2} \sin \tau \approx \lambda \quad (3-15)$$

$$4d \cdot n \frac{\Delta\tau}{2} \sin \tau \approx \lambda \quad \text{أو} \quad (3-16)$$



$$\Delta \tau \approx \frac{\lambda}{2 d \cdot n \sin \tau} \quad \text{أي أن} \quad (3-17)$$

تظهر العلاقة (17) أن  $\Delta \tau$  تكون صغيرة من اجل قيم كبيرة لـ  $d$  ، وهذا يعني أن الاهداب المتجاورة متساوية الميل تكون قريبة جدا من بعضها البعض ، ولا يمكن أن تميز بوضوح .  
ندرس الآن تأثير لاوحداية اللون على نوعية اللوحة التداخلية . لنأخذ نهاية الطيف  $(\lambda + \Delta \lambda)$  من الرتبة  $m$  ومن اجل الميل  $\tau_1$  ، وبداية الطيف ذي الرتبة  $(m+1)$  والميل  $\tau_2$  :

$$2 d \cdot n \cos \tau_1 = (2m+1) \frac{\lambda + \Delta \lambda}{2}$$

$$2 d \cdot n \cos \tau_2 = [2(m+1) + 1] \frac{\lambda}{2} \quad (3-18)$$

إذا تساوى الطرفان اليمينيان لهاتين العلاقتين ، فإن هذا يعني ان الأشعة غير وحيدة اللون المالكة لنفس الميل  $(\tau_1 = \tau_2)$  تنطبق فيها النهاية العظمى للموجة  $(\lambda + \Delta \lambda)$  ( نهاية الطيف ) على النهاية العظمى للموجة  $\lambda$  (بداية الطيف ) ، وتختلف هاتان النهايتان بالرتبة فقط . ويعني هذا في حالة استعمال الأشعة البيضاء ، مثلا ، انطباق النهايات العظمى للضوء الاحمر على العظمى للبنفسجي (لكن من اجل الرتب المتجاورة) . ويعبر عن هذا الشرط بالمساواة :

$$(2m+1) \frac{\lambda + \Delta \lambda}{2} = [2(m+1) + 1] \frac{\lambda}{2} \quad (3-19)$$

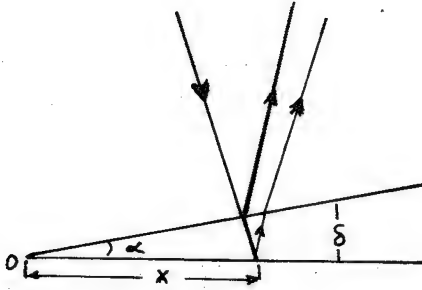
$$\Delta \lambda = \frac{2 \lambda}{2m+1} \quad \text{أو} \quad (3-20)$$

تظهر العلاقة (20) أنه من اجل قيم كبيرة لـ  $m$  (صفائح سمكية) ، يجب أن تكون  $\Delta \lambda$  صغيرة . بعبارة اخرى : كلما كانت الصفيحة سمكية كلما وجب استخدام ضوء وحيد اللون ( عرض طيفه ضيق جدا ) وذلك للحصول على لوحة تداخلية ، ولكن هذا يؤدي الى فقر في اضاءة تلك اللوحة .

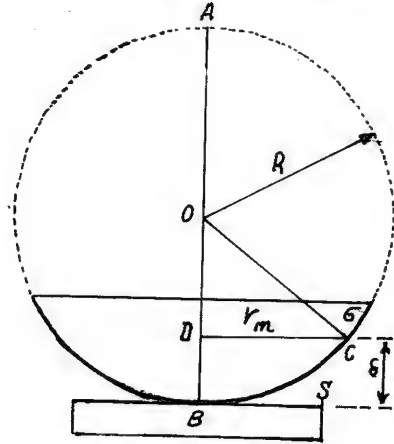
إذا انعكس الضوء على صفيحة وجهها غير متوازيين ، فإن فرق المسير يتعلق بالاحداثي الذي تتغير وفقه سماكة الصفيحة . وتعتبر الأسافين (الشكل 1.13) مثالا دارجا على هذه الحالة ، أو ماشابهها كشدة كروية (قطعة من كرة ) قرينة انكسارها  $n$  موضوعة على سطح

مستو عاكس (الشكل 1.14) .

تكون الاهداب في حالة الشكل 1.13 مستقيمة عمليا وتوافق خطوط تساوي السماكة وذلك لأن وجهي الصفيحة مستويان .



شكل 1.13



شكل 1.14

ان فرق المسير بين الشعاعين 1 و 2 يكون وفقا للعلاقة (8)

$$\Delta = 2 n \delta \cos \tau$$

مساويا :

$$\Delta = 2 n \delta$$

وفي حالة الورود القريب من الناظمي

وتتشكل نهايات عظمى عندما

$$2 n \delta = (2 m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

ونجد من الشكل 1.13 أن  $\delta = d \cdot x$  حيث  $\alpha$  الزاوية بين وجهي الصفيحة، وتكون عادة صغيرة وتقاس بالراديان . نعيد كتابة العلاقة السابقة

بالشكل :

$$2 n x \cdot \alpha = (2 m + 1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow x = \frac{(2 m + 1) \frac{\lambda}{2}}{2 n d} \quad (3-21)$$

وتحدد هذه العلاقة بعد الهدب المضيء ذي الرتبة  $m$  عن الخط المشترك

لوجهي الصفيحة ، فهو اذن على شكل مستقيم يوازي الحرف المشترك .

نعود الى الشكل 1.14 ، ولنفرض أن الضوء يرد الى السطح العلوي

للشدة الكروية . ان هذا الضوء ينعكس جزئيا على السطح الكروي

$\sigma$  ، وينفذ جزئيا الى الفجوة الهوائية (الاسفين) ، وبعدئذ ينعكس

على السطح المستوي  $S$  . نأخذ مسافة اختيارية  $r_m$  من الخط المركزي

$AB$  الى السطح الكروي . ويساوي الناظم  $r_m$  المقام من نقطة واقعة على

محيط الدائرة على قطرها المتوسط الهندسي لقطعتي القطر ، أي :

$$r_m^2 = \overline{AD} \cdot \overline{DB} = (2R - \delta) \delta \quad (3-22)$$

بإهمال  $\delta^2$ ، ذلك لأن تقوس الشدة الكروية في هذه الحالة يفترض صغيراً ، نحصل على :

$$r_m^2 \approx 2R\delta \quad (3-23)$$

نحسب الآن فرق المسير بين الشعاعين المنعكسين في النقطة C على السطح الكروي  $\delta$  وعلى السطح S ، آخذين بعين الاعتبار تغيير الطور بمقدار  $\pi$  (أو تغيير فرق المسير بمقدار  $\lambda/2$ ) ، أثناء الانعكاس على الصفيحة :

$$\Delta = 2\delta + \frac{\lambda}{2} \quad (3-24)$$

إن شرط النهاية الصغرى للشدة ، أي تشكل هذب مظلم يعطى بالعلاقة

$$2\delta + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (3-25)$$

$$2\delta = m\lambda \quad , \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad \text{أو}$$

وبالتالي تتموضع الاهداب المظلمة عند الملاحظة من الأعلى على مسافات من المركز تعينها العلاقة

$$r_m = \sqrt{2R\delta} = \sqrt{mR\lambda} \quad (3-26)$$

وهكذا تتكون في حقل الرؤيا حلقات مظلمة ومضيئة على الترتيب ،

تدعى بحلقات نيوتن . ويمكن ايجاد  $\lambda$  تجريبياً بقياس  $r_m$  ومعرفه  $m$  (نمرة الحلقة) و  $R$  (نصف قطر الشدة) .

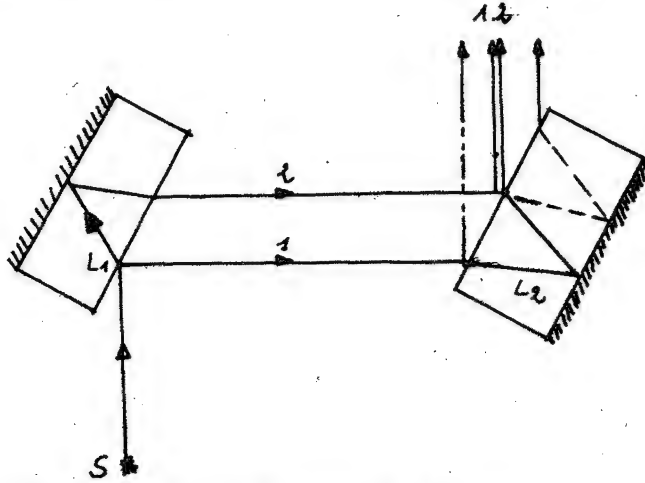
#### 4 - مقاييس التداخل .

تجد ظاهرة التداخل استخدامات واسعة في العلوم والتطبيقات العملية . حيث أن التغيرات الطفيفة في مسار أحد الشعاعين المتداخلين يؤدي الى تغيير ملحوظ في اللوحة التداخلية . وقد قامت على هذا الاساس أدق القياسات للأبعاد ، واكتشاف الاشارات ، وبحث الخواص انضوية للأوساط واستخدامات علمية وتطبيقية أخرى للتداخل . وقد سمحت دقة القياسات في الأجهزة التداخلية باجراء بعض التجارب التي بينت عدم تابعة سرعة الضوء لحركة الجملة العطالية (تجربة مايكلسون) . مما وضع الأساس التجريبي للنظرية النسبية .

تنفذ القياسات التداخلية بواسطة اجهزة تدعى مقاييس التداخل

(Interferometers) والتي تتمثل في اجهزة ضوئية تحدث فصلا وجمعا للامواج المترابطة . وتوجد اشكال مختلفة لمقاييس التداخل ، نقوم بدراسة بعضها .

— مقياس جامان التداخلي ( Jamin ) . يعرض الشكل 1.15 مخططا لهذا المقياس ، وهو يتألف من صفيحتين سميكتين  $L_1$  و  $L_2$



شكل 1.15 مخطط مقياس جامان التداخلي

تملكان قاعدتين مرآتيتين ، ومنبعاً للضوء  $S$  . إن الشعاع الصادر عن المنبع والوارد الى الصفيحة  $L_1$  ينعكس جزئياً وينطلق على شكل الشعاع 1 الى الصفيحة الثانية . بينما ينكسر الجزء الاخر من الشعاع ليدخل الى الصفيحة الاولى وينعكس على قاعدتها المرآتية ، وينطلق باتجاه الصفيحة الثانية  $L_2$  على شكل الشعاع 2 . وتؤمن الصفيحة  $L_2$  جمع هذين الشعاعين اللذين يملكان فرقاً في الطور نتيجة لعبور الصفيحتين . وبطبيعة الحال ، إذا كانت الصفيحتان متماثلتين تماماً ومتوازيتين والوسط المحصور بينهما متجانساً ، فإن فرق الطور بين الشعاعين 1 و 2 يكون معدوماً ، ذلك لأن تخلف الشعاع 2 بعد خروجه من الصفيحة  $L_1$  ، يعدهل تخلف الشعاع 1 بعد خروجه من الصفيحة الثانية .

إذا كانت الاشعة غير متوازية ( مثلاً تصدر عن المنبع  $S$  جزمة متباعدة ) ، أو أن الصفيحتين متموضعتان بشكل تحصر معه فيما بينهما زاوية ما ، فإن ذلك يؤدي الى نشوء فرق في الطور ، وتلاحظ بالتالي اللوحة التداخلية .

إذا كانت الصفيحتان غير متوازيتين ،مثلا ، ويرد الشعاع على الصفيحة  $L_1$  بزاوية  $i_1$  ( زاوية الانكسار  $\tau_1$  ) ، وعلى الصفيحة  $L_2$  بزاوية  $i_2$  (زاوية الانكسار  $\tau_2$  ) ، فإنه وفقا للعلاقة (3-8) يكون فرق المسير الضوئي :

$$\Delta = 2d \cdot n \cos \tau_1 - 2d \cdot n \cos \tau_2 \quad (4-1)$$

$$\Delta = 4d \cdot n \sin \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} \sin \frac{\tau_1 - \tau_2}{2} \approx 2d \cdot n \cdot \sin \tau \cdot \Delta \tau \quad (4-2)$$

حيث  $\tau = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}$  و  $\Delta \tau = \tau_1 - \tau_2$  الزاوية بين الصفيحتين .

تسمح هذه الصيغة بحساب خصائص اللوحة التداخلية الناشئة من أجل  $\Delta \tau \neq 0$  . ويمكن بمساعدة مقياس جامان أن نقيس قرينة انكسار مادة ما ، وذلك بوضعها في طريق أحد الشعاعين بين الصفيحتين (الشكل 1.15 المادة مرسومة بخط متقطع ) .

بملاحظة تغير اللوحة التداخلية ، الذي تنزاح فيها اهداب التداخل أثناء ادخال المادة المدروسة بمقدار  $m$  هذب مثلا . ويعني هذا أن فرق المسير الضوئي قد تغير بمقدار  $m$  طول موجة ، أي أن :

$$(n-1) \ell = m \lambda \quad (4-3)$$

حيث أن  $\ell (n-1)$  يمثل فرق المسير بين الشعاع 1 الذي يعبر المادة ذات الطول  $\ell$  وقرينة الانكسار  $n$  والشعاع 2 :

$$n \ell - \ell = (n-1) \ell$$

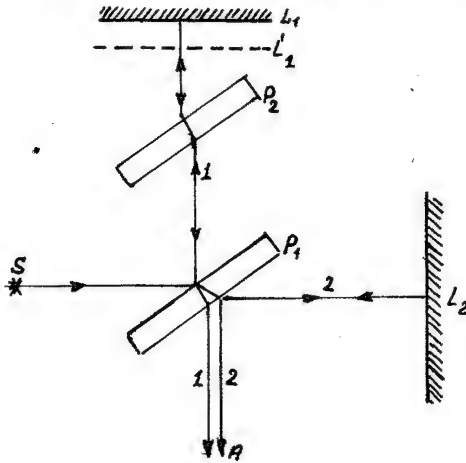
وبمعرفة  $m$  ،  $\lambda$  و  $\ell$  يمكن إيجاد  $n$  من العلاقة (3) .

تحتل المقاييس من نوع مقياس جامان مكانا مهما في دراسة التغيرات الفجائية لقرينة انكسار المادة التي يعبرها الشعاعان 1 و 2 . حيث تؤدي التغيرات القليلة لـ  $n$  الى تغيرات ملحوظة في تموضع اهداب التداخل ، وتسجيل هذه التغيرات يمكن دراسة خواص اللاتجانس العشوائي للمادة بشكل احصائي .

— مقياس ميكلسون التداخلي (Michelson) . يتألف هذا المقياس

من منبع ضوئي S ، وصفيحة نصف شافة ( شافة )  $P_1$  وصفيحة شفافة  $P_2$  ومرآتين مستويتين  $L_1$  و  $L_2$  ( الشكل 1.16 ) . يرد الشعاع الضوئي من المنبع S ليسقط على الصفيحة  $P_1$  ، فينعكس جزئيا ويعبر الصفيحة  $P_2$  باتجاه المرآة  $L_1$  ، حيث ينعكس عليها ليعود الى  $P_1$  فيعبرها متابعا طريقه نحو نقطة المراقبة A . ويصل في نفس الوقت الى هذه

النقطة ذلك الجزء من الشعاع الذي عبر الصفيحة  $P_1$  باتجاه المرآة  $L_2$  وانعكس عنها ليعود من جديد الى الصفيحة  $P_1$  حيث يصل الى وجهها العلوي نصف المفضل فينعكس عليه متجها نحو  $A$  .



إن دور الصفيحة  $P_2$  في هذا الترتيب ، ينحصر في تعديل المسار الضوئي بين الشعاعين 1 و 2 ، حيث أن الشعاع 2 يخترق الصفيحة ثلاث مرات بينما يخترقها الشعاع 1 مرة واحدة . ويمكن بمساعدة مقياس مايكلسون تسجيل الانزياحات الصغيرة للمرآتين ، ويمكن التقرير فيما اذا كانت سرعة الضوء تتغير بتغير حركة الجملة المرتبطة مع هذا المقياس .

شكل 1.16 مقياس مايكلسون

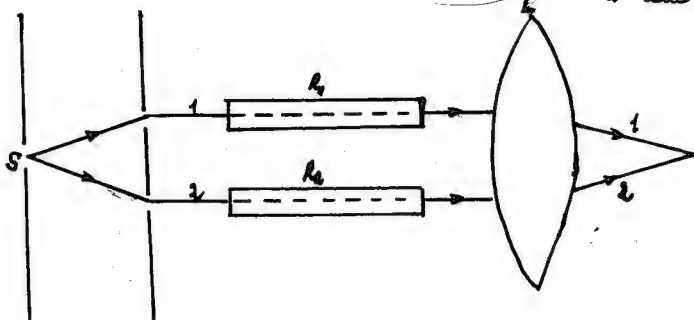
المرتبطة

يمثل فرق المسير في هذه الحالة فرق المسير بين شعاعين في حالة الانعكاس على طبقة هوائية متوازية الوجهين سماكتها تساوي فضل بعدي المرآتين عن مركز الصفيحة  $P_1$  . فاذا كانت المرآتان متعامدتين والصفيحة  $P_1$  تميل على الشعاع الوارد بزاوية 45 درجة ، فان هذه الصفيحة تشكل للمرآة  $L_2$  خيالا  $L'_2$  . وتماثل الفجوة  $L_1 L'_2$  طبقة هوائية متوازية الوجهين .

— مقياس رايلي التداخلي . يستخدم هذا المقياس عادة لقياس قرينة انكسار السوائل والغازات (الشكل 1.17) . نحصل على الشعاعين المترابطين بطريقة يونغ ، ويعبر هذان الشعاعان الانبوين  $R_1$  و  $R_2$  للذين يحويان المواد التي نرغب بتعيين قرائن انكسارها . وينشأ نتيجة للاختلاف في قرائن الانكسار فرق في المسير الضوئي . وبالتالي يعطي الشعاعان 1 و 2 اللذان يجمعان بواسطة عدسة مقربة للوحدة التداخلية .

تستخدم الظواهر التداخلية من اجل قياس اطوال الامواج الضوئية للضوء المرئي ، واطوال الامواج لمجالات اخرى من طيف الاشعة الكهرطيسية .

ويلقى ما يدعى بمقياس فابري - بيرو التداخلي انتشارا واسعا لتحقيق الغاية السابقة الذكر ، وسنقدم لاحقا مخطط هذا الجهاز وكيفية عمله .



شكل 1.17 مخطط مقياس رايلي

- وضوح الاهداد . لقد عرف ميكلسون معامل وضوح الاهداد بالعلاقة

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (4-4)$$

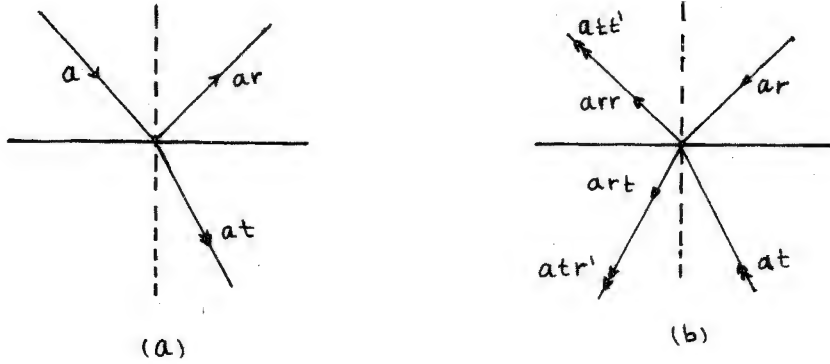
حيث أن  $I_{max}$  و  $I_{min}$  الشدتان في مركزي الهدبين المتجاورين المضيئ والمظلم على الترتيب . إذا كان المنبع الضوئي وحيد اللون فإن المعادلة (4) تدل على أن معامل وضوح الاهداد يساوي الواحد ، ويكون ثابتا في حقل الرؤيا بأكمله . ولا يوجد في الواقع العملي ضوء وحيد اللون ، وإنما توجد عصابة من الامواج عرضها  $\Delta\lambda$  . وكما رأينا في الفقرة 3 فإن انطباق النهايات العظمى ، أو انزياحها عن بعضها يتعلق بـ  $\Delta\lambda$  ، وهذا بدوره يؤثر على معامل وضوح الاهداد .

##### 5 - تداخل الامواج متعددة الانعكاسات .

- معالجة ستوكس (Stokes) للانعكاس والانكسار .

لنفرض أن شعاعا ضوئيا سعته  $a$  يسقط على السطح الفاصل بين الماء والهواء ( الشكل-a-1.18) . إن هذا الشعاع ينعكس جزئيا ولتكن سعة الجزء المنعكس  $a_r$  ، وينكسر جزئيا وسعة هذا الجزء  $a_t$  ، حيث أن  $r$  و  $t$  معاملا الانعكاس والانكسار للسطح الفاصل بالنسبة للسعة . وتختلف النتيجة في حالة سطح فاصل معين ، تبعا لجهة انتشار الامواج من الوسط الاول الى الثاني وبالعكس . لنفرض الآن أن سعة الامواج الواردة من الهواء الى السطح الفاصل بين الهواء والماء ، وليكن  $r$  ممثلا للجزء المنعكس من السعة ، و  $t$  للجزء المنكسر . هكذا

تكون سعة الموجة المنعكسة  $ar$  وسعة الموجة المنكسرة  $at$ .  
لنتصور الآن أن اتجاه الأشعة قد انعكس كما في الشكل 1.18-b.  
فإذالم يحدث فقدان للطاقة نتيجة امتصاص الضوء أثناء عمليتي



شكل 1.18

الانعكاس والانكسار ، أمكن اعتبار الحادثة السابقة عكوسة ، أي يجب أن يكون للموجتين ذات السعتين  $ar$  و  $at$  تأثير محصل على شكل موجة وحيدة في الهواء سعتها  $a$  واتجاهها معاكس لاتجاه الموجة الأصلية . وهكذا فإن الشعاع  $ar$  الذي عكسنا اتجاهه ينقسم الى جزئين، الجزء المنعكس ذو السعة  $arr$ ، والجزء المنكسر  $atr$ ، وكذا الشعاع  $at$  ينقسم الى منعكس  $atr'$  ومنكسر  $att'$ .  
إذا قبلنا بمبدأ العكسية استطعنا بمساعدة الشكل 1.18-b، أن

$$att' + arr = a \quad \text{نكتب:}$$

$$art + atr' = 0 \quad (5-1)$$

ونجد بالاختصار أن :

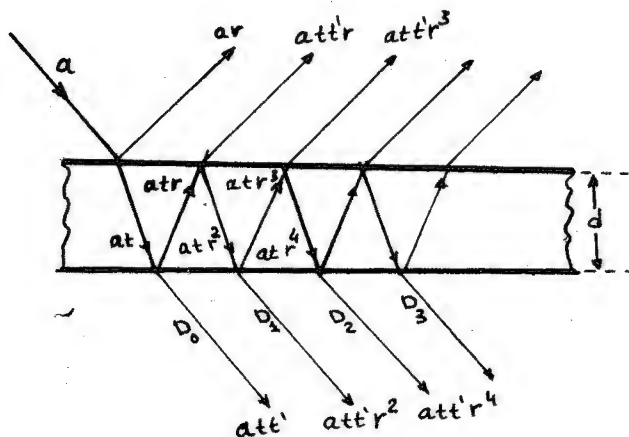
$$tt' = 1 - r^2 \quad , \quad r' = -r \quad (5-2)$$

- تداخل الحزم النافذة من صفيحة ذات وجهين مستويين متوازيين -

اقتصرنا في دراستنا السابقة على ملاحظة الاهداب المتشكلة نتيجة الانعكاس على الصفيحة متوازية الوجهين ، عندما كانت عوامل الانعكاس لهذه الصفائح صغيرة . وبالتالي اقتصر دراستنا على تداخل حزمتين فقط ، وقد وجد أن الاهداب المتشكلة بالانعكاس ذات



تباين ضعيف . وكذلك الحال بالنسبة للاهداب المتشكلة بالنفوذ .  
وعندما يصبح عامل انعكاس السطح الفاصل اكبر ، فإن الاهداب تصبح  
أكثر وضوحا وتأنفا . وتخضع الحزم في هذه الحالة الى عدة انعكاسات  
داخلية ، يكون لها تأثير كبير على تشكل الاهداب . ويعرض الشكل  
1.19 الانعكاسات والانكسارات الجزئية المتتالية لشعاع ضوئي .



شكل 1.19

وكما ذكرنا سابقا فان الانعكاس الذي يحدث في الوسط الاقل كثافة  
يرافقه تغير في الطور مقداره  $\pi$  لكل انعكاس . وهكذا يكون الفرق  
في المسير بين شعاعين متتاليين مساويا :

$$\Delta = 2nd \cdot \cos \tau + \varepsilon$$

حيث  $\varepsilon$  فرق المسير الناتج عن الانعكاس ، و  $d$  سمك الصفيحة ، و  $\tau$   
زاوية الانكسار في الصفيحة . ويعطى فرق الطور الموافق بالعلاقة :

$$\varphi = \frac{2\pi\Delta}{\lambda}$$

ويكون ثابتا بين كل شعاعين متتاليين .

يلاحظ من الشكل أن الشعاع  $D_0$  يعاني نفوذين ، والشعاع  $D_1$  يعاني  
نفوذين وانعكاسين ، والشعاع  $D_2$  يعاني نفوذين واربع انعكاسات  
وهكذا ..... وبالتالي يعاني الشعاع  $D_k$  نفوذين و  $2k$  انعكاسا .  
وبالتالي فإن سعة كل من الاشعة النافذة تعطى بالعلاقة :

$$a_k = a t t' r^{2k} \quad (5-3)$$

ويجب علينا بالتالي تركيب عدد لانهائي من الاهتزازات ساعاتها

$$att', att'r^2, att'r^4, \dots, att'r^{2k}$$

وأطوارها على الترتيب  $0, \varphi, 2\varphi, \dots, k\varphi$

نستخدم طريقة فرنل للتحويل (الشكل 1.20). لتكن  $\vec{OB}$  المحصلة وليكن مسقطاها على المحورين  $OX$  و  $OY$  هما  $x$  و  $y$ ، فتكون الشدة

$$I = \overline{OB}^2 = x^2 + y^2$$

$$x = \sum_{k=0}^{\infty} att'r^{2k} \cos k\varphi \quad \text{حيث}$$

$$y = \sum_{k=0}^{\infty} att'r^{2k} \sin k\varphi \quad (5-4)$$

نعرف المقدارين العقديين التاليين

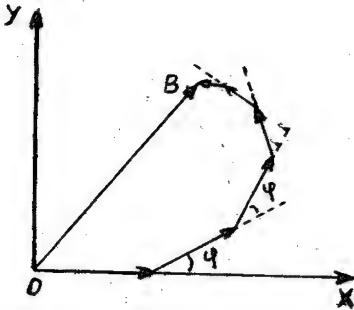
$$z = x + iy \quad (5-5)$$

$$z^* = x - iy$$

عندئذ تكون الاضاعة  $I$ :

$$I = zz^* = x^2 + y^2 \quad (5-6)$$

من 4 نجد:



شكل 1.20

$$\begin{aligned} z &= att' \sum_{k=0}^{\infty} r^{2k} (\cos k\varphi + i \sin k\varphi) = \\ &= att' \sum_{k=0}^{\infty} r^{2k} \cdot e^{ik\varphi} = \\ &= att' \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (r^2 e^{i\varphi})^k \\ z^* &= att' \sum_{k=0}^{\infty} (r^2 e^{-i\varphi})^k \end{aligned} \quad (5-7)$$

لكن المجموع السابق يمثل مجموع سلسلة هندسية متناقصة حدها الأول 1 وأساسها  $r^2 e^{i\varphi}$  وبالتالي يكون مجموعها

$$\frac{1}{1 - r^2 e^{i\varphi}}$$

ومنه نجد:

$$z = \frac{att'}{1 - r^2 e^{i\varphi}}, \quad z^* = \frac{att'}{1 - r^2 e^{-i\varphi}} \quad (5-8)$$

وبالتالي فإن الشدة

$$I = \frac{a^2 (tt')^2}{1 + r^4 - r^2 (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi})} =$$

$$= I_0 \frac{(tt')^2}{1 + r^4 - 2r^2 \cos \varphi}$$

يمكن أن نكتب المخرج على الشكل:

$$1 + r^4 - 2r^2 \cos \varphi = (1 - r^2)^2 + 2r^2 (1 - \cos \varphi) =$$

$$= (1 - r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \varphi/2 =$$

$$= (1 - r^2)^2 \left[ 1 + \frac{4r^2 \sin^2 \varphi/2}{(1 - r^2)^2} \right]$$

وبالتالي باستعمال العلاقة (2) نجد أن:

$$I_t = I_0 \frac{(1 - r^2)^2}{(1 - r^2)^2 \left[ 1 + \frac{4r^2 \sin^2 \varphi/2}{(1 - r^2)^2} \right]}$$

حيث  $I_t$  الشدة للاشعة النافذة .

نعرف عامل الانعكاس بالنسبة للشدة بالعلاقة  $R = r^2$  ، فنجد :

$$I_t = I_0 \frac{1}{1 + \frac{4R \sin^2 \varphi/2}{(1 - R^2)^2}} \quad (5-9)$$

وتكون شدة الاضاءة صغرى من اجل

$$I_{t(\min)} = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1 - R^2)^2}} \quad (5-10)$$

وتكون الشدة عظمى من اجل  $\varphi = 2\pi k$  ، أي :

$$I_{t(\max)} = I_0 \quad (5-11)$$

إن هذه العلاقات صحيحة في حالة اهمال الامتصاص . ويبين الشكل

1.21 تغير  $I$  بدلالة  $\varphi$  من اجل قيم مختلفة لـ  $R$  ، وذلك عندما

تكون الشدة العظمى تساوي  $I_0$  . ويتضح أن تأنف الاهدا بيزداد

بازدياد قدرة الصفائح على عكس الضوء .

$$F = \frac{4R}{(1 - R)^2}$$

إذا رمزنا بـ

نجد أن الشدة الصغرى تكون اقل كلما كانت  $F$  اكبر . ويعطي الجدول

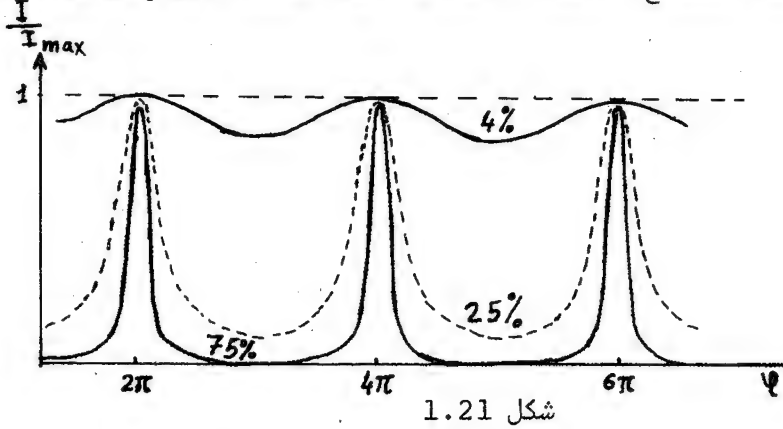
التالي تغيرات  $F$  بدلالة  $R$  :

$R$	0,3	0,6	0,8	0,9	0,95
$F$	2,5	15	80	360	1520

لقد عرفنا معامل وضوح الاهداب بالعلاقة

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2R}{1 + 2R^2} \quad (5-12)$$

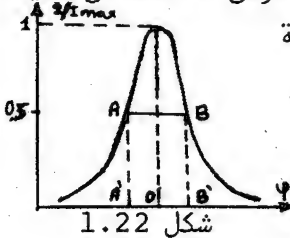
فمن اجل الصفائح الرقيقة الزجاجية الغير مفضضة يكون  $R \approx 4\%$  وبالتالي



شكل 1.21

$V \approx 0,08$ ، وعندما يصل  $R \approx 50\%$  فان  $V$  تصل الى 0,8 وتقترب من 1 عندما تقترب  $R$  من  $100\%$ . وعلى المزمع من أن الامتصاص لا يؤثر على على تأنف الاهداب، الا أنه ينقص من الاضاءة المطلقة للاهداب . لذلك تستخدم مواد امتصاصها ضعيف وعكسها جيد . وفي التطبيقات العملية ترسب على السطوح العاكسة طبقة معدنية بالتبخير في الخلاء . ويجب أن تختار المواد المعدنية المناسبة من اجل مجال طيفي معين، فالفضة تعتبر مفضلة من اجل مجال الضوء المرئي والاشعة تحت الحمراء، بينما يستخدم الالمنيوم في مجال الاشعة فوق البنفسجية ، ذلك لأن الفضة تملك عصابة امتصاص الى جوار 3000 انغستروم .

يعرف نصف عرض الهدب المضيء ، بأنه عرض المنطقة من الطيف



شكل 1.22

التي تكون فيها شدة الاضاءة عند طرفيها مساوية  $\frac{I_0}{2}$  ، كما هو مبين على الشكل 1.22، أي أن :

$$\frac{I_t}{I_0} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \sin^2(\frac{\Delta\phi}{2})}$$

حيث  $\Delta \psi$  يساوي فرق الطور الموافق لـ  $\overline{OB}$  واللازم حتى تهبط قيمة الشدة الى نصف قيمتها العظمى . وبما أن الاهداب المضيئة ضيقة

فإن  $\Delta \psi$  صغيرة ، وبالتالي يكون

$$2 = 1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \cdot \frac{\Delta \psi^2}{4}$$

أو

$$\Delta \psi = \frac{2}{\sqrt{F'}} = \frac{1-R}{\sqrt{R}}$$

وهكذا تكون النسبة بين نصف عرض الهدب الى البعد بين مركزي هديين مضيئين

$$\frac{2 \Delta \psi}{2 \pi} = \frac{1-R}{\pi \sqrt{R}} \quad (5-13)$$

فاذا كانت قيم  $R$  : 0,8 ، 0,9 ، 0,95 ، فإن النسبة السابقة تأخذ القيم 1/15 ، 1/30 ، 1/60 على الترتيب .

- تداخل الحزم المنعكسة من صفيحة ذات وجهين مستويين ومتوازيين .

إذا أهملنا الامتناس ، فإن مجموع شدة اضاءة الحزم المنعكسة مع شدة اضاءة الحزم النافذة يساوي شدة اضاءة الحزمة الواردة ، أي

$$I_0 = I_t + I_r \quad \text{أن :}$$

ومنه نجد :

$$I_r = I_0 - I_t = I_0 - \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \cdot \sin^2 \left( \frac{\psi}{2} \right)}$$

وبالاصلاح يكون

$$I_r = I_0 \frac{4R \sin^2 \left( \frac{\psi}{2} \right)}{(1-R)^2 + 4R \sin^2 \left( \frac{\psi}{2} \right)} \quad (5-14)$$

- مقياس فابري - بيرو ( Fabry - Berot ) التداخلي والعيار .

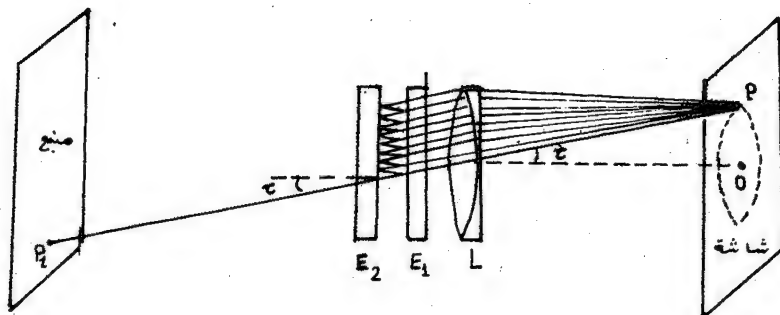
يتألف هذا المقياس من لوحين زجاجيين متوازيين نصف مفضضين يحصران بينهما طبقة من الهواء (الشكل 1.23) . يكون أحد اللوحين ثابتاً ، بينما يمكن تحريك الآخر لتغيير سمك طبقة الهواء المحصورة بينهما . ويستعمل بالإضافة الى هذا الجهاز جهاز مرفق تكون المسافة بين اللوحين فيه ثابتة ويدعى بالعيار ، وذلك لصعوبة تحقيق التوازي دائما بين اللوحين في حالة تحريك احدهما . ويجب أن تكون سطوح الألواح المستعملة مستوية ضوئيا بدقة كبيرة . وذلك للحصول على لوحة تداخلية جيدة وأهداب حادة ومؤنفة . ويجعل السطحان الخارجيان

للوحيين الزجاجيين مائلين قليلا بالنسبة للسطحين الداخليين ، ويكون الميل من رتبة الدقائق حتى لاتساهم الاشعة المنعكسة عليهما في تشكيل اللوحة التداخلية .

يمكن بواسطة العيار تعيين قرائن الانكسار للغازات . يكون فرق المسير الضوئي بين الحزم المتتالية البلرزة من العيار مساويا  $2nt \cos \theta$  حيث  $n$  قرينة الانكسار للغاز الموجود بين اللوحتين . اذا أُخلي هذا الغاز ، يصبح فرق المسير الجديد  $2t \cos \theta$  ، أي أن فرق المسير ينقص بمقدار  $2(n-1)t \cos \theta$  . اذا كانت  $\lambda$  طول موجة الضوء في الخلاء، فإن نقصان فرق المسير الضوئي بالأطوال الموجية يعطى بالعلاقة :

$$K = [2(n-1)t \cos \tau] / \lambda$$

ويقابل ذلك انزياح في اللوحة التداخلية بعدد من الاهداب مساو للعدد  $K$  . من معرفة  $\lambda$  ،  $K$  و  $t$  يمكن ايجاد  $n$  .



شكل 1.23

- شدة تحليل مقياس فابري-بيرو التداخلي -

يمكن الدلالة ، كما ذكرنا سابقا ، على تأنف الهدب باستخدام مفهوم نصف عرض الهدب . ويمكن من زاوية اخرى ، تمثيل تابعة شدة اضاءة الاهداب بدلالة الرتبة  $P$  . ويعرض الشكل 1.24 تابعة  $\frac{I}{I_{max}}$  لـ  $P$  . فالرتبة تساوي عددا صحيحا في مركز الهدب وتتغير بمقدار  $\delta P_{1/2}$  عندما تنخفض الشدة العظمى الى النصف . إن قيمة نصف عرض الهدب بدلالة الرتبة تساوي  $2\delta P_{1/2}$  .

$$I = \frac{I_{max}}{1 + F \sin^2 \frac{\varphi}{2}}$$

نأخذ العلاقة

$$F = 4R / (1-R)^2$$

حيث

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2t \cos \tau = 2\pi p$$

و

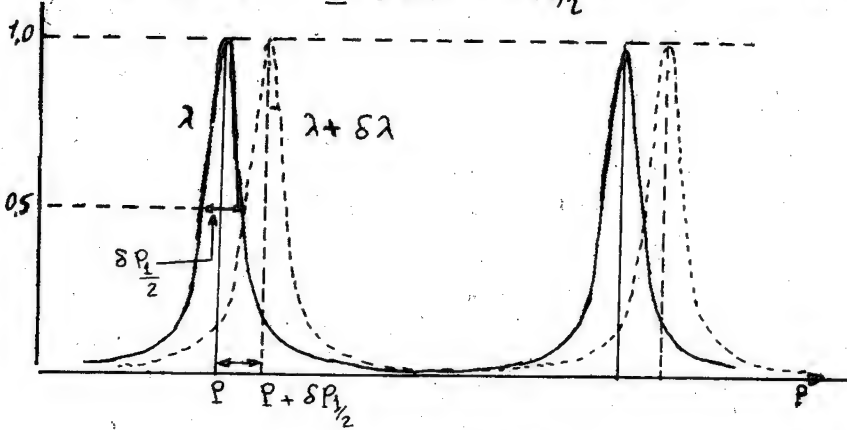
$$\frac{I}{I_{\max}} = \frac{1}{1 + F \sin^2(\pi p)}$$

ومنه نجد :

(5-15)

$$p = \pm \delta p_{1/2} + k \quad \text{فإن } I = \frac{I_{\max}}{2} \text{ عندما}$$

حيث  $k$  عد صحيح ، ومنه  $\sin(\pi p) = \pm \sin \pi \delta p_{1/2}$



شكل 1.24

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 + F \sin^2(\pi \delta p_{1/2})}$$

وبالتالي

$$F \sin^2(\pi \delta p_{1/2}) = 1$$

أو

إذا كانت  $R$  كبيرة فإن  $\delta p_{1/2}$  صغيرة ، ومنه

$$\pi \delta p_{1/2} = \frac{1}{\sqrt{F}} \quad , \quad \delta p_{1/2} = \frac{1}{\pi \sqrt{F}}$$

وبالتالي تكون قيمة نصف عرض الهدب

$$2 \delta p_{1/2} = \frac{2}{\pi \sqrt{F}} \quad (5-16)$$

وتسمى النسبة بين فضل الرتب المتتالية الى قيمة نصف عرض الهدب بالدقة . وبما أن البعدين الرتب المتتالية بدلالة الرتبة تساوي 1 تكون

$$= \frac{\pi \sqrt{F}}{2} = \frac{1}{2 \delta p_{1/2}} \quad (5-17) \quad \text{الدقة} . \text{ ويدعى } F \text{ بمعامل الدقة} .$$

نفرض الآن ان المنبع الضوئي يصدر طولين موجيين بنفس الشدة

$\lambda$  و  $\lambda + \delta \lambda$  . تتشكل في هذه الحالة اهداب مضيئة الى جوار

بعضها البعض كما هو مبين على الشكل 1.24 . إذا كانت  $\delta \lambda$  صغيرة

جدا فان النهايات العظمى تنطبق على بعضها ، وعندما تصبح كبيرة بشكل كاف لتحليل الاهداب فان النسبة  $\frac{\lambda}{\delta\lambda}$  تعرف "بشدة التحليل اللونية". اذا كان البعد الزاوي بين النهايتين العظيمتين لهدين متتالين هو  $\Delta\tau$  ، بحيث أن المنحنيين يتقاطعان في النقطة من المنحني التي من اجلها  $I = \frac{1}{2} I_{\max}$  ، فإن الانخفاض في الشدة في منتصف المسافة بين القمتين يكون حوالي 17% من القيمة العظمى لمجموع الاثنيين ، وهذا يمكن العين من تمييز خطين منفصلين متجاورين .

لايجاد  $\Delta\lambda$  الموافقة لهذا الفرق ، نكتب شرط الانتقال من نهاية

عظمى الى النقطة  $I = \frac{1}{2} I_{\max}$  : 
$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 + F \sin^2 \left( \frac{\varphi + \Delta\varphi_1}{2} \right)} \Rightarrow \sin^2 \left( \frac{\varphi + \Delta\varphi_1}{2} \right) = \frac{(1-R)^2}{4R} \Rightarrow \sin \left( \frac{\varphi + \Delta\varphi_1}{2} \right) = \frac{1-R}{2\sqrt{R}}$$

غير أن  $\frac{\varphi}{2}$  في مركز الهدب تكون عددا صحيحا من  $\pi$  ، ومن اجل الاهداب المؤنفة تكون  $\Delta\varphi$  صغيرة بشكل كاف ، ومنه

$$\sin \frac{\Delta\varphi_1}{2} \approx \frac{\Delta\varphi_1}{2} = \frac{1-R}{2\sqrt{R}}$$

ويعطي الانتقال من قمة عظمى الى قمة مجاورة بـ  $\Delta\varphi = 2 \Delta\varphi_1$

$$\Delta\varphi = 2 \Delta\varphi_1 = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} \quad (a)$$

الآن يمكن ايجاد العلاقة بين التغير الزاوي  $\Delta\tau$  والتغير في الطور ، وذلك بمفاضلة الزاوية

$$\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} t \cos \tau$$

$$\Delta\varphi = -\frac{4\pi}{\lambda} t \sin \tau \cdot \Delta\tau \quad (b)$$

فإذا وقعت النهاية العظمى لـ  $\lambda + \Delta\lambda$  في نفس الفرق الزاوي  $\Delta\tau$  ، نجد من العلاقة

$$2t \cos \tau = p\lambda$$

$$\Delta\varphi = \frac{-2t \sin \tau \cdot \Delta\tau}{\lambda} = p \cdot \Delta\lambda \quad (c) \quad \text{أن من } a, b, \text{ و } c \text{ نجد:}$$

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\pi \sqrt{R}}{(1-R)} p \quad (5-18)$$

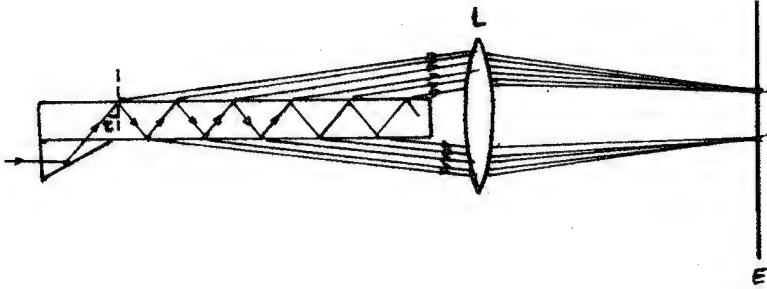
ويلاحظ أن شدة التحليل اللونية تتعلق بـ  $R$  ومرتبة التداخل ، التي يمكن



أخذها بمثابة  $P = \frac{2t}{\lambda}$  . وهكذا إذا كانت  $R = 0,9$  مثلا ،  $t = 1 \text{ cm}$  البعد بين اللوحين ، فإن الشدة التحليلية من أجل  $\lambda = 0,5 \mu$  تكون مساوية  $1,2 \cdot 10^6$  ، أي يمكن الفصل بين طولين موجيين يختلفان بـ  $0,0042 \text{ Å}$

- مقياس لومر - غرك ( Lummer - Gerke ) التداخلي .

يتألف هذا المقياس من صفيحة سميكة من الزجاج متوازية الوجهين يرد عليها الضوء بالقرب من البروز المماسي ( الشكل 1.25 ) . وليست بالضرورة أن تكون الصفيحة مفضضة ، ذلك لأن معامل الانعكاس من الزجاج الى الهواء يزداد بازدياد زاوية ورود . يمكن رؤية اهتداب



شكل 1.25

تساوي الميل في المستوي المحرقى لعدسة مقربة ، ويكون شرط تشكل النهايات العظمى هو :

$$2nt \cos \tau = K\lambda \quad (5-19)$$

وتتناسب شدة تحليل الصفيحة مع طولها . وتستخدم في حالة الامواج القصيرة صفائح طويلة ورقيقة للحصول على شدة تحليل كبيرة .  
- المرشحات التداخلية .

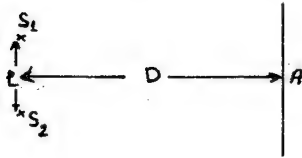
يمكن استخدام عيار فابري - بيرو التداخلي كمرشح للضوء . فاذا ورد الضوء ناظميا على العيار ، وجب أن تتحقق العلاقة  $2t = K\lambda$  لتشكيل الاهتداب المضيئة . فاذا كانت  $t$  صغيرة فإن الفرق بين اطوال الامواج التي يمكنها العبور يصبح كبيرا . فمثلا اذا كانت  $t$  من رتبة  $0,5 \mu$  فإن الامواج التي تشكل نهايات عظمى هي  $\lambda_1 = \frac{2t}{1} = 1 \mu$  من أجل  $K=1$  ، و  $\lambda_2 = \frac{2t}{2} = 0,5 \mu$  من أجل  $K=2$  ، و  $\lambda_3 = 0,333 \mu$  من أجل  $K=3$  . وهكذا . فاذا كانت  $R$  كبيرة ، مثلا  $R = 0,94$  فإن

$$2(\delta P_{1/2}) = \frac{2}{\pi \sqrt{F}} \quad \text{نصف عرض الهدب يكون}$$

أي 1/25 من البعد بين الرتب المتتالية .

## مسائل وتطبيقات

1 - منبعان ضوئيان مترابطان  $S_1$  و  $S_2$  موجودان على بعد  $\ell$  من بعضهما (الشكل 1-1) . توضع شاشة على بعد  $D \gg \ell$  . أوجد المسافة بين هذين تداخلين متجاورين بالقرب من وسط الشاشة (النقطة A) ، فيما اذا كان



المنبعان يصدران ضوءاً طول موجته  $\lambda$  . ستلاحظ نهاية عظمى للضاءة في نقطة اختيارية ما C على الشاشة ،

اذا كان فرق المسير  $d_2 - d_1 = K\lambda$

حيث  $K = 0, 1, 2, \dots$  عدد صحيح (الشكل 1-2) . نكتب وفقاً للهندسة

$$d_2^2 = D^2 + \left(h_K + \frac{\ell}{2}\right)^2, \quad d_1^2 = D^2 + \left(h_K - \frac{\ell}{2}\right)^2$$

$$d_2^2 - d_1^2 = (d_2 + d_1)(d_2 - d_1) = 2h_K \ell \quad \text{ومنه}$$

بما أن  $\ell \ll D$  يكون  $d_1 + d_2 \approx 2D$  وبالتالي

$$d_2 - d_1 = K\lambda \approx 2h_K \ell / 2D$$

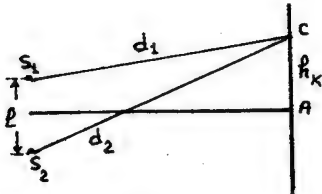
ويكون بعد الهدب المضيئي  $K$  عن مركز الشاشة :

$$h_K = K\lambda D / \ell$$

والمسافة بين هذين مضيئين :

$$\Delta h = h_{K+1} - h_K = \frac{\lambda D}{\ell}$$

2 - مرأتان مستويتان تحصران بينهما



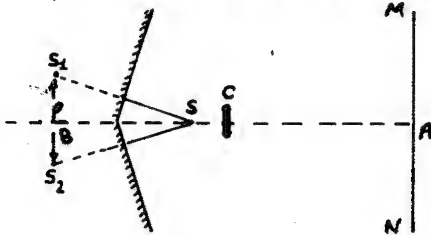
شكل 1-2

زاوية قريبة من 180 درجة (الشكل 1-2) .

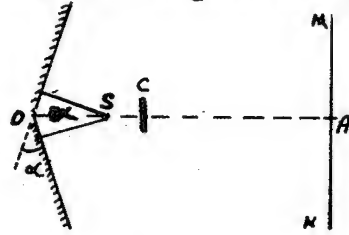
يوضع منبع ضوئي S على مسافة متساوية b من المرأتين . حدد المسافة

بين هذين تداخلين متجاورين على الشاشة MN الموجودة على بعد  $OA = a$

من نقطة تقاطع المرأتين ، فيما اذا استعمل ضوء طول موجته  $\lambda$  .



شكل 2-2



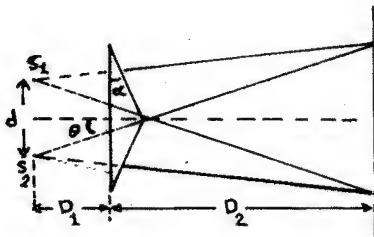
شكل 2-1

— المسافة بين الهدبين التداخليين  $\Delta h = \frac{\lambda D}{2}$  (انظر المسألة 1).  
 في هذه الحالة  $D \approx AB = a + b$  و  $l = S_1 S_2$  البعد بين الخياليين  $S_1$  و  $S_2$  للمنبع  $S$  في المرآتين المستويتين (الشكل 2-2). يمكن حساب  $l$  من المثلث  $S_1 S B$  :  

$$\frac{l}{2} = \frac{2b\alpha}{2}, \quad l = 2b\alpha$$
 وبالتالي

$$\Delta h = \lambda (a + b) / 2b\alpha$$

3 - في تجربة موشوري فرنل ، وباستخدام ضوء طول موجته  $\lambda = 5.10^{-5} \text{ cm}$  لوحظت اهداب التداخل على بعد 175 سم من الموشور . ووجد أن عرض الهدب 2, 0 مم . فإذا كان الموشور مصنوعاً من زجاج قرينة انكساره 1,5 ، ويبعد عن الشق المضيئ 25 سم ، احسب زاوية كل من رأسي الموشور الشائبي .



شكل 1 - 3

$$D_1 = 25 \text{ cm}, \quad \lambda = 5.10^{-5} \text{ cm}$$

$$i = 0,2 \text{ mm}, \quad D_2 = 175 \text{ cm}$$

$$d = 2 D_1 \theta = 2 D_1 (n-1)\alpha$$

$$i = \frac{\lambda (D_1 + D_2)}{d} \Rightarrow$$

$$d = 0,5 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{d}{2(n-1)D_1} = \frac{0,5}{2(1,5-1) \cdot 25} = \frac{0,1}{5} \text{ rad} \approx 1^\circ$$

4 - تتشكل اهداب تساوي السماكة في اسفين زجاجي قرينة انكساره 1,52 باستخدام ضوء  $(\lambda = 5893 \text{ Å})$  . فإذا علمت أن عرض الهدب 1 مم ، احسب قيمة زاوية الاسفين .

— يعطى فرق المسير بين الشعاعين المتداخلين الناتج عن المسار

$$\Delta = 2nt \cos \theta'$$

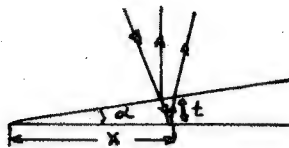
وتكون من أجل الورود القريب من

الناظمي  $\theta' \approx 0$  ومنه

$$\Delta = 2nt - \frac{\lambda}{2}$$

حيث أن  $\frac{\lambda}{2}$  ناتجة عن الانعكاس

على الوجه العلوي للأسفين (الشكل



شكل 1 - 4

$$\Delta = (2nt - \frac{\lambda}{2}) = K\lambda \quad (4-1)$$

• إن شرط تشكل الاهداب المضيئة هو :  $\Delta = (2nt - \frac{\lambda}{2}) = K\lambda$

$$2nt = (k + \frac{1}{2}) \lambda \quad \text{أو}$$

أما في حالة الاهداب المظلمة فيكون  $2nt = k\lambda$

وتكتب العلاقة السابقة من اجل هذب مظلم ترتيبه  $k+1$

$$2nt_{k+1} = (k+1) \lambda$$

وهكذا يصبح الفرق عند الانتقال من الهدب  $k$  الى الهدب  $k+1$

$$t_{k+1} - t_k = \frac{\lambda}{2n}$$

من ناحية اخرى  $t = d \cdot x$

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{1}{d} (t_{k+1} - t_k) = \frac{1}{d} \cdot \frac{\lambda}{2n}$$

ومنه

$$d = \frac{1}{i} \cdot \frac{\lambda}{2n} \approx 0,011^\circ = 6,6'$$

5 - توضع عدسة محدبة الوجهين متناظرة بعدها المحرقي 4 متر ،

وقرينة انكسارها 1,52 على سطح مستو ضوئيا . فاذا شكلت حلقات نيوتن بالانعكاس الناطمي بواسطة ضوء  $(\lambda = 5460 \text{ Å})$  احسب قطر

الحلقة المضيئة الخامسة . ماذا يشاهد اذا

آ . استخدم ضوء ابيض

ب . رفعت العدسة تدريجيا ببطيء

— آ .. يعطى البعد المحرقي للعدسات الرقيقة بالعلاقة

$$f = \frac{1}{(n-1)} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$

حيث أن  $R_{1,2}$  نصف قطر تقوس وجهي العدسة . وبما أن العدسة

متناظرة يكون  $R_1 = R_2 = R$  ومنه

$$f = \frac{1}{0,52} \cdot \frac{R}{2} = 4 \text{ m} \Rightarrow R = 4,16 \text{ m}$$

نصف قطر الحلقة المضيئة الخامسة

يعين من العلاقة

$$x_k^2 = (k + \frac{1}{2}) R \lambda \quad (1)$$

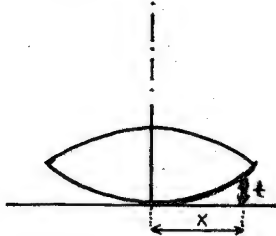
$$x_5^2 = (5 + \frac{1}{2}) R \lambda$$

انظر الشكل 5-1 . عندما يستخدم الضوء الابيض يكون الهدب المركزي

مظلماً ومحاطاً بألوان مقزحة .

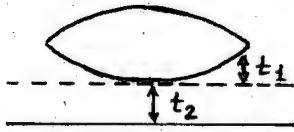
ب . عند رفع العدسة تدريجيا يصبح فرق المسير

$$\Delta = 2t_1 + 2t_2 = \frac{2x^2}{2R} + 2t_2$$



شكل 5-1

حيث  $t_2$  سماكة الطبقة الفاصلة بين قمة العدسة والصفحة الزجاجية ( انظر الشكل 5-2 ) . وتصبح من اجل الاهداب



شكل 5-2

المضيئة العلاقة (1) من الشكل :

$$\frac{x^2}{R} + 2t_2 = (K + \frac{1}{2})\lambda$$

ومن اجل الاهداب المظلمة ، يكون

$$\frac{x^2}{R} = K\lambda - 2t_2$$

وهكذا نلاحظ ان الهدب ذا الرتبة  $K$  يعاني من تناقص نصف قطره

$$x_K^2 = \frac{K\lambda}{R} - \frac{2t_2}{R}$$

بازدياد  $t_2$  ، وفقا للعلاقة :

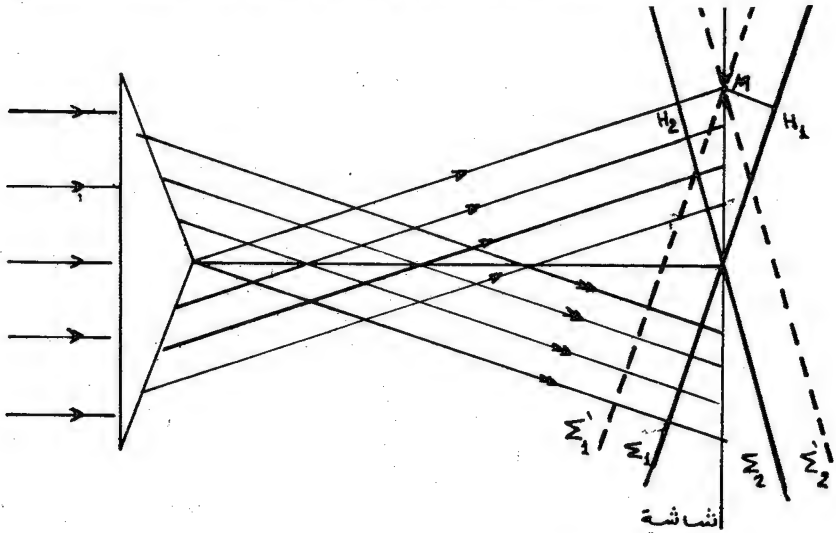
أي أن الاهداب تقترب من المركز .

6 - ترد موجة ضوئية مستوية طولها  $\lambda$  ناظميا على قاعدة موشر .

ثنائي مصنوع من زجاج قرينة انكساره  $n$  وزاويته الرأسية  $\theta$  . جد

عرض الهدب التداخلي على شاشة  $E$  واقعة خلف الموشر .

— ان الموجة النافذة من الموشر العلوي يمثل صدرها المستوي  $\Sigma_1$



شكل 1 - 6

في النقطة  $O$  . ويمثل  $\Sigma_1'$  صدرها في النقطة  $M$  من الشاشة ، ويكون  $\Sigma_1'$  متقدما على  $\Sigma_1$  بالمسافة  $MH_1$  .

ان الموجة النافذة من الموشر السفلي يمثل صدرها المستوي  $\Sigma_2$

في النقطة  $O$  ، ويمثل المستوي  $\Sigma_2'$  صدرها في النقطة  $M$  ، وهو متخلف

عن  $\Sigma_2$  بالمسافة  $H_2 M$  . وبالتالي يكون فرق المسير في النقطة  $M$  بين

$$\Sigma_1 \text{ و } \Sigma_2 : \Delta = H_2 M + M H_1 = 2 M H_2 = 2 y \sin \theta \approx 2 D y$$

حيث  $y$  بعد النقطة  $M$  عن النقطة المركزية  $O$  . و  $\theta$  زاوية الانحراف التي يسببها الموشور . وتكون  $M$  موضعا لهذب مضىء اذا تحققت المساواة

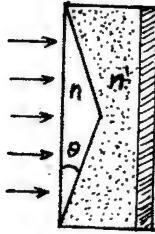
$$\Delta = K \lambda = 2 D y$$

$$y = K \frac{\lambda}{2 D}$$

حيث أن  $K$  عدد صحيح . ومنه

$$i = \frac{\lambda}{2 D} = \frac{\lambda}{2 (n-1) \theta} \quad : \quad \text{أي أن عرض الهذب}$$

7 - تسقط موجة ضوئية مستوية ( $\lambda = 0,7 \cdot 10^{-6} m$ ) ناظميا على قاعدة موشور ثنائي مصنوع من زجاج قرينة انكساره ( $n = 1,52$ ) وزاويته ( $\theta = 5^\circ$ ) . نضع خلف الموشور ( الشكل 7-1 ) صفيحة زجاجية متوازية الوجهين ، وئملو الفراغ بينهما بالبنزول ( $n' = 1,5$ ) . نجد عرض الهذب التداخلي على الشاشة  $E$  الواقعة خلف الصفيحة .



شكل 7-1

— تكافؤ هذه المجموعة موشوري فرنل

بزاوية  $\theta'$  اصغر من  $\theta$  حيث أن الانحراف الكلي الذي تحدثه المجموعة ، يمكن تعيينه بالعلاقة

$$n \sin \theta = n' \sin \alpha$$

( لاحظ أن الصفيحة متوازية الوجهين لا تسبب أي انحراف في مسار الأشعة ) .

بما أن الزاوية  $\theta$  صغيرة لذلك يكون

$$\alpha = \frac{n}{n'} \theta$$

وتعطى زاوية الانحراف في حالة الموشير الرقيقة بالعلاقة :

$$D = (\alpha - \theta) = \left( \frac{n}{n'} - 1 \right) \theta \quad (1)$$

في حالة الموشور المغمور بالهواء والمكافئ للمجموعة السابقة ( أي الموشور ذو الزاوية  $\theta'$  والذي يسبب نفس الانحراف للأشعة )

يكون :

$$D = \theta' (n - 1) \quad (2)$$

بالمقارنة بين 1 و 2 نجد أن

$$\theta' (n - 1) = \left( \frac{n}{n'} - 1 \right) \theta$$



$$\theta' = \frac{n - n'}{n'(n - 1)}$$

ومنه

وهكذا تتوَل معالجة المسألة الى معالجة موشر مغمور في الهواء زاويته الرأسية  $\theta'$ .

وهكذا يعطى عرض الهدب بالعلاقة (انظر المسألة 6) :

$$\begin{aligned} i &= \frac{\lambda}{2D} = \frac{\lambda}{2(n-1)\theta'} = \frac{\lambda}{2(n-1) \cdot \frac{n-n'}{n'(n-1)} \theta} = \\ &= \frac{n'\lambda}{2(n-n')\theta} = \frac{\lambda}{2(\frac{n}{n'} - 1)\theta} = \\ &= \frac{0,7 \cdot 10^{-6}}{2(\frac{1,52}{1,5} - 1) \frac{5\pi}{180}} \approx 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{aligned}$$

ملاحظة: يستعمل الترتيب المذكور في هذه المسألة للتخلص من الصعوبات التقنية لصناعة مواشير رقيقة جدا .

8 - عدسة محدبة مستوية نصف قطر انحناء وجهها (  $R = 40 \text{ cm}$  ) ،

توضع بحيث يمس سطحها المحدب صفيحة زجاجية . تشكل اهداب

تداخل ، ويكون نصف قطر واحد منها (  $x = 2,5 \text{ cm}$  ) . نراقب هذا

الهدب ، ونبدأ برفع العدسة عن الصفيحة ببطء لعلو (  $\Delta h = 5 \mu$  ) .

ماذا يصبح نصف قطر هذا الهدب ؟

$$\Delta = 2t \cdot \cos \theta' - \frac{\lambda}{2} \quad \text{— يعطى فرق المسير بالعلاقة}$$

ان شرط تشكل الاهداب المضيئة  $\Delta = K\lambda$

والاهداب المظلمة  $\Delta = (K + \frac{1}{2})\lambda$

حيث  $K$  عدد صحيح .

ومنه تعطى انصاف اقطار الاهداب المظلمة ، بالعلاقة

$$x_K^2 = KR\lambda$$

حيث أن العلاقة الرابطة بين  $x$  و  $t$  هي  $t = \frac{x_K^2}{2R^2}$  (انظر الشكل 8-1) .

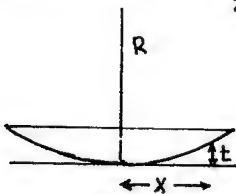
عند رفع العدسة بالسافة  $t'$  يصبح

$$\Delta' = 2(t + t')$$

وتعطى انصاف اقطار الاهداب

المظلمة  $x'$  بالعلاقة

$$\Delta' = 2\left(\frac{x_K^2}{2R} + t'\right) = K\lambda$$



شكل 8-1

$$x_K'^2 = R (K\lambda - 2t')$$

وتتناقص قيمة  $x'$  عند زيادة  $t'$  ذلك لأن  $R$ ،  $K$  و  $\lambda$  ثوابت، وتصبح القيمة الجديدة لـ  $x$  هي :

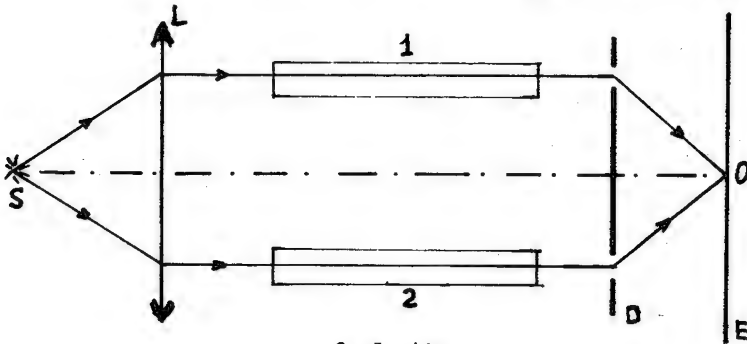
$$x_K' = \sqrt{x_K^2 - 2\Delta h R}$$

$$x_K' \approx \sqrt{5,85} \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

9 - يعرض الشكل 9-1 مخططاً لمقياس تداخلي، يستعمل لقياس

قرينة انكسار المواد .  $S$  شق ضيق يضاء بضوء وحيد اللون  $\lambda$  ( $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ ) . 1 و 2 انبويان متماثلان مملوءان بالهواء، طول كل منهما ( $L = 10 \text{ cm}$ ) .  $D$  حاجز يحوي شقين ضيقين. عندما يستبدل الهواء في الانبوبة 1 بغاز النشادر، يلاحظ انزياح اللوحة التداخلية المتشكلة على الشاشة  $E$  نحو الاعلى بـ  $N = 17$  هدبا. فاذا علمت أن قرينة انكسار الهواء ( $n = 1,000277$ ) : احسب قرينة انكسار غاز النشادر .

— ان فرق المسير في حالة امتلاء الانبوبين بالهواء له قيمة معدومة



شكل 9-1

من اجل الهدف المركزي  $O$  :

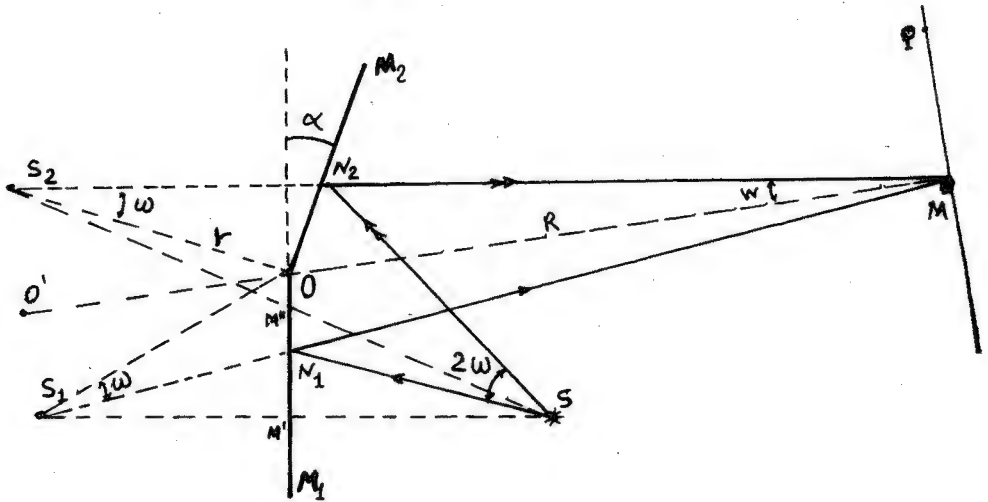
عند وضع غاز النشادر يصبح فرق المسير

$$\Delta = L (n_2 - n_1) = N \lambda$$

$$n_2 = n_1 + \frac{N \lambda}{L} = 1,000277 + \frac{17 \cdot 5,89 \cdot 10^{-8}}{10}$$

$$n_2 = 1,000377$$

- 10 - بين أنه في حالة مرآتي فرنل يقع كل من المنبع  $S$  وخياليه الوهميين  $S_1$  و  $S_2$  على محيط دائرة مركزها  $O$  ينطبق على نقطة تقاطع حرفي المرآتين مع المستوي العمودي على هذا الحرف والمار من النقطة  $S$  . استعن بالرسم 10-1 وبين ان :
- أ .  $S_1OS_2 = 2\alpha$  حيث  $\alpha$  الزاوية المحصورة بين المرآتين .
- ب .  $2\omega = \frac{2\alpha R}{(r+R)}$  حيث  $2\omega$  كوة التداخل\* من اجل النقطة المركزية  $M$  لحقل الرؤيا . حيث  $r$  المسافة  $OS$  و  $R$  المسافة  $OM$  . اذا كان  $R \gg r$  فبين أن  $2\omega = 2\alpha$  .
- ج .  $2W = 2\alpha \frac{r}{(r+R)}$  حيث  $2W$  زاوية اقتراب الشعاعين المتداخلين من اجل النقطة المركزية  $M$  للحقل .
- د .  $S_1S_2 = l = 2r\alpha$  .
- هـ . عرض الهدب  $l = \lambda \frac{r+R}{2\alpha r}$  .
- نشير الى أن الزوايا  $\alpha$  ،  $\omega$  و  $W$  صغيرة .



شكل 10-1

\*كوة التداخل هي الزاوية المحصورة بين زوج من الاشعة التي ستتداخل بعد عبورها شقي يونغ أو انكسارها في موشوري فرنل أو انعكاسها على مرآتي فرنل في نقطة ما من اللوحة التداخلية ( حقل التداخل ) .

-- نجد من الشكل بعد الأخذ بعين الاعتبار أن الشعاع الوارد والشعاع المنعكس يقعان في مستوى واحد ، وبالتالي  $S, S_1, S_2$  يقعوا في نفس المستوى . من تطابق المثلثين  $SOM'$  و  $S_1OM'$  نجد أن  $OS = OS_1$  ومن تطابق المثلثين  $SOM''$  و  $S_2OM''$  نجد أن  $OS = OS_2$  ومنه  $OS = OS_1 = OS_2$  ، وذلك من أجل أي وضع لأي أن الأخيلة تبقى ثابتة البعد عن النقطة  $O$  ، وذلك من أجل أي وضع للمنبع ، وبالتالي فهي تقع على محيط دائرة مركزها  $O$  .  
 آ . ان الزاويتين  $\alpha, M'SM''$  متساويتان بالتعامد ، والزاوية  $M'SM''$  محيطية تحصر القوس  $S_1OS_2$  . الزاوية  $S_1OS_2$  مركزية تحصر نفس القوس إذاً  $\hat{S_1OS_2} = 2\alpha$  .

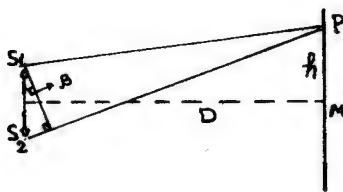
ب . ان قوة التداخل في حالتنا هي  $N_1SN_2 = 2w$  ، المثلثان  $S_2ON_2$  و  $S_1ON_1$  متطابقان  $OS_2N_2 = OS_1N_1 = w$  والمثلثان  $S_1ON_1$  و  $S_2ON_2$  متطابقان  $OS_1N_1 = OS_2N_2 = w$  والمثلثان  $S_1OM$  و  $S_2OM$  متطابقان أيضاً  $OS_1N_1 = OS_2N_2$  مما تقدم نستطيع كتابة العلاقات

$$\tan \alpha = \frac{S_2O'}{r} = \alpha, \quad \tan w = \frac{S_2O'}{O'M} = \frac{S_2O'}{r+R} \approx w$$

$$\frac{\alpha}{w} = \frac{r+R}{r} \Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha-w} = \frac{r+R}{r} \Rightarrow w = \frac{\alpha R}{R+r}$$

نلاحظ أنه من أجل  $R \gg r$  ان  $w = \alpha \frac{R}{1+\frac{r}{R}} \approx \alpha$   
 ج . من العلاقة السابقة نجد ان  $W = \frac{\alpha r}{r+R}$

$$S_1S_2 = 2r \sin \alpha \approx 2r\alpha$$



شكل 10-2

هـ . يعطى فرق المسير في حالة مرآتي فرنل بالعلاقة (انظر الشكل 10-2):

$$\Delta = S_1S_2 \cdot \sin \beta = S_1S_2 \cdot \frac{h}{D} = m\lambda$$

$$h = \frac{D \cdot m\lambda}{S_1S_2}$$

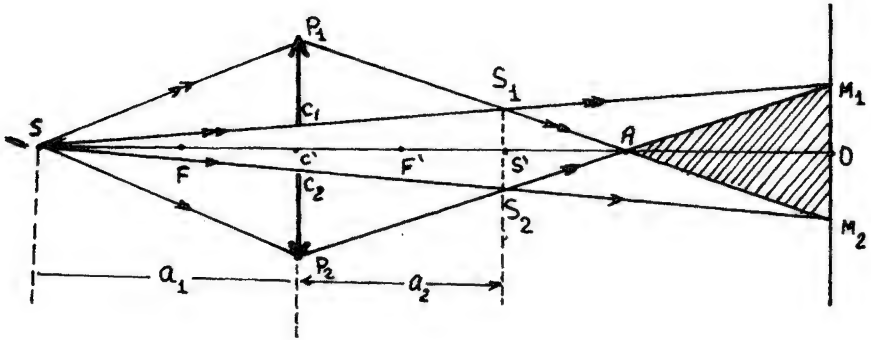
ومنه يكون عرض الهدب

$$i = h_2 - h_1 = \frac{D\lambda}{S_1S_2} = \frac{D\lambda}{2r\alpha} = \frac{(r+R)}{2r\alpha} \cdot \lambda$$

11 - عدسة مقربة بعدها المحرقي ( 20 cm ) وقطرها ( 4 سم )

شطرت الى شطرين متساويين، وجعل البعد بين المركزين البصريين للشطرين 1 مم . فاذا كان الشق المضيء يقع على مسافة ( $a_1 = 40 \text{ cm}$ ) من العدسة . وكان طول موجة الضوء المستعمل 0,55 ميكرون . احسب ماييلي : آ . البعدين المنبعين المترابطين ( خيالي الشق في شطري العدسة .

- ب . المسافة الفاصلة بين العدسة والشاشة التي تتكون عليها الاهداب حتى يكون البعد الهدي مساويا 0,11 مم .  
ج . عدد الاهداب المتكونة على الشاشة عندئذ .  
د . سماكة صفيحة شفافة متوازية الوجهين التي اذا وضعت في طريق احدى الحزمتين المتوازيتين ، أدت الى ازاحة الهدب المركزي عن موضعه بمقدار 0,8 مم .



شكل 11 - 1

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f}$$

— من العلاقة

حيث أن  $f = -f_1 = f_2$  نجد

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{-40} = \frac{1}{20} \Rightarrow a_2 = 40 \text{ cm}$$

حيث  $a_2$  بعد المستوي الذي يتشكل عليه الخيال عن العدسة . وبما أن العدسة مشطورة ( انظر الشكل 11 - 1 ) فان الخيال ينشطر الى خياليين  $S_1$  و  $S_2$  .

لحساب المسافة  $S_1 S_2$  ، نستفيد من تشابه  $\Delta S C C_2$  و  $\Delta S S' S_2$  فنجد أن:

$$S_1 S_2 = 2 S' S_2 = 2 \frac{C C_2}{a_1} (a_1 + a_2) = 2 \text{ mm}$$

نحسب بعد A عن C معتمدين على تشابه المثلثين  $C_1 S' P_1$  و  $A S_1 S'$

$$S'A = S'S_1 \frac{C_1 S_1}{C_1 P_1} = 20 \text{ mm}$$

$$AC = CS' + S'A = 2 + 20 = 22 \text{ cm}$$

ومنه

ب . يعطى البعد الهديبي  $i$  بالعلاقة

$$i = \frac{\lambda \cdot \overline{S_1 O}}{S_1 S_2} \Rightarrow \overline{S_1 O} = \frac{i \cdot \overline{S_1 S_2}}{\lambda} = \frac{0,11 \cdot 2}{0,55 \cdot 10^{-3}} = 40 \text{ cm}$$

ومنه يكون بعد الشاشة عن العدسة  $CO$

$$CO = \overline{CS'} + \overline{S'O} = 80 \text{ cm}$$

ج . عدد الاهداب =  $\frac{\text{عرض منطقة التداخل على الشاشة}}{\text{البعد الهديبي}}$

نجد من المثلثين  $SM_1M_2$  و  $SC_1C_2$  أن

$$M_1M_2 = 20 M_1 = \frac{\overline{OS} \cdot \overline{C_1C_2}}{SC} = \frac{120 \cdot 0,1}{40} = 0,3 \text{ cm}$$

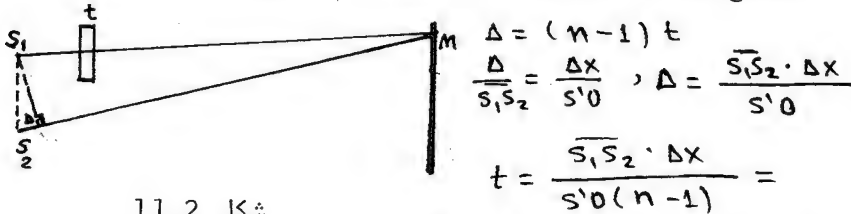
عدد الاهداب  $n = \frac{0,3}{0,011} = 27,3$  هدا

أي أن هناك 28 هدا مضيقا و 27 مظلما لأن الهدب المركزي مضيق.

د . عند وضع الصفيحة الشفافة ينزاح الهدب المركزي بالمسافة

$\Delta x$  في نفس اتجاه الخيال الذي وضعت أمامه الصفيحة ذات السماكة

$t$  . ويصبح فرق المسير من أجل الهدب المركزي ( انظر الشكل 11-2 )



شكل 11-2

$$= \frac{2 \cdot 0,8}{400 \cdot 0,5} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 8 \mu\text{m}$$

12 - استعمل لاضاءة مقياس مايكلسون التداخلي الخط الطيفي

الاصفر لضوء الصوديوم المؤلف من طولين موجيين  $\lambda_1 = 5890 \text{ Å}$

و  $\lambda_2 = 5896 \text{ Å}$  . يلاحظ اختفاء اللوحة التداخلية بشكل دوري أثناء

الازاحة الانسحابية لاحدى المرآتين ، فسر ذلك . جد مقدار ازاحة

المرآة بين ظهورين واضحين متتاليين للوحة التداخلية .

— نفرض ان وضوح اللوحة التداخلية يتحقق من أجل قيمة مامعينة

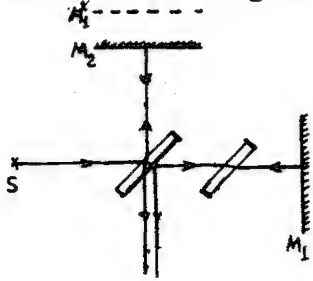
$t$  ( انظر الشكل 12-1 ) :

$$\Delta = 2t = n \lambda_2 = m \lambda_1$$

حيث أن  $m$  و  $n$  عدنان صحيحان . وهذا يعني تطابق النهايات العظمى

للوحة التداخلية المتشكلة بـ  $\lambda_1$  واللوحة التداخلية المتشكلة بـ  $\lambda_2$  .

عند تغيير  $t$  تتغير مواقع النهايات العظمى ومواقع النهايات الصغرى



شكل 12-1

لكلتا اللوحتين لتتطبق على بعضهما ،  
مما يؤدي الى اختفاء اللوحة التداخلية  
الحاصلة . وتظهر اللوحة التداخلية  
بوضوح من جديد عندما تتحقق المساوتين

$$2(t + dt) = (n + k) \lambda_2 = (m + k + 1) \lambda_1 \quad (1)$$

ومنه يكون شرط الانتقال من وضع واضح  
الى وضع واضح لاحق للوحة التداخلية

$$k \lambda_2 = (k + 1) \lambda_1 \quad (2)$$

من 1 و 2 نجد ان

$$2dt = k \lambda_2 \quad (3)$$

$$dt = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} \approx \frac{\lambda_2}{2\Delta\lambda} = 0,3 \text{ mm}$$

13 - يعرض الشكل 13-1 مخطط التداخل باستخدام مرآتي فرنل.

الزاوية بين المرآتين  $\alpha = 12^\circ$  ، المسافتان من خط تقاطع المرآتين الى  
الشق المضيئ S والى الشاشة E تساويان على الترتيب  $(r = 10 \text{ cm})$   
و  $(b = 130 \text{ cm})$  . طول موجة الضوء  $(\lambda = 0,55 \mu)$  . عين :

- أ . عرض الهدب على الشاشة ، وعدد النهايات الممكنة .
- ب . ازاحة اللوحة التداخلية على الشاشة من اجل ازاحة الشق  
بمقدار  $(\delta l = 1 \text{ mm})$  وفق القوس ذي نصف القطر  $r$  والمركز O .
- ج . من اجل أية قيمة عظمى للشق تبقى اللوحة التداخلية واضحة  
بشكل كاف .

أ : يعطى عرض الهدب بالعلاقة ( انظر الشكل 13-1 )

$$i = \Delta x = \frac{t}{d} \lambda$$

$$t = b + r \quad , \quad d = S_1 S_2 = r \sin(2\alpha) \approx 2r\alpha$$

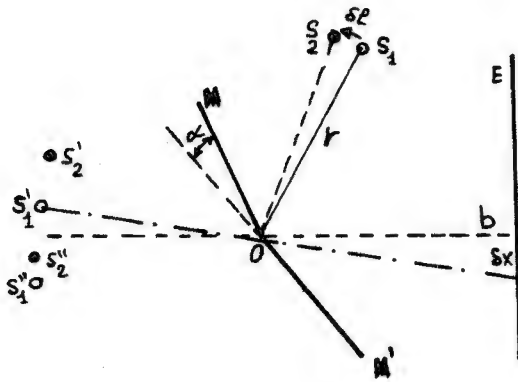
$$i = \frac{(b+r)\lambda}{2\alpha r} = \frac{140 \cdot 0,5 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 12 \cdot 10 \cdot \frac{\pi}{180 \cdot 60}} \approx 1,1 \text{ mm}$$

وتكون ساحة التداخل مساوية :

وهكذا فان عدد النهايات الممكنة  $n$  :

$$n = \frac{2b\alpha}{\Delta x} = \frac{2b\alpha}{\frac{(b+r)\lambda}{2\alpha r}} \approx 9$$

ب . عند ازاحة المنبع  $S_1$  بمقدار  $\delta l$  أي الى الموضع  $S_2$  ، ينزاح



موضعا الخياليين

$S_1'$  و  $S_1''$  الى  $S_2'$  و  $S_2''$  ،

باتجاه معاكس لاتجاه ازاحة

المنبع ، وذلك بالمقدار  $\delta l$

وهذا يقابله ازاحة في موضع

اللوحة التداخلية المتشكلة على

الشاشة E بالمقدار  $\delta x$  :

$$\delta x = b \cdot \frac{\delta l}{r} =$$

$$= 130 \cdot \frac{0.1}{10} = 1.3 \text{ cm}$$

شكل 13-1

ج . يمكن النظر الى الشق العريض على أنه مجموعة من الشقوق

الضيقة المتوضعة الى جوار بعضها البعض ، فمن اجل شق أعرض من

الشق العنصري يمكننا النظر الى اللوحة التداخلية المتشكلة عنه أنها

عبارة عن تراكب لوحيتين تداخليتين متشكلتين عن الشق العنصري وعن

شق جديد مزاح بمقدار ما عن الشق الاصلي ، وتبقى اللوحة الحاصلة

واضحة فيما بعد اذا تحقق الشرط .

$$\delta x \leq \frac{1}{4} \Delta x = \frac{1}{4} \lambda$$

حيث  $\delta x$  تمثل ازاحة اللوحة التداخلية المتشكلة عن الشق الجديد عن

اللوحة الاصلية ، وبزيادة  $\delta x$  التي ترتبط ب  $\delta l$  ، تأتي مرحلة تنطبق

فيها النهايات المضيئة لاحدى اللوحتين مع النهايات المظلمة للوحة

ال اخرى وتختفي بالتالي صورة التداخل . وهكذا بزيادة عرض الشق

تظهر اللوحة التداخلية وتختفي دوريا ، ولكن في هذه الحالة تبدو

اللوحة في حالة تشكلها قائمة على قاعدة مضاءة نسبيا . ويبين الشكل

13-2 توزيع شدة اضاءة اللوحة التداخلية في الحالتين المذكورتين

أنفا .

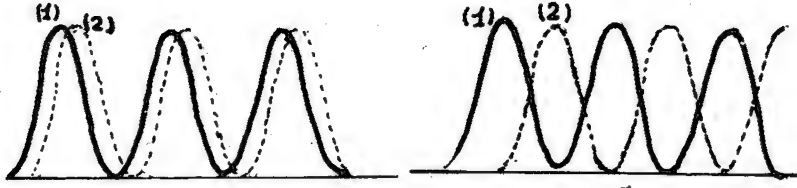
نعيد كتابة الشرط اللازم لتبقى اللوحة واضحة



$$\delta x \leq \frac{1}{4} \Delta x$$

نأخذ حالة المساواة فنجد :

$$b \frac{\delta \ell}{r} = \frac{1}{4} = \frac{(b+r)\lambda}{2\alpha \cdot r} \Rightarrow \delta \ell \approx 2,78 \cdot 10^{-4} \text{ cm.}$$

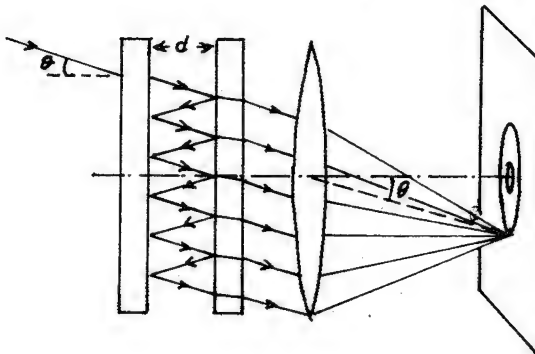


ازاحة بمقدار ربع هذب  
تبقى اللوحة الخاصلة عن  
تركيب 1 و 2 واضحة .

ازاحة بمقدار نصف هذب  
الصورة الحاصلة عن تركيب  
1 و 2 تظهر اضاءة منتظمة .

شكل 2- 13

14 - تتشكل في المستوي المحرقى لعدسة مقربة أثناء اضاءة معيار  
فابري سبيرو التداخلى بضوء وحيد اللون متباعد لوحة تداخلية (الشكل  
14-1) على هيئة جملة من الحلقات المتمركزة . فاذا كانت سماكة  
العيار تساوي  $d$  ، عين كيف تتعلق  
أ . مواضع الخواتم برتبة التداخل ، واوجد العلاقة الرابطة بين  
نصف القطر الزاوي للهدب  $K$  وبين  $K$  ورتبة التداخل العظمى  $P_0$  .  
ب . العرض الزاوي للهدب التداخلى .  
ج . كيف يتغير عرض الخواتم التداخلية ، عند استبدال الطبقة  
الهوائية بين الصفيحتين بطبقة من الماء قرينة انكسارها  $n$  .



شكل 1- 14

— ان مواقع النهايات  
العظمى تتعين بالعلاقة  
التالية :

$$2d \cos \theta = p \lambda \quad (1)$$

تؤدي زيادة الزاوية  $\theta$   
اي زيادة نصف قطر الخاتم  
الى نقصان رتبة التداخل  
فمن اجل الهدب المركزي

$$2d = P_0 \lambda \quad (2)$$

ومن اجل الهدب ذي الرقم 1 يكون

$$2 d \cos \theta_1 = (P_0 - 1) \lambda \quad (3)$$

اذا كانت الزاوية  $\theta$  صغيرة ، نستطيع أن نكتب

$$2 d \cdot \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\theta_1}{2}\right) = (P_0 - 1) \lambda \quad (3')$$

$$\theta_1^2 = \frac{2}{P_0} \quad \text{من 2 و 3 نجد}$$

وهكذا من اجل الهدب ذي الرقم  $K$  يكون :

$$2 d \cdot \left(1 - 2 \frac{\theta_K^2}{4}\right) = (P_0 - K) \lambda$$

$$\theta_K^2 = K \frac{2}{P_0} = K \frac{\lambda}{d} \quad \text{أي}$$

ب . يمكن ايجاد العرض الزاوي للهدب من مفاضلة العلاقة 1 مع ملاحظة أن الانتقال من هدب الى آخر يغير رتبة التداخل بمقدار 1 :

$$2 d \cdot \sin \theta \delta \theta = (\delta P) \lambda \Rightarrow \delta \theta = \frac{\lambda}{2 d \sin \theta} \quad (4)$$

ويلاحظ من هذه العلاقة ان العرض الزاوي للهدب يتناقص بازدياد الزاوية  $\theta$ ، أي يتناقص بتناقص رتبة التداخل .

ج . عند استبدال الهواء بطبقة من الماء قرينة انكسارها  $n$

يكون فرق المسير

$$\Delta = 2 d n \cos r \quad (5)$$

حيث  $r$  زاوية الانكسار . وتتعين مواضع الاهداب بدلالة  $r$  وفق العلاقة :

$$2 d \cdot n \cdot \cos r = K \lambda \quad (6)$$

بمفاضلة العلاقة 6 نجد أن :

$$2 d \cdot n \sin r \cdot \delta r = (\delta K = 1) \lambda$$

$$\delta r = \frac{\lambda}{2 n d \cdot \sin r} \quad \text{ومنه}$$

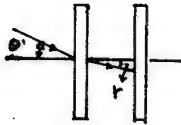
غير ان ( انظر الشكل 14-2 )  $\sin \theta' = n \sin r$

$$\cos \theta' \cdot \delta \theta' = n \cos r \delta r$$

$$\delta \theta' = \frac{n \cos r \delta r}{\cos \theta'} = \frac{n \cos r}{\cos \theta'} \cdot \frac{\lambda}{2 n d \sin r}$$

ومنه

$$\frac{\delta \theta'}{\delta \theta} = \frac{n \cos r}{\cos \theta'} \cdot \frac{\lambda}{2 n d \sin r} \cdot \frac{2 d \sin \theta}{\lambda} = \frac{\tan \theta}{\tan r}$$

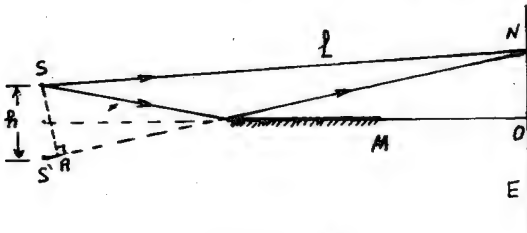


شكل 14-2

$$\frac{tg \theta}{tg r}$$

وهكذا يزداد عرض الهدب التداخلي بالنسبة

15 - في تجربة مرآة لويد ( الشكل 1 - 15 ) تتداخل الموجة الضوئية المنطلقة مباشرة من المصدر S ( شق ضيق ) مع الموجة المنعكسة عن المرآة M . تتشكل بنتيجة التداخل جملة اهداب تداخل على الشاشة E . البعد بين المصدر والشاشة (  $\ell = 100 \text{ cm}$  ) . يكون عرض الهدب على الشاشة من اجل وضع ما للمنبع مساويا (  $i = 0,25 \text{ mm}$  ) . اذا قمنا بابعاد المنبع عن مستوي المرآة بالمسافة (  $\Delta h = 0,6 \text{ mm}$  ) يتناقص عرض الهدب ب  $\eta = 1,5$  مرة . نجد طول موجة الضوء .



شكل 1 - 15

— يعطى فرق المسير  $\Delta$  بالعلاقة  $\Delta = S'A - \frac{\lambda}{2}$  حيث  $\frac{\lambda}{2}$  ناتجة عن الانعكاس على المرآة .  
ان شرط تشكل الاهداب المضئية  $\Delta = K\lambda$

وشرط تشكل الاهداب المظلمة

$$\Delta = (2K+1) \frac{\lambda}{2}$$

حيث أن K عدد صحيح . من تشابه المثلثين SS'A و BNO نجد

$$\frac{S'A}{ON} = \frac{S'A}{x} = \frac{2h}{\ell} \Rightarrow S'A = \frac{2hx}{\ell}$$

وهكذا تكون قيم x للاهداب المظلمة

$$x_K = \frac{K\ell\lambda}{2h}, \quad x_{K+1} = \frac{(K+1)\ell\lambda}{2h}$$

ومنه يعطى عرض الهدب بالعلاقة

$$i' = x_{K+1} - x_K = \frac{\ell\lambda}{2h}$$

عند ابعاد المنبع بالمقدار  $\Delta h$  يصبح عرض الهدب  $i'' = \frac{i'}{\eta}$

$$i' = \frac{\ell\lambda}{2(h+\Delta h)}$$

غير ان

$$i = \eta i' = \frac{\ell\lambda\eta}{2(h+\Delta h)} = \frac{\ell\lambda}{2h}, \quad 2h\eta = 2(h+\Delta h) \quad \text{ومنه}$$

$$h = \frac{\Delta h}{\eta - 1} \Rightarrow \lambda = \frac{2hi}{\ell} = \frac{2i\Delta h}{\ell(\eta - 1)} = 0,6 \mu$$

16 - ان الاهداب مختلفة الرتب في عيار فابري - بيرو التداخلي  
تملك شكل حلقات متمركزة :

آ . أين تتوضع اهداب الرتب العليا الى جوار المركز أم بعيدة عنه ؟  
ب . كيف يتعلق عرض الهدب برتبة التداخل ، بطول الموجة وبسماكة العيار  $h$  .

— من العلاقة  $p\lambda = 2h \cos \theta$  حيث  $\theta$  الزاوية بين الشعاع الخارج من الصفيحة والناظم عليها . نجد أن الاهداب تقترب من المركز في حالة زيادة الرتبة ( $+ \Delta p$ ) والزاوية  $\theta$  تتناقص .

$$\Delta \theta = \frac{\lambda}{2h \sin \theta} \quad . \quad \text{ب}$$

أي أن عرض الهدب يزداد بازدياد طول الموجة وبازدياد رتبة التداخل ويتناقص بزيادة  $h$  .

$$V = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max} + E_{\min}} \quad 17 - \text{جد تغير عامل وضوح رؤية الاهداب}$$

حيث  $E$  شدة الاضاءة ، في ترتيبات ( أجهزة ) فرنل بتابعة زيادة عرض المنبع .

— نقسم خيال المنبع ذي العرض  $2b$  الى اشطرة ( شرائح ) ضيقة  $dx \ll \lambda$  ، كل منها يمكنه أن يعطي اضاءة عظمى  $I_0 dx$  . فمن اجل نقطة  $N$  تبعد بالمسافة  $h$  عن النهاية العظمى المركزية  $M$  ( الشكل 1-17 ) ، تكون الاضاءة التي يسببها الجزء  $dx$  المجاور لمنتصف المنبع معطاة بالعلاقة

$$dE = I_0 dx \left( 1 + \cos \frac{4\pi \ell h}{\lambda D} \right) = I_0 dx \left( 1 + \cos \frac{2\pi h}{\beta} \right)$$

حيث أن  $\beta = \frac{\lambda D}{2\ell}$  العرض الهدبي لأهداب التداخل .

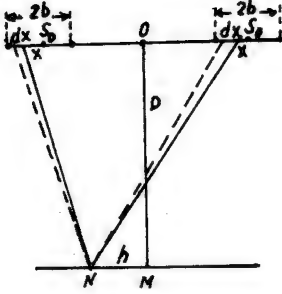
وتكون الاضاءة التي يحدثها الجزء  $dx$  المتموضع الى اليسار من  $S_0$  على مسافة  $x$  في النقطة  $N$  معطاة بالعلاقة :

$$dE = I_0 dx \left( 1 + \cos \frac{2\pi(h-x)}{\beta} \right)$$

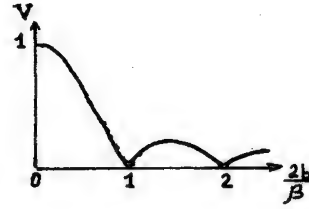
ونحصل على الاضاءة الكلية في النقطة  $N$  باجراء التكامل :

$$E = \int_{-b}^{+b} I_0 \left( 1 + \cos \frac{2\pi(h-x)}{\beta} \right) dx = 2I_0 b + I_0 \frac{\beta}{\pi} \sin \frac{2\pi b}{\beta} \cdot \cos \frac{2\pi h}{\beta}$$

- يعطي الحد الاول من الطرف الأيسر اضاءة ثابتة من اجل اللوحة ككل ( أي من اجل أية قيمة لـ  $h$  ) وهذه تمثل الخلفية (الفون) ،
- ويتغير الحد الثاني دوريا بتابعة  $h$  ( معطيا نهايات عظمية وصغرى ) .
- ويلاحظ أنه بزيادة عرض المنبع  $2b$  تبدأ الخلفية بالنمو التدريجي .
- ولا يمكن للنهايات العظمية كما هو ملاحظ من العلاقة أن تتجاوز القيمة  $I_0 \beta / \pi$  .



شكل 1 - 17



شكل 2 - 17

- إن زيادة عرض المنبع تؤدي الى انخفاض تباين الاهداب بالتدريج .

• وتدعى النسبة  $V = \frac{E_{max} - E_{min}}{E_{max} + E_{min}}$  بمعامل وضوح رؤية الاهداب .

$$V = \frac{\beta}{2\pi b} \left| \sin \frac{2\pi b}{\beta} \right| \quad \text{ومنه}$$

- وبزيادة  $2b$  تدريجيا تبدأ  $V$  بالانتهاء الى الصفر مارة بسلسلة من النهايات العظمية والصغرى . ويعرض الشكل 17-2 تغير وضوح رؤية الاهداب بتابعة  $2b/\beta$  .

## الفصل الثاني

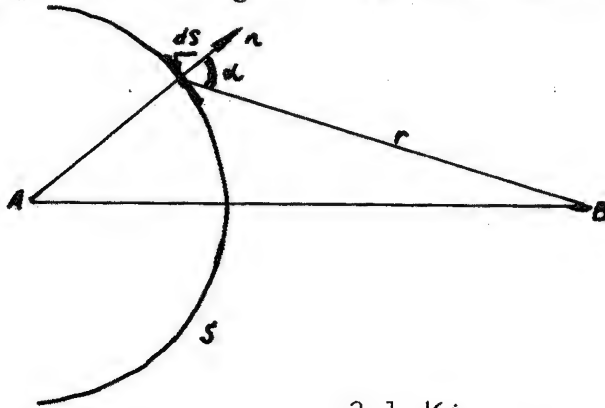
### الانعراج

#### 6 - مبدأ هويغنز - فرنل . مناطق فرنل .

ان الظواهر الانعراجية مرتبطة بخصائص الضوء في منطقة الظل وذلك عند عبوره خلال فتحة صغيرة ، أو التوائه حول الحواجز . ويشمل مبدأ هويغنز (Huygens' Principle) في تلك الصياغة التي منحها اياه العالم فرنل دراسة هذه الظواهر . وقد قدم العالم كيرتشاف (Kirchhoff) الاثبات الرياضي لهذا المبدأ .

ان كل نقطة من صدر الموجة حسب تصور هويغنز يمكن اعتبارها منبعاً لأمواج ثانوية . وتتملك هذه المنابع المساعدة نفس الطور (ذلك لانها تقع على نفس صدر الموجة) ، وبالتالي تعتبر منابع مترابطة . ونتيجة لذلك فان الأمواج الثانوية الصادرة عن هذه المنابع يجب أن تتداخل فيما بينها . وتعطي نتيجة هذا التداخل ( حسب فرنل) الموضع اللاحق لصدر الموجة ، موضحاً بذلك انتشارها .

يمكن دراسة انتشار الضوء من النقطة  $A$  الى النقطة  $B$  بالشكل التالي ( الرسم 2.1) . نحيط المنبع ( النقطة  $A$  ) بسطح اختياري  $S$  ، بعدئذ سوف نعتبر ان هذا السطح يصدر ضوءاً ، أي أن نقاطه



شكل 2.1

(وليس المنبع  $A$ ) هي التي ترسل الضوء الى النقطة  $B$  .  
يمثل اشعاع كل عنصر  $ds$  من السطح  $S$  الموجة الثانوية الكروية التي تحمل الاهتزاز الى النقطة  $B$  :

$$\frac{a_0}{r} \sin(\omega t - kr - \varphi) \quad (6-1)$$

حيث  $a_0$  السعة و  $\psi$  الطور للاهتزاز الحقيقي الواصل الى  $ds$  من النقطة  $A$ . ويظهر المضروب  $\frac{1}{r}$  تناقص كثافة الطاقة بـ  $r^2$  مرة في حالة الموجة الكروية التي تقطع المسافة  $r$  من  $ds$  الى المستقبل في النقطة  $B$ . ويكون تأثير العناصر  $ds$  في النقطة  $B$  في هذه الحالة - حسب فرنل - اصغر كلما كانت الزاوية  $\alpha$  المحصورة بين الناظم على السطح  $S$  والاتجاه الى النقطة  $B$  من العنصر المعني اكبر .

ان انتقاء السطح  $S$  اختياري ، ويجب في كل حالة محددة انتقاءه بالشكل الاكثر ملائمة ، فاذا تطابق هذا السطح مع جبهة الموجة المنطلقة من  $A$  ( كرة مركزها  $A$  ) ، فان جميع  $ds$  تملك نفس الطور . ومن اجل انتقاء آخر للسطح  $S$  ، فان أطوار المنابع المساعدة لتكون متساوية غير أن هذه المنابع بطبيعة الحال تبقى مترابطة . وإذا وجدت في طريق الموجة من  $A$  الى  $B$  حواجز أو لوحات بثقوب ، بحيث تغلق بعض أجزاء جبهة الموجة ، فان الاشعاع من هذه الاجزاء المحجوبة لاتصل الى النقطة  $B$  . وعلى هذا الاساس يقوم مبدأ هويغنز - فرنل لدراسة الحوادث الانعراجية .

اذا كان  $d\phi$  يمثل الموجة التي يصدرها الجزء  $ds$  ، فان السطح الكلي  $S$  يعطي موجة حاصلة في نقطة المراقبة ، وتحدد هذه الموجة بالتكامل

$$\phi' = \int_S K(\alpha) \frac{a_0}{r} \sin(\omega t - kr - \psi) ds$$

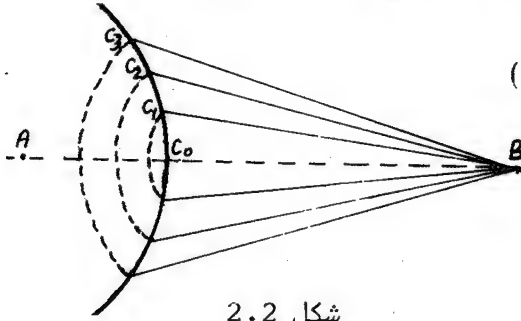
حيث  $K(\alpha)$  يأخذ تابعة الموجة للزاوية  $\alpha$  بعين الاعتبار . ويمثل هذا التكامل الاساس الرياضي لحل مسألة الانعراج . ويرتبط استخدامه في كثير من الحالات الهامة باسم كيرتشفوف .

يبسط تحليل وفهم مسألة تداخل الامواج الثانوية باستخدام طريقة "مناطق فرنل" . ولعرض هذه الطريقة ندرس بالتفصيل انتشار الضوء من  $A$  الى النقطة  $B$  ، ونختار بمثابة  $S$  سطح الجبهة الموجية (كرة مركزها في  $A$  للمنبع النقطي) . لنفرض  $C_0$  - نقطة تقاطع هذا السطح مع المستقيم الذي يصل النقطة  $A$  بالنقطة  $B$  ( الشكل 2.2 ) .

نقسم السطح  $S$  الى مناطق تملك ابعادا تكون من اجلها المسافات من حدودها الى النقطة  $B$  مختلفة بمقدار  $\frac{\lambda}{2}$  اي ان

$$C_1 B - C_0 B = C_2 B - C_1 B = C_3 B - C_2 B = \dots = \frac{\lambda}{2}$$

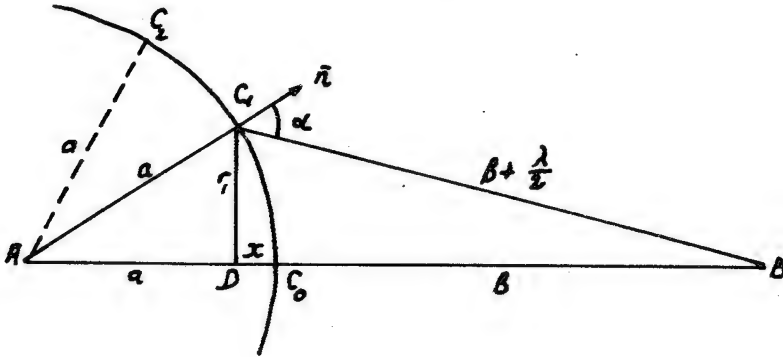
وهكذا تُضعف تأثيرات المناطق المتجاورة في النقطة  $B$  بعضها البعض ، من اجل التقسيم المذكور ( وبهذا تنحصر الفكرة الاساسية لطريقة فرنل ) . ويحدث هذا



شكل 2.2

لان المصادر التصويرية (التخيلية) للمنطقة  $C_0C_1$  موجودة على بعد من النقطة  $B$  اقرب بـ  $\frac{\lambda}{2}$  من المصادر الموافقة للمنطقة  $C_1C_2$  . وبالتالي تصل الاهتزازات الصادرة عنهم الى النقطة  $B$  متعاكسة في الطور . بهذا الشكل يضعف تأثير المنطقة المركزية في النقطة  $B$  وهكذا دواليك .

بما ان تأثير كل منطقة متناسب مع عدد النقاط المضيئة ، اي مع مساحة هذه المنطقة . نقوم بحساب مساحات بعض المناطق ، نجد من اجل المنطقة المركزية (الشكل 2-3) باستخدام المثلثين



شكل 2.3

$$r_1^2 = a^2 - (a-x)^2 = (b + \frac{\lambda}{2})^2 - (b+x)^2 \quad : DC_1B \text{ و } AC_1D$$

$$x = \frac{b\lambda + (\frac{\lambda}{2})^2}{2(a+b)} \quad \text{ومنه نستنتج قيمة } x \quad (6.2)$$

ونحصل من اجل ارتفاع  $x_m$  للشدة التي تضم  $m$  منطقة من مناطق فرنل

$$x_m = \frac{bm\lambda + m^2(\frac{\lambda}{2})^2}{2(a+b)} \quad (6.3)$$



إذا كان  $b \ll \lambda$  ، نحصل من اجل المنطقة الاولى على

$$x = \frac{b}{a+b} \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (6.4)$$

حيث  $x$  ارتفاع الشدة الكروية الممثلة للمنطقة الاولى . وتساوي مساحة هذه الشدة :

$$S_0 = 2 \pi a x = 2 \pi a \frac{b}{a+b} \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi a b}{a+b} \lambda \quad (6-5)$$

تعطى مساحة الشدة  $C_2 C_0$  الممثلة للمنطقتين الأوليتين بالعلاقة

$$2 \pi a x' = 2 \pi a \frac{b}{a+b} \lambda \quad (6-6)$$

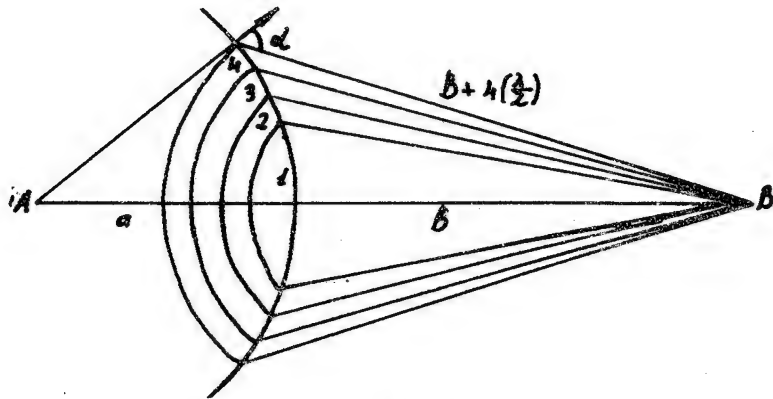
وهكذا نجد أن مساحة المنطقة الثانية تساوي :

$$\frac{2 \pi a b}{a+b} \lambda - \frac{\pi a b}{a+b} \lambda = \frac{\pi a b}{a+b} \lambda \quad (6-7)$$

اي انها تساوي مساحة المنطقة الاولى ، وجميع المناطق اللاحقة تملك نفس هذه المساحة تقريبا . وهكذا يُقسم انشاء فرنل في هذه الحالة سطح الموجة الكروية الى مناطق حلقة متساوية المساحة ، مساحة كل

منها  $\frac{\pi a b \lambda}{a+b}$  (شكل 2.4) .

يتناقص تأثير المناطق المنفصلة في النقطة  $B$  ، بازدياد الزاوية  $\alpha$  بين الناظم على سطح المنطقة والاتجاه الى  $B$  . وبالتالي يتناقص



شكل 2.4

تأثير المناطق تدريجيا من المنطقة المركزية 1 نحو المناطق الطرفية ( ذات الترقيم المرتفع ) ، وذلك بغض النظر عن تساوي ( أو حتى نمو

طفيف في ) مساحاتهم .

لنفرض أن تأثير المنطقة المركزية في النقطة  $B$  يعبر عنها باهتزازة  
 مثارة سعتها  $S_0$  ، وتأثير المنطقة المجاورة باهتزازة سعتها  $S_1$  ،  
 والتي تليها بسعة قدرها  $S_2$  وهكذا دواليك . ويتناقص تأثير المناطق  
 تدريجيا ( مع أنه ببطء ) من المركز الى الحواف ، بحيث ان  
 $S_0 > S_1 > S_2 > \dots$  الخ ... . فاذا كان  $n$  عدد المناطق  
 كبيرا بشكل كاف ، فان تأثير المنطقة ذات الترتيب  $n$  سيكون ضعيفا  
 جدا . وبما أن الاهتزازات من المناطق المتجاورة تصل الى  $B$  متعاكسة  
 في الطور ، فان الاهتزاز الحاصل في هذه النقطة ، والمشار من قبل  
 جميع المناطق يساوي :

$$S = S_0 - S_1 + S_2 - S_3 + S_4 - \dots =$$

$$= S_0 - (S_1 - S_2) - (S_3 - S_4) - (S_5 - S_6) - \dots \quad (6-8)$$

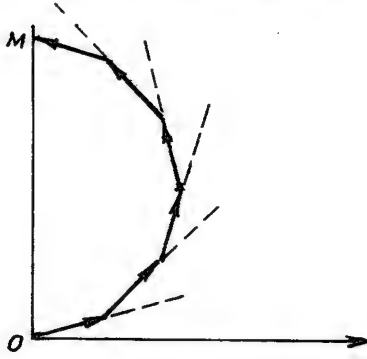
بما ان  $S_0 > S_1 > S_2 > S_3 > \dots$  ، فان جميع الاقواس تكون ذات اشارة  
 موجبة ، وبالنسبة  $S > S_0$  .

من هنا نرى ان سعة الاهتزاز الحاصل أصغر من سعة الاهتزاز الناتج  
 عن المنطقة الاولى فقط . وبالتالي يُرَد تأثير الموجة ككل في النقطة  
 $B$  ، الى تأثير جزء صغير منها أقل من المنطقة المركزية . فمن اجل  
 قيم  $a$  و  $b$  من رتبة  $10^2$  م ، تكون مساحة الجزء الفعال من الموجة  
 $\frac{\pi ab \lambda}{a+b}$  من رتبة  $10^{-2}$  م . وهكذا فان الضوء ينتقل من  $A$  الى  
 $B$  ضمن قنال دقيق جدا وفق  $AB$  ، أي أن انتشاره يتم وفق خطوط  
 مستقيمة .

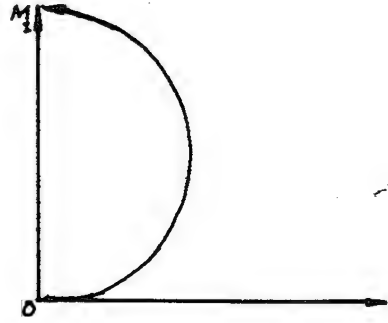
من المريح ايجاد الاهتزاز الحاصل في النقطة  $B$  ، بجمع الاهتزاز  
 الوارد من مختلف المناطق بيانيا .

لكي نمثل تأثير احدى المناطق بيانيا ، نقوم بتقسيمها الى أجزاء  
 صغيرة متساوية بحيث يمكن اعتبار كل منبع من هذه المنابع الصورية  
 مشعا لامواج متفقة في الطور . ويمثل تأثير مثل هذا المنبع شعاع  
 يعين طوله بالسعة ، ويحدد اتجاهه بالطور المرتبط بذلك المنبع .  
 ويمثل تأثير الجزء المجاور بشعاع طويلته تساوي طويلة الشعاع  
 السابق ، غير أن اتجاهه يميل على اتجاه الشعاع الآخر . ويشع الجزء  
 الاخير من المنطقة على تعاكس تقريبا في الطور مع الاول ، ذلك لأن

بعديهما عن المنطقة  $B$  مختلفان بـ  $\frac{1}{2}$  (الشكل 2.5) . وهكذا يمثل المخطط الشعاعي الذي يحدد تأثير سلسلة الاجزاء المشكلة لاحدى المناطق بخط منكسر ، ويمثل الاهتزاز الحاصل بالشعاع  $OM$  الذي يغلق ذلك الخط . ويبين الشكل أن المنطقة هنا قد قسمت الى ستة اجزاء .



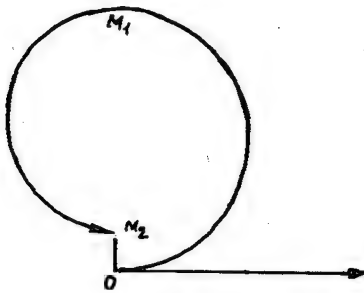
شكل 2.5



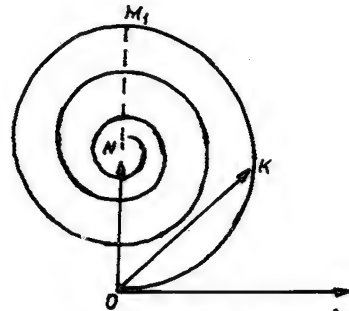
شكل 2.6

عندما يزداد عدد الاجزاء وذلك بتصغير ابعادهم ، يتحول الخط المنكسر الى قوس من دائرة (الشكل 2.6) . وهكذا يملك المخطط الشعاعي لتأثير المنطقة المركزية شكل نصف دائرة ، حيث يعبر الشعاع  $OM_1$  عن الاهتزاز الحاصل الذي يولده تأثير هذه المنطقة بمفردها فقط .

لكي نحسب تأثير المنطقة الثانية ، يجب الاستمرار في تكوين



شكل 2.7



شكل 2.8

المخطط الشعاعي ، وذلك بإنشاء نصف الدائرة اللاحق (الشكل 2.7) . ويملك القوس  $M_1M_2$  قطرا أصغر من  $OM_1$  ، ذلك لأن ميل المنطقة الثانية ( الزاوية  $\alpha$  ) أصغر من المنطقة المركزية . ونحصل على مخطط تأثير جميع الامواج باستمرار الانشاء (الشكل 2.8) . ويمثل الشعاع  $ON=S$

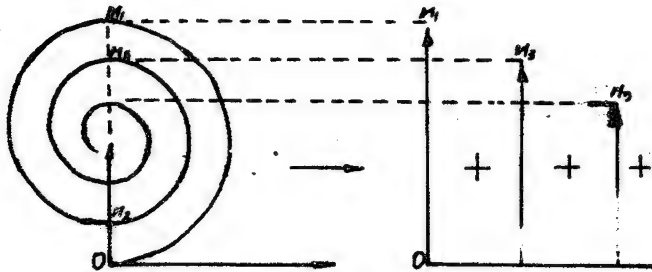
تأثير جميع الامواج . ويتضح من الرسم أنه يساوي نصف الشعاع  $S_0 = OM_1$  الذي يمثل تأثير المنطقة المركزية ، ويتفق معه في الاتجاه . وهذا يعني ان الاهتزاز في النقطة B الذي تحدثه جميع الامواج يتفق في الطور مع الاهتزاز الذي تولده المنطقة المركزية ، وتساوي طويلته نصف طويلة اهتزاز المنطقة المركزية . ويجب هنا ألا نخلط بين هذا الاهتزاز والاهتزاز الذي يولده نصف المنطقة المركزية ، والممثل بالشعاع  $OK$  ، ويلاحظ ان هذا الشعاع لا يساوي  $ON$  .

نشير مرة اخرى الى أن المخططات الشعاعية تعتبر رمزية ، ولا ترتبط بشكل مباشر بالشعاعين  $\vec{E}$  و  $\vec{H}$  للموجة الكهرومغناطيسية الضوئية . غير أن استعمالهم يبسط بشكل كبير دراسة المسائل الانعراجية .

يمكن التأكد من واقعية مناطق فرنل باستخدام الشاشة ذات المناطق . اذا جهزنا شاشة تغطي المناطق الزوجية أو الفردية فقط ، فاننا نحصل على زيادة في الاضاءة في النقطة B . ويجب ان نوضع هذه الشاشة في مكان محدد بين النقطتين A و B ، ذلك لأن اقطار مناطق فرنل تتعلق بـ  $a$  و  $b$  . فمن اجل المنطقة ذات الترتيب  $m$  ، يكون :

$$r_m = \sqrt{\frac{mab\lambda}{a+b}} \quad (6-9)$$

ويمثل تأثير هذه الشاشة ( الصفيحة ذات المناطق ) تأثير المجموعة المجمعة . فاذا أغلقنا على سبيل المثال جميع المناطق الفردية ، فان الموجة العابرة لمثل تلك الصفيحة ، سوف تعطي في النقطة B سعة للاهتزاز قيمتها :  $S = S_0 + S_2 + S_4 + S_6 + \dots$

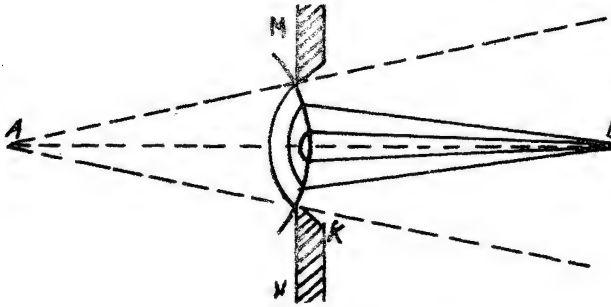


شكل 2.9

وتكون السعة الحاصلة في هذه الحالة أكبر بكثير من السعة التي تولدها الموجة باكملها عندما لا تكون محجوبة ، وهذا ما نلاحظه على المخطط الشعاعي المعروض على الشكل 2.9 .

## 7 - بعض المسائل البسيطة في الانعراج .

ندرس من جديد انتشار الضوء من النقطة  $A$  الى النقطة  $B$  . ولنفرض ان حاجزا عاتما  $MN$  يحوي على فتحة دائرية صغيرة  $K$  ، قد وضع في طريق الاشعة بين النقطتين  $A$  و  $B$  (الشكل 2.10) . كيف يؤثر ذلك على شدة الضوء في النقطة  $B$  ( نفرض ان مركز الفتحة يقع على المستقيم  $AB$  ) ؟

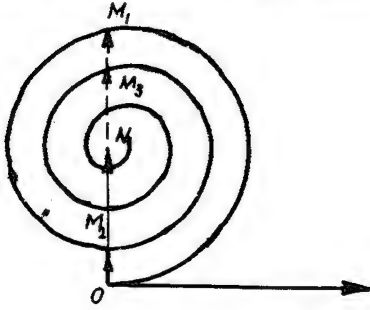


شكل 2.10

لكي نجيب على هذا السؤال ، نختار سطح فرنل - المحل الهندسي للمنابع الثانوية النقطية . لنفرض أن هذا السطح يمس الحاجز  $MN$  ، وينطبق داخل الفتحة على سطح الموجة الكروية . نجزيء هذا السطح الى مناطق فرنل الحلقية ، كما فعلنا ذلك في الفقرة 6 ، أي بشكل نجعل فيه الاشعة الصادرة عن المناطق المتجاورة على تعاكس في الطور بحيث تضعف بعضها البعض أثناء التداخل .

تصل الى النقطة  $B$  الاشعة الصادرة عن تلك المناطق الموجودة داخل الفتحة (ذلك لأن الحاجز العاتم لا يمرر الاشعة) . ويلاحظ على رسمنا وجود ثلاث مناطق مفتوحة . ويمكننا اعتمادا على المخطط الشعاعي (فقره 6) أن نعين الشدة في النقطة  $B$  ، وتساوي هذه الشدة مربع الشعاع  $OM_3$  (الشكل 2.11) . وبما أن الشدة في النقطة  $B$  من اجل موجة مفتوحة تساوي مربع  $ON$  ، نلاحظ أنها في حالة وجود الحاجز اكبر منها في حالة عدم وجودها . وتحصل أعظم اضاءة في حالة ابقاء المنطقة الاولى فقط مفتوحة (الشعاع  $ON_1$ ) . اصف الى ذلك ان الاضاءة تبقى في النقطة  $B$  من أجل أي عدد غير زوجي من المناطق المفتوحة أكبر منها في حالة عدم وجود الحاجز (الشعاع  $ON$ ) . ويزداد عدد المناطق مع زيادة قطر الفتحة . وتسعى الشدة في

النقطة  $B$  الى شدة الموجة المفتوحة . وهكذا فان الظاهرة المدروسة تحدث فقط من اجل افتتاحات الصغيرة التي تحوي عددا صغيرا نسبيا من مناطق فرنل .

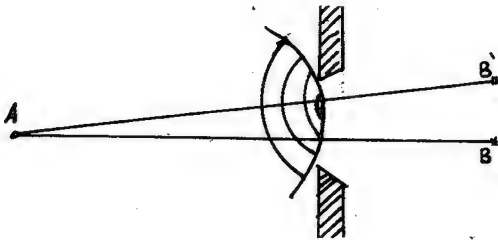


شكل 2.11

ومن المثير حقا الحالة التي يوجد فيها عدد زوجي من المناطق المفتوحة ، مثلا اثنتان فقط ، تحدد السعة في هذه الحالة للأمواج الضوئية في النقطة  $B$  بالشعاع  $ON$  الذي يقل كثيرا

عن  $ON$  ( ذلك لأن المنطقتين المتجاورتين تعملان على اضعاف تأثيرهما المشترك في النقطة  $B$  ) . وأثناء ذلك تظهر في المنطقة المركزية للحقل بقعة ظلمة . إن هذه النتيجة الغير منتظرة لا يمكن تفسيرها من وجهة نظر الضوء الهندسي ، الذي يفترض تشكل خيال للفتحة على صورة بقعة ضوئية منتظمة الاضاءة . عند زيادة أبعاد الفتحة تساهم مناطق فرنل الأكثر فالأكثر في زيادة الاضاءة ، وتختفي هذه الظاهرة تدريجيا ، ذلك لأن السعة تسعى الى  $ON$  شعاع الموجة المفتوحة .

إذا ازيلت نقطة المراقبة الى جوار النقطة  $B$  ، فان شروط الايضاح تختلف ، ذلك لأن الفتحة تمرر من اجل النقاط الجانبية عددا غير صحيح من مناطق فرنل الحلقية ( الشكل 1.12 ) . ان حساب الشدة في هذه الحالة صعبا ، الا أنه

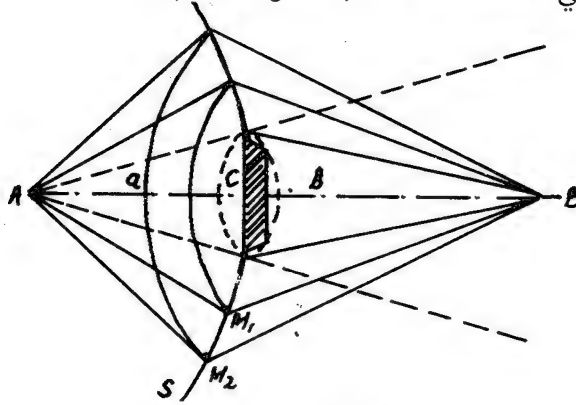


شكل 2.12

استنادا الى التناظر ، يتضح أن اللوحة يجب ان تملك هيئة خاتمية لخواتم مظلمة ومضيئة ، تتحول أثناء الابتعاد عن النقطة  $B$  الى ظل متجانس .

ويتعلق وضع الاضاءة في المركز بأبعاد الفتحة وطول الموجة والمسافة بين الحاجز والنقطتين  $A$  و  $B$  . إن ظاهرة نشوء الأهداب الخاتمية المظلمة والمضيئة بالاضافة الى الدائرة منتظمة الاضاءة تفسر استنادا الى النظرية الموجية للضوء وتدعى بانعراج فرنل على الحلقات المستديرة .

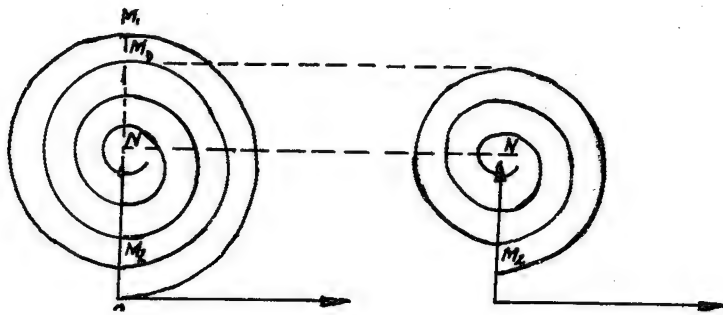
لنفرض الآن أن قرصا عاتما صغيرا  $C$  (من الأفضل تجريبيا استعمال كرة صغيرة) موجود في طريق الأشعة الواردة من  $A$  الى  $B$ . كيف تتغير الإضاءة في النقطة  $B$  ؟ (الشكل 2.13).



شكل 2.13

للإجابة على هذا السؤال نستخدم أسلوب فرنل . نختار بمثابة سطح مساعد  $S$  ، مرة أخرى ، جبهة الموجة الكروية التي تماس القرص العاتم ، ونجزئها الى مناطق حلقيه . ولنفرض أن القرص يغطي عددا صغيرا من المناطق . عندئذ تتوقف المناطق المحجوبة بطبيعة الحال عن المساهمة في تشكيل الإضاءة في النقطة  $B$  وتبقى مساهمة المناطق المفتوحة .

إذا فرضنا مثلا انغلاق المنطقتين الأوليتين ، فإن الاهتزاز في النقطة  $B$  يحدده الشعاع  $M_2N$  (وذلك في مكان  $ON$  في حالة اختفاء القرص) ،



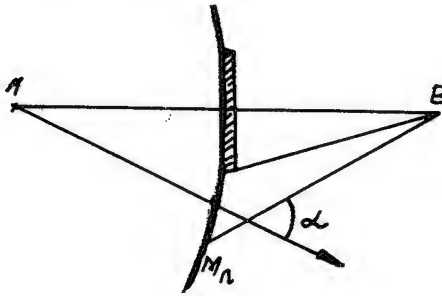
شكل 2.14

وهذا الشعاع يختلف بمقدار قليل عن الشعاع  $ON$  ، أي أن شدة الضوء في النقطة  $B$  تبدو كما كانت تقريبا في حالة غياب القرص (الشكل 2.14). إذا حجب القرص عددا من المناطق المركزية ، فإن أول منطقة مفتوحة

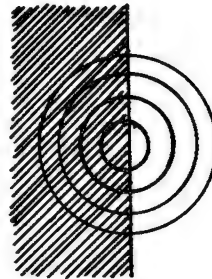
"تلعب دور المنطقة المركزية"، بمعنى أن تأثيرها يساوي تقريبا تأثير المنطقة المركزية للموجة المفتوحة (ذلك اذا كان ترتيبها ليس كبيرا جدا، أي أن القرص صغير) .

وهكذا يلاحظ في مركز الظل الذي يخلفه القرص بقعة مضيئة . ويحاط الظل نفسه بأهداب حلقية مضيئة ومظلمة على التوالي . وتدعى هذه الظاهرة بانعراج فرنل على حاجز دائري . وكأن الضوء ينحرف (ينحني) في منطقة الظل ، وهذا يعتبر نتيجة من نتائج الطبيعة الموجية للضوء .

عند زيادة أبعاد الحاجز ، تزداد نمرة أول منطقة مفتوحة ، وتزداد في هذه الحالة الزاوية  $\alpha$  بين الناظم على هذه المنطقة والاتجاه الى النقطة B ( الشكل 2.15) . وتنخفض شدة الاشعاع الثانوي الصادر عن المنطقة نحو B بقوة في هذه الحالة ، وتختفي البقعة المضيئة



شكل 2.15



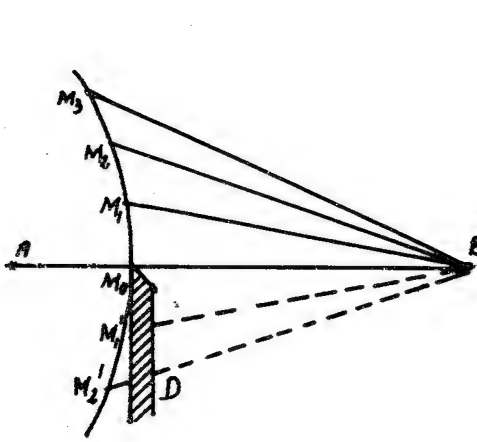
شكل 2.16

في مركز اللوحة . وهكذا فإن الانعراج يلاحظ فقط في حالة الحواجز الصغيرة التي تغطي عدداً غير كبير من مناطق فرنل . إضافة الى ما قيل سابقا يجب أن يكون القرص دائريا ويملك حوافا دقيقة . حيث يمكنه في هذه الحالة فقط تغطية عدد محدد من المناطق ويولد بالتالي ظاهرة الانعراج .

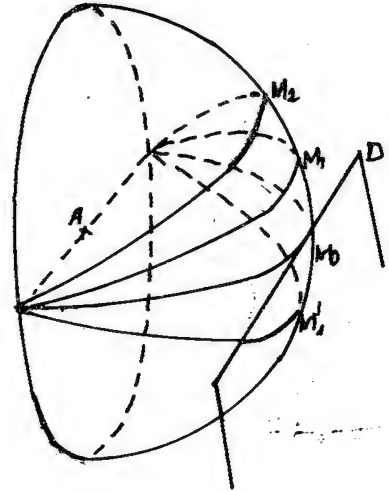
ندرس في النهاية الانعراج الحاصل على حافة حاجز مستقيم طويل . يسمح هذا بدراسة الانعراج على شق ضيق أيضا . نختار كما هو الحال في المرات السابقة ، جبهة موجة كروية بمثابة سطح فرنل . غير أن تقسيمها الى مناطق حلقية في هذه الحالة غير مناسب ، ذلك لأن الحاجز ذا الحافة المستقيمة يقطعها ، ويكون صعبا حساب تأثير المناطق



المفتوحة أو المحجوبة جزئيا . ويعرض الشكل 2.16 صورة مثل هذا الحاجز وسلسلة من مناطق فرنل (الصورة مأخوذة من النقطة B) . من المناسب في الحالة السابقة تقسيم جبهة الموجة الى مناطق بشكل مغاير لما سبق ( الشكل 2.17) . لنفرض أن الضوء ينطلق من A الى B ، ويوجد في طريق الاشعة حاجز لانهاضي D (عمودي على مستوي الشكل ) . نوصل من النقطة B المستقيمات  $BM_0, BM_1, BM_2, \dots$  و  $BM'_1, BM'_2, \dots$  التي تختلف بطول مقداره  $\frac{\lambda}{2}$  ، أي أن  $BM_1 - BM_0 = BM_2 - BM_1 = \dots = \frac{\lambda}{2}$  نمرر خلال المركز A مستويات موازية لحرف الحاجز D ، وتقطع



شكل 2.17



شكل 2.18

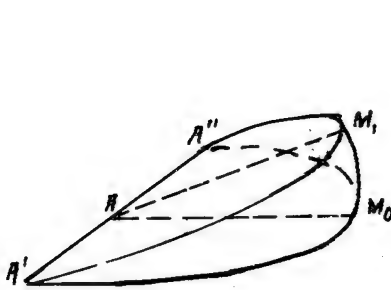
جبهة الموجة في النقاط  $M_0, M_1, M_2, \dots$  و  $M'_1, M'_2, \dots$  . عندئذ يُقَطَّع سطح الموجة الى اجزاء كما تقطع الكرة الارضية الى حوز وبواسطة خطوط الطول ، ويبقى الخلاف بأن مساحات هذه الاجزاء غير متساوية ، ذلك لأن المسافات  $M_0M_1, M_1M_2, M_2M_3, \dots$  تختلف عن بعضها البعض . ويعرض الشكل 2.18 كيفية تقطيع الموجة الكروية الى مثل هذه المناطق من اجل حرف مستقيم للحاجز . ويبين الشكل 2.19 هيئة واحدة من مناطق فرنل حيث

$$AM_0 = AM_1 = AA' = AA''$$

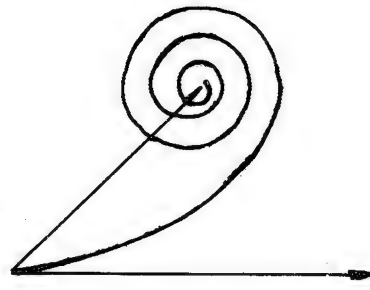
نصف قطر الكرة . ويتضح بسهولة أن مساحة المنطقة تتناقص كلما

ابتعدنا عن المنطقة المركزية . وهذا التناقص يجري بسرعة في البداية ثم يتباطىء . وتصل الاشارات الضوئية من المناطق المتجاورة الى النقطة  $B$  على تعاكس في الطور (انظر الشكل 2.17) كما هو الحال فيما سبق ، الا أن سعاتهم تتناقص بسرعة اكبر بكثير مما سبق .

ندرس المخطط الشعاعي لكي نحسب تأثير المناطق المختلفة (يجري الحديث هنا ، بطبيعة الحال ، عن تلك الاجزاء المجاورة للخط  $M_0 M_1 M_2$  ، ذلك لأن اجزاء المناطق البعيدة الى اليمين أو الى اليسار عن هذا الخط تعطي مساهمة مهمة تقريبا في الاهتزاز الحاصل،



شكل 2.19



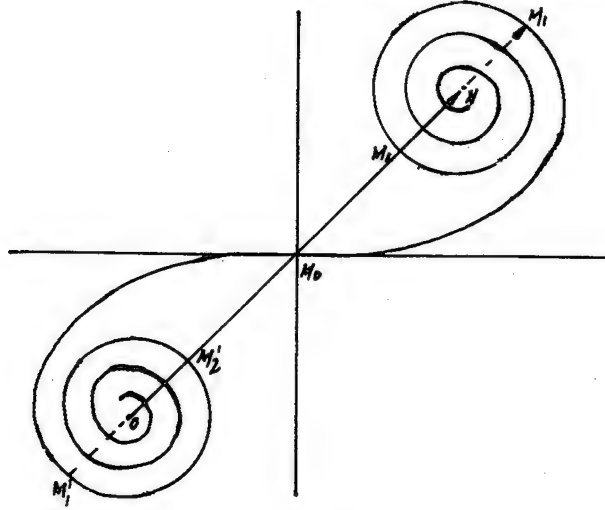
شكل 2.20

وذلك نتيجة لزوايا الانحراف الكبيرة ) . ونحصل ايضا في هذه الحالة على لولب (الشكل 2.20) ، كما هو عليه الحال في المناطق الحلقية لفرنل . الا أن هذا اللولب أكثر انسيابية (أقل انحدارا) ذلك لأن مساحة المناطق تتناقص أثناء الابتعاد عن  $M_0$  ، ولأن الاشعة الممثلة لتأثير الاجزاء الصغيرة المتتالية لكل منطقة تتناقص في حالتنا هذه بسرعة أكبر ( كان تناقص الاشعة في الحالة السابقة يتم بسبب ازدياد ميل المنطقة فقط ) .

يمثل اللولب المذكور تأثير الجزء العلوي المكشوف لنصف الموجة الكروية . وعند ازالة الحاجز يساهم في تشكيل الاضطراب في النقطة  $B$  النصفان معاً للموجة . ويملك المخطط الشعاعي ، من اجل مثل ذلك التقسيم المختار للمناطق هيئة لولب متناظر يدعى بحلزون كورنو (Cornu's spiral) ويعرضه الشكل 2.21 .

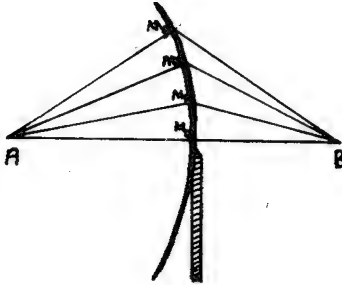
يمثل الشعاع  $ON$  الذي يصل بين محرقى اللولب الاهتزازة الحاصلة التي تحدثها جميع الامواج . ويمثل الشعاع  $M_0 M_1$  الشدة التي تولدها

المنطقة الاولى  $M_0M_1$  ، أما الاهتزازات التي يولدها في  $B$  النصف العلوي للموجة فيمثلها الشعاع  $M_0N$  .

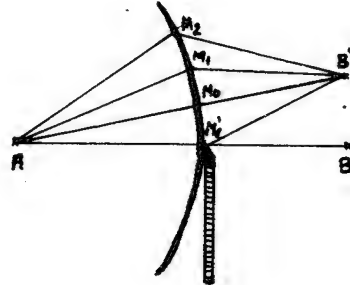


شكل 2.21

ندرس الآن الانعراج على حرف حاجز (الشكل 2.22) بمساعدة حلزون كورنو . يؤثر في النقطة  $B$  الواقعة على حدود الظل الهندسي، النصف العلوي للموجة ، والموافق للشعاع  $M_0N$  على حلزون كورنو (انظر الشكل 2.21) . بما أن  $M_0N = \frac{1}{2}ON$  ، تكون السعة الملاحظة في النقطة  $B$  مساوية لنصف سعة الموجة الكلية التي ستلاحظ في حالة نزع الحاجز  $D$  . وعند الانتقال من النقطة  $B$  نحو الأعلى (في المنطقة المضاءة ) يبدأ تأثير مناطق النصف السفلي للموجة .



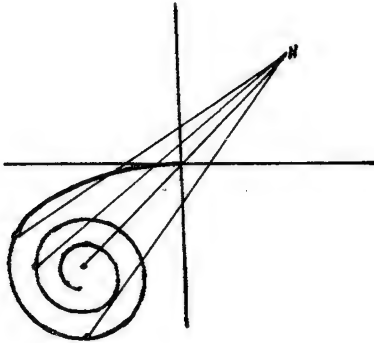
شكل 2.22



شكل 2.23

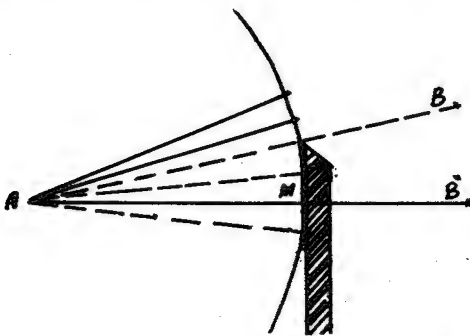
ويبين الشكل 2.23 مثلاً ، تأثير المنطقة السفلية الاولى في النقطة  $B'$  .

ولكي نحسب تأثيرها يجب أن نضع مبدأ الشعاع على منحنى كورنو في الجزء السفلي . وهكذا اذا ساهمت بالاضافة الى النصف العلوي بأكمله ، المنطقة الاولى من النصف السفلي ، فان الاضطراب في النقطة  $B'$  يوصف بالشعاع  $M_1'N$  (انظر الشكل 2.21) . واذا ساهمت بالاضافة الى النصف العلوي منطقتان من النصف السفلي ، فان الاضطراب في  $B'$  يمثل بالشعاع  $M_2'N$  ذي الطول الأقصر . وهكذا فان ازاحة النقطة من  $B$  الى  $B'$  تقابل ازاحة مبدأ الشعاع الى النصف السفلي لحلزون كورنو . وتبقى نهاية الشعاع في  $N$  ، ذلك لأن النصف العلوي يساهم دوماً من اجل جميع نقاط المجال العلوي المضاء (الشكل 2.24) . واثناء الانتقال يمر الشعاع بسلسلة من النهايات العظمى والصغرى حول  $ON$  . وهذا يعطي أهداباً مضيئة واقل اضاءة (مظلمة) .

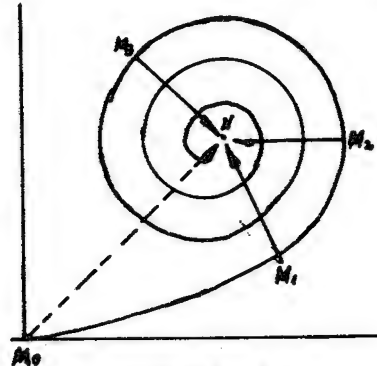


عندما يحدث الانتقال من  $B$  نحو الأسفل (في مجال الظل) تتحجب بعض المناطق لنصف الموجة العلوي (الشكل 2.25) ، وهذا يقابله حركة مبدأ الشعاع الحاصل على النصف العلوي للحلزون . ويلاحظ نقصان طوله باطراد (الشكل 2.26) . وهكذا تكون تابعة شدة الضوء لموضع نقطة الملاحظة كما هي مبينة

على الشكل 2.27 . وترمز  $I_0$  هنا الى الشدة بدون حاجز (مربع الشعاع

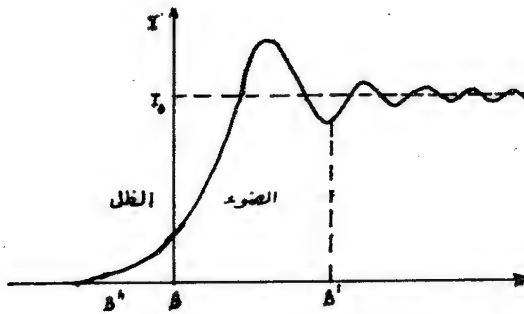


شكل 2.25



شكل 2.26

(ON) . وتكون الشدة في النقطة B تساوي  $\frac{1}{4} I_0$  ، ذلك لأن السعة  $a_0 \cdot \frac{1}{2}$  و  $I_0 \sim a_0^2$  . وينحدر تباين الاهتداب أثناء الابتعاد عن B في المنطقة المضاءة ، وذلك لزيادة المناطق المساهمة والمتأتية من



شكل 2.27

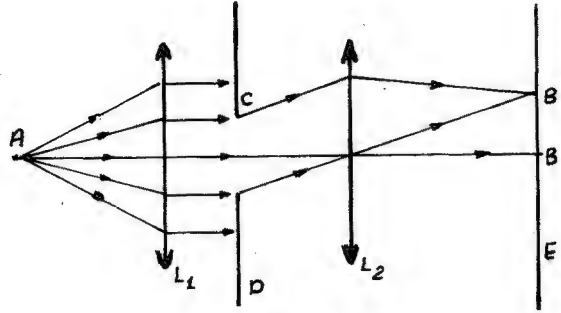
النصف السفلي للموجة . ويلاحظ في منطقة الظل تناقص مطرد للشدة ( النقطة B' ) . وتكون المساحة تحت المنحني مساوية للمساحة تحت المستقيم  $I = I_0$  ، ذلك لأن الشدة تتوزع فقط في الفضاء ( الطاقة محفوظة )  
8 - انعراج فراونهوفر (Fraunhofer) .

لقد درسنا في الفقرتين السابقتين عددا من المسائل الانعراجية ، وقد كانت الجبهة الكروية للموجة الأولية الواردة الخاصة المشتركة لتلك المسائل . وتدعى ظاهرة الانعراج هذه المتأتية من منبع نقطي (الذي يملك جبهة كروية) بانعراج فرنل .

إذا كان المنبع موجودا على بعد كبير جدا من الفتحة أو الحاجز فإن جبهة الموجة تصبح مستوية (كرة ذات نصف قطر كبير) . ويدعى الانعراج الذي يحدث في حالة الأشعة المتوازية بانعراج فراونهوفر ، (نحصل على الجبهة المستوية عمليا ، بوضع منبع ضوئي نقطي في محرق عدسة مجمعة) . وتسهل الدراسة في هذه الحالة ، ويمكن الحصول على سلسلة من التابعيات التحليلية .

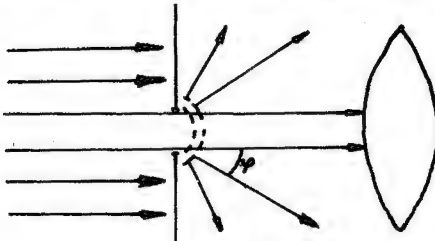
توضع ، أثناء ملاحظة انعراج فراونهوفر ، بعد الفتحة أو الحاجز عادة عدسة مجمعة ، وبفضل هذه العدسة تسقط الأشعة المنعرجة والتي تصنع نفس الزاوية مع الأشعة الأصلية ، تسقط في نفس النقطة على شاشة المراقبة . وتكتسب اللوحة الانعراجية سطوعا واضحا بواسطة هذا الترتيب .

وهكذا يكون الترتيب العام لملاحظة انعراج فراونهوفر ، كما هو مبين على الشكل 2.28 . تشكل العدسة  $L_1$  جبهة مستوية ، وتجمع العدسة  $L_2$  الاشعة على شاشة المراقبة E . ويوضع بين هاتين



شكل 2.28

العدستين اللوح الحاوي على ثقب D أو يوضع حاجز . ندرس انعراج فراونهوفر على شق (فتحة طويلة ضيقة) . نجعل الشق متموضعا بشكل بشكل معامد لمستوي الرسم ، وبالتالي نتمكن من دراسة المسألة احادية البعد في اتجاه معامد للشق (شكل 2.29) . ان الاشعة المتوازية الواردة على الشق سوف تنتشر بعد عبورها له



شكل 2.29

ليس فقط في الاتجاه الأصلي ، وإنما في اتجاهات تصنع زوايا مختلفة  $\varphi$  ( زوايا الانعراج ) مع ذلك الاتجاه .

لكي نحسب شدة التدفق

الضوئي الذي يصنع زاوية  $\varphi$  مع

الناظم على مستوي الشق ، نقوم بتقطيع جبهة الموجة المستوية الى مناطق فرنل . وتجدر الإشارة هنا إلى أن هذا التقطيع يتعلق بالزاوية  $\varphi$  ، ولكل زاوية حالتها الخاصة .

وفقا لقاعدة فرنل العامة يجب ان تصل الاشعة الصادرة عن منطقتين متجاورتين الى نقطة المراقبة على تعاكس في الطور . وتقوم العدسة  $L_2$  بجمع الاشعة المتوازية دون ان تدخل أي فرق اضافي في المسير ، وبالتالي يكون شرط مناطق فرنل من اجل زاوية معطية  $\varphi$  هو ( انظر

$$M_1B' - M_0B = M_2B' - M_1B' = \dots = \frac{\lambda}{2} \quad \text{الشكل (2.30) :}$$

حيث  $B''$  ,  $B'$  ,  $B$  ... تقع على جبهة الموجة المستوية الواردة

بزاوية  $\psi$  ، و  $M_2$  ,  $M_1$  ,  $M_0$  ... حدود مناطق فرنل .

إذا توضع على عرض الشق من اجل الاتجاه المعطى  $\psi$  عدد زوجي من المناطق ، فان النقطة الموافقة الموجودة على شاشة المراقبة تكون موضعاً لنهاية صغرى لشدة الاضاءة . فمن اجل عرض للشق مقداره  $b$

يكون الشرط من الشكل :

$$b \sin \psi = m \lambda \quad (8.1)$$

حيث  $m$  عدد صحيح . وهذا يتضح

من أن فرق المسير من أجل المنطقة

الاخيرة يساوي  $b \sin \psi$  (الشكل

2.30) ، ويجب أن يساوي عدداً

زوجياً من انصاف طول الموجة  $\lambda$

(عدد زوجي من المناطق المفتوحة) ،

أي عدد صحيح من أطوال الموجة .

وتحصل النهاية الصغرى في هذه

الحالة للسبب التالي : وهو أن

كل زوج من المناطق يضعف التأثير المشترك لهما في نقطة المراقبة .

ويلاحظ في تلك الاتجاهات التي من اجلها يكون عدد المناطق

المفتوحة عدداً فردياً ، يلاحظ نهاية عظمى للاضاءة . وهكذا تكون اللوحة

المتشكلة على شاشة المراقبة عبارة عن اهداب مضيئة ومظلمة على

التوالي .

يمكن الوصول الى النتيجة السابقة باستخدام المخططات الشعاعية .

نقسم الشق الى شرائط ضيقة متوازية ومتساوية . ان كل شريط من هذه

الأشرطة يجب ان يدرس كمنبع لامواج متساوية السعة والطور ( ذلك

لأن المساحة والميل لهم متساوية ، والموجة البدئية ترد ناظمية ، أي

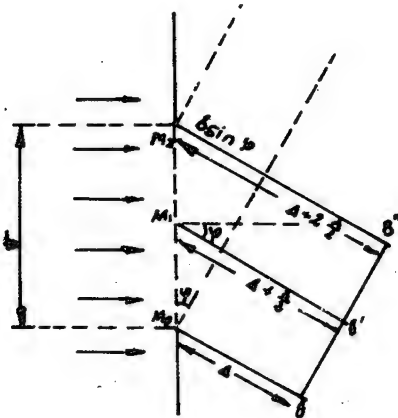
ان جبهتها تنطبق على مستوي الشق) .

إذا تمت الملاحظة في اتجاه الموجة البدئية ، فان  $\psi = 0$  . وبالتالي

لا يوجد اي فرق في الطور بين الامواج العنصرية الثانوية ، ويملك المخطط

الشعاعي الهيئة المبينة على الشكل 2.31 .

وتكون السعة الحاصلة  $S = A_0$  ، أي أنها تساوي سعة الموجة البدئية .



شكل 2.30

إذا تمت المراقبة من أجل زاوية ما يكون من أجلها فرق المسير بين الشريطين الطرفيين العنصريين يساوي  $\frac{\lambda}{2}$ ، أي فرق في الطور قدره  $\pi$ ، فإن المخطط الشعاعي يملك الهيئة المبينة على الشكل 2.32.



شكل 2.31

وتكون السعة الحاصلة في هذه الحالة مساوية  $S = \frac{2A_0}{\pi}$ . وهذا ينتج من أن  $S$  يمثل قطراً لنصف الدائرة ذي الطول  $A_0$  (مجموع أطوال الأشعة الماثرة من المصادر)، أي أن  $A_0 = \frac{\pi S}{2}$ . وتكون قيمة الزاوية التي تحدث من أجلها هذه الوضعية، تغين بالشرط  $b \sin \psi = \frac{\lambda}{2}$  أي  $\sin \psi = \frac{\lambda}{2b}$ ، ذلك لأن فرق المسير بين الشريطين الطرفيين يساوي  $b \sin \psi$ .

من أجل فرق في المسير بين العنصرين الطرفيين قيمته  $\lambda$ ، يكون فرق الطور الموافق مساوياً  $2\pi$ . ويملك المخطط الشعاعي الهيئة المبينة على الشكل 2.33، وهكذا تكون السعة الحاصلة في هذه الحالة



شكل 2.32



شكل 2.33

معدومة. ويحدث هذا من أجل زاوية انعراج تعين بالشرط  $b \sin \psi = \lambda$ . يتضح الآن أنه عندما يتحقق الشرط  $b \sin \psi = m\lambda$ ، أي عندما يكون فرق الطور بين الشريطين الطرفيين للشق عدداً صحيحاً من  $2\pi$ ، نحصل على نهايات صغرى للاضاءة، ذلك لأن المخطط الشعاعي يكون مغلقاً. وهكذا نحصل، كما رأينا سابقاً، على مواضع للنهايات الصغرى توافق الاتجاهات

$$\sin \psi = \frac{\lambda}{b}, \frac{2\lambda}{b}, \dots, \frac{m\lambda}{b} \quad (8-2)$$

حيث أن  $m$  عدد صحيح.

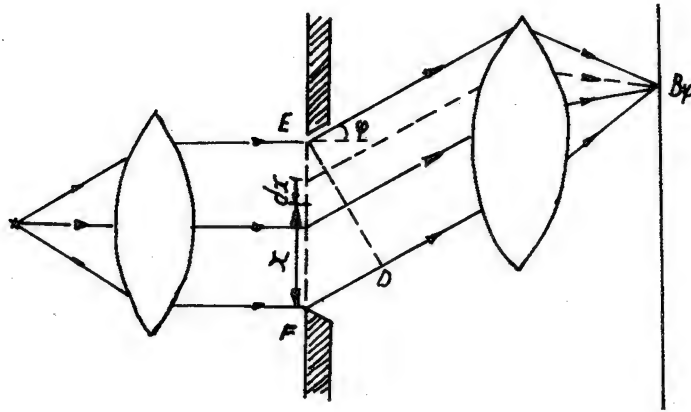


نورد الآن الدراسة التحليلية لسعة الموجة المنعرجة بزاوية  $\psi$  على الشق الضيق (الشكل 2.34) .  
 ان سعة الموجة الصادرة عن عنصر الشق ذي العرض  $dx$  ، تكون متناسبة مع عرضه ، اي انها تساوي  $C \cdot dx$  . ويجب علينا ان نجمع تأثير كل تلك العناصر .

ان سعة الموجة التي يرسلها الشق ككل في الاتجاه  $\psi=0$  تساوي  $A_0$  ، وبالتالي  $A_0 = \int_0^b C \cdot dx = Cb$  ، أي أن  $C = \frac{A_0}{b}$  ، وقد قمنا باجراء التكامل على عرض الشق ككل في المجال  $0 \leq x \leq b$  . وهكذا يكون الاضطراب الضوئي في الجزء الموافق للشق مساويا :

$$ds = \frac{A_0}{b} \cdot dx \cdot \cos \omega t \quad (8-3)$$

وأثناء ايجاد الموجة الواردة بزاوية  $\psi$  ، يجب ان نأخذ بعين الاعتبار فرق الطور من اجل جميع العناصر . وبما ان العدسة  $L_2$  لاتحدث اي فرق اضافي في المسير ، يكفي ان نحدد فرق المسير بين



شكل 2.34

الجهتين  $EF$  و  $ED$  . ويكون فرق المسير من اجل العنصر  $dx$  الواقع على بعد  $x$  من حرف الشق  $E$  مساويا  $x \sin \psi$  . وبالتالي يُعبر عن الاضطراب الضوئي في نقاط المستوي  $ED$  بالعلاقة

$$ds = \frac{A_0}{b} dx \cos (\omega t - K \cdot x \sin \psi) \quad (8-4)$$

ويكون الاضطراب الحاصل في النقطة  $Bp$  مساويا لمجموع تلك الاضطرابات . اي التكامل وفق عرض الشق :

$$\begin{aligned}
 S &= \int ds = \int_0^b \frac{A_0}{b} \cos(\omega t - Kx \sin \varphi) dx = \\
 &= \frac{A_0}{bK \sin \varphi} \cdot \sin(\omega t - Kx \sin \varphi) \Big|_0^b = \\
 &= A_0 \frac{\sin\left(\frac{bK}{2} \sin \varphi\right)}{\frac{bK}{2} \sin \varphi} \cos\left(\omega t - \frac{bK}{2} \sin \varphi\right) \quad (8-5)
 \end{aligned}$$

من هنا نرى ان السعة الحاصلة للموجة في الاتجاه  $\varphi$  تساوي :

$$A_\varphi = A_0 \frac{\sin\left(\frac{bK}{2} \sin \varphi\right)}{\frac{bK}{2} \sin \varphi} = A_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \quad (8-6)$$

ذلك لأن  $K = \frac{2\pi}{\lambda}$  . وبما ان زوايا الانعراج صغيرة عادة ، يكون من الممكن استبدال  $\sin \varphi$  بـ  $\varphi$  ، واستعمال العلاقة التقريبية التالية

$$A_\varphi = \frac{A_0 \sin \frac{\pi b}{\lambda} \varphi}{\frac{\pi b}{\lambda} \varphi} \quad (8-7)$$

تمر السعة عندما تتغير  $\varphi$  بنهايات عظمى وصغرى ، وتسعى الى الصفر عندما يتحقق الشرط :

$$\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = m\pi \quad (8-8)$$

حيث  $m$  عدده صحيح . وكذلك يكون الحال مع شدة الاضاءة على الشاشة

$$\sin \varphi = m \frac{\lambda}{b} \quad \text{فهي تتعدم من اجل} \quad (8-9)$$

مما يتفق مع ما حصلنا عليه آنفا ، الشرط (2) .

ويلاحظ أنه من اجل  $\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = 0$  تبلغ العبارة (6) نهايتها العظمى المساوية  $A_0$  ، ذلك لان  $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha} = 1$  وهذه نتيجة طبيعية لأن الشق يجب عليه ألا يغير شدة الضوء في الاتجاه المستقيم من اجل  $\varphi = 0$  .

يمكن الحصول على النهايات الاخرى للعبارة (6) باتباع الطريقة الشائعة، وذلك بعدم مشتق هذه العبارة بدلالة  $\varphi$  . لنرمز بـ

$$A_\varphi = A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \quad \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = \alpha \quad \text{، فنحصل على}$$

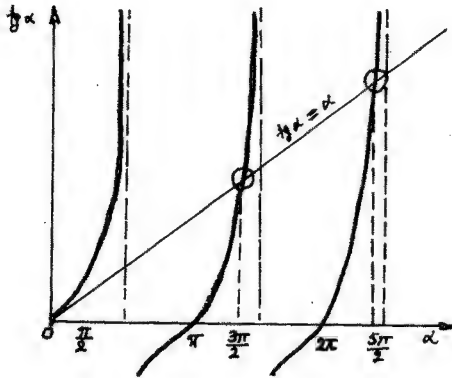
$$\frac{dA_\varphi}{d\alpha} = A_0 \left( \frac{\cos \alpha}{\alpha} - \frac{\sin \alpha}{\alpha^2} \right) = A_0 \frac{\cos \alpha}{\alpha^2} (\alpha - \tan \alpha) \quad (8-10)$$

$$\text{أو (8-11)} \quad \tan \alpha = \alpha$$

يمكن حل هذه المعادلة بيانيا (الشكل 2.35)، بإيجاد نقاط تقاطع المنحني  $\tan \alpha = \alpha$  مع الخط المستقيم  $\alpha = \alpha$ . ويتضح أن مواقع النهايات توافق بتقريب جيد القيم  $\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}$  ويزداد هذا التقريب بازدياد  $m$ ، مثلا تكون القيم الدقيقة مساوية:  $0,991 \frac{7\pi}{2}, 0,985 \frac{5\pi}{2}, 0,955 \frac{3\pi}{2}$  بما أن شدة الضوء  $I$  تتناسب طرذا مع مربع سعة الموجة، فإننا نحصل على:

$$I_{\psi} = I_0 \frac{\sin^2 \left( b \frac{\pi}{\lambda} \sin \psi \right)}{\left( \frac{b \pi}{\lambda} \sin \psi \right)^2} \quad (8-12)$$

وهكذا فإن الشدة تبلغ قيما عظمى من أجل النهايات العظمى للسعة ومن أجل النهايات الصغرى أيضا ( الإشارة لا تلعب أي دور ). وفي هذه الحالة تتناقص القيم العظمى الثانوية بسرعة.



ويعرض الشكل 2.36 التحول

النموذجي للسعة  $A$  وللشدة  $I$  بتابعية تغيرات الزاوية.

عند تصغير  $b$  عرض الشق

يزداد بعد النهايات عن مركز

اللوحة ( انظر الشكل 2.36 ).

وهكذا يتوسع عرض الهدب المضيء

المركزي  $\left( -\frac{\lambda}{b} \leq \sin \psi \leq \frac{\lambda}{b} \right)$

بتصغير عرض الشق.

شكل 2.35

إذا ملك الشق طولاً محدوداً  $l$ ، أي إذا كان على شكل فتحة مستطيلة

أبعادها  $b$  و  $l$  فإن اللوحة الانعراجية تلاحظ أيضاً في اتجاه طول

الشق. وهذه اللوحة تكون على شكل مجموعتين متعامدتين متقاطعتين

لاهداب مظلمة ومضيئة ( التصلب الانعراجي ). وتكون اللوحة الانعراجية

أعرض في تلك الاتجاهات التي يكون فيها الشق أضيق.

يمكن كتابة العبارة التحليلية للشدة في حالة الانعراج على فتحة

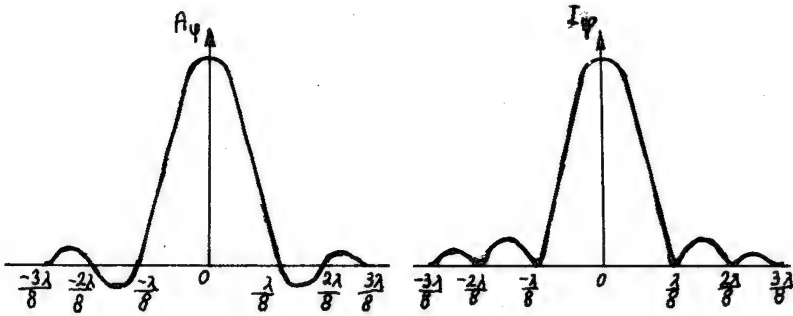
مستطيلة بشكل مماثل للعبارة (12)، وذلك باستعمال الزاويتين

$\psi$  و  $\varphi$ :

$$I_{\varphi, \psi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \ell \sin \psi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi \ell \sin \psi}{\lambda}\right)^2} \quad (8-13)$$

حيث  $I_0$  شدة الضوء الوارد وفق الاتجاه البدئي  $\varphi = 0$  و  $\psi = 0$ .  
بما أن زوايا الانعراج صغيرة ، يمكننا من جديد استبدال الجيب  
بالزاوية نفسها ، واستعمال العبارة التقريبية :

$$I_{\varphi, \psi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b \varphi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi b \varphi}{\lambda}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2\left(\frac{\pi \ell \psi}{\lambda}\right)}{\left(\frac{\pi \ell \psi}{\lambda}\right)^2} \quad (8-14)$$



شكل 2.36

وتعطى خطوط الشدة المعدومة بالعلاقيتين :

$$\frac{\pi b \varphi}{\lambda} = m \pi \Rightarrow \varphi = \frac{m \lambda}{b} , \quad \frac{\pi \ell \psi}{\lambda} = m \pi \Rightarrow \psi = \frac{m \lambda}{\ell}$$

أما أبعاد هذه الخطوط عن الهدب المركزي من أجل عدسة  $L_2$  بعينها  
المحرفي  $f$  فتعطى بالعلاقيتين :

$$z_{\varphi} = f \varphi = \frac{m \lambda}{b} f , \quad H_{\psi} = f \psi = \frac{m \lambda}{\ell} f$$

وتعين أبعاد مراكز الأهداب المضيئة عن الهدب المركزي بعلاقيتين  
مماثلتين .

9 - تعبير كرتشوف لمبدأ هويغنز وانعراج فراونهوفر .

— تعبير كرتشوف لمبدأ هويغنز : يفترض أن الاضطراب الضوئي

يمكن تمثيله بتابع سلمي وحيد  $\Phi$  يحقق المعادلة العامة للحركة الموجية

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} = \Delta \Phi = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad (9-1)$$

حيث  $c$  سرعة الضوء . فإذا كان الضوء وحيد اللون طول موجته  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  ،

يعطى حل هذه المعادلة على الشكل  $\Phi = A e^{i(\omega t - kr)}$

$$= A e^{-ikr} e^{i\omega t} = \psi(r) \cdot e^{i\omega t} \quad (9-2)$$

ونلاحظ أن الحل يوزع الى جزء مكاني تمثله السعة العقدية  $\psi$  ومعامل زمني  $e^{i\omega t}$  . ويمثل الجزء الحقيقي لـ (2) الاضطراب الفيزيائي .

يمكن كتابة العلاقات التالية

$$\Delta \Phi = e^{i\omega t} \cdot \Delta \psi, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial t} = i\omega \psi e^{i\omega t}$$

$$\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -\psi \frac{\omega^2}{c^2} e^{i\omega t}$$

ونجد باستخدام العلاقات المذكورة والمعادلة (1) ان :

$$\Delta \psi = -k^2 \psi \quad (9-3)$$

حيث  $k = \frac{\omega}{c}$  .

نحسب الآن الاضطراب الضوئي في نقطة ما  $B$  . لكي نحقق ذلك نعتمد على نظرية غرين التي تنص على أنه اذا كان لدينا تابعان مستمران  $\psi_1$  و  $\psi_2$  وحيدا القيمة ويملكان مشتقات مستمرة أيضا نستطيع أن نكتب المساواة

$$\iiint_V (\psi_2 \Delta \psi_1 - \psi_1 \Delta \psi_2) dV = \iint_S (\psi_2 \frac{\partial \psi_1}{\partial n} - \psi_1 \frac{\partial \psi_2}{\partial n}) dS \quad (17)$$

ويمثل  $S$  السطح الذي يغلف الحجم  $V$  ،  $\frac{\partial}{\partial n}$  يرمز للمشتق على الناطم للسطح  $S$  والموجه نحو خارج الحجم الذي يغلفه ذلك السطح .

نغلف النقطة  $B$  بسطح اختياري  $S$  ( الشكل 2.37 ) ، ونفرض ان

$\psi = \psi_1$  السعة العقدية ، ونختار التابع  $\psi_2$  بحيث يكون ذوسلوك مناسب ،

وقد تبين أن التابع  $\psi_2 = \frac{1}{r} e^{-ikr}$  مناسب ، حيث تقاس  $r$  ابتداء



شكل 2.37

من  $B$  . غير أن هذا التابع يسبب بعض المصاعب لأنه يأخذ قيمة غير محدودة في النقطة  $B$  . لكي نستطيع تطبيق نظرية غرين ، يجب وضع  $B$  خارج التكامل، لذلك

نحيط  $B$  بـ  $\Sigma$  صغير مركزه  $B$  .

عندئذ يمكن تطبيق نظرية غرين على  $\psi_1$  و  $\psi_2$ ، حيث يمتد التكامل على الحجم المحصور بين السطحين  $S$  و  $\Sigma$ .

$$\Delta \psi_2 = -K^2 \psi_2 \quad \text{نبرهن في البداية على أن}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial r}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial r} = \frac{x}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \quad \text{لدينا}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{لان}$$

ومنه نجد بعد الأخذ بعين الاعتبار تماثل المشتقات الجزئية بالنسبة ل  $x$  و  $y$  و  $z$  أن

$$\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial z^2} = -K^2 \psi_2$$

$$\Delta \psi_2 = -K^2 \psi_2 \quad \text{او}$$

$$(9-4)$$

باستبدال (3) و (4) في مساواة غرين نجد ان التكامل الحجمي

معدوم ، وبالتالي يكون التكامل السطحي معدوما ايضا .

نأخذ الآن التكامل على السطح  $\Sigma$  ، حيث يوجه النظم على هذا

السطح نحو  $B$  ( خارج من حجم التكامل ) ، عندئذ يكون

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} = - \frac{\partial}{\partial r}$$

$$\iint_{\Sigma} \left( \psi_2 \frac{\partial \psi_1}{\partial n} - \psi_1 \frac{\partial \psi_2}{\partial n} \right) d\Sigma = \iint_{\Sigma} \left\{ \frac{e^{-ikr}}{r} \left( - \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \right.$$

$$\left. - \psi \left[ - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{e^{-ikr}}{r} \right) \right] \right\} d\Sigma = \iint_{\Sigma} \left\{ \frac{e^{-ikr}}{r} \left( - \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \psi \left[ \frac{e^{-ikr}}{r^2} + \frac{ik e^{-ikr}}{r} \right] \right\} d\Sigma$$

لنفرض ان السطح العنصري  $d\Sigma$  يرى من  $B$  بزاوية مجسمة  $d\Omega$  عندئذ

$$d\Sigma = r^2 d\Omega \quad \text{يكون}$$

$$\iint_{\Sigma} = \int_{\text{هول } B} \left\{ r e^{-ikr} \left( - \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \psi e^{-ikr} - r \psi i k e^{-ikr} \right\} d\Omega$$

نفرض الآن أن  $\psi$  تأخذ قيما محدودة دوما ، يبقى في هذه الحالة من

التكامل السابق الحد الثاني فقط وذلك عندما  $r \rightarrow 0$  ، وتأخذ  $\psi$

قيمة ثابتة محدودة الى الجوار المباشر ل  $B$  ، أي قيمتها في  $B$  ونرمز

$$\text{لها بـ } \psi_B \text{ ويصبح التكامل } \iint_{\Sigma} \rightarrow - \psi_B \int_{\text{هول } B} d\Omega = -4\pi \psi_B$$

$$\iint_S = 4\pi \psi_B \quad \text{نجد ان } \iint_{S+\Sigma} = 0 \quad \text{وبما أن}$$

$$4\pi \psi_B = \iint \left\{ \frac{e^{-ikr}}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{-ikr}}{r} \right) \right\} dS = \text{اي ان}$$

$$= \iint_S \left[ \frac{e^{-ikr}}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi e^{-ikr} \cdot \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) + \frac{ik\psi e^{-ikr}}{r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} \right] ds \quad (9-5)$$

تعرف هذه المعادلة باسم معادلة هلمولتز Helmholtz. وبما ان

$$\Phi = \psi \cdot e^{ikct}$$

نجد ان :

$$\Phi_B = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[ \frac{e^{ik(ct-r)}}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi e^{ik(ct-r)} \cdot \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) + \frac{ik\psi}{r} e^{ik(ct-r)} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} \right] ds \quad (9-6)$$

وتعطي هذه العبارة الاضطراب في النقطة B في اللحظة t . يمكن

ان نكتب  $\psi e^{ik(ct-r)} = \psi \cdot e^{ikc(t-\frac{r}{c})}$  ويمثل ذلك قيمة  $\Phi$  في العنصر ds في اللحظة  $t - \frac{r}{c}$  ، وتدعى بالقيمة المؤخرة ل  $\Phi$  ويكتب

$$\Phi_{t-\frac{r}{c}} = \Phi_t = \psi \cdot e^{ikct'} \quad \text{وهكذا يكون}$$

$$\frac{\partial \Phi_{t'}}{\partial n} = \frac{\partial \psi}{\partial n} \cdot e^{ikct'}$$

$$\frac{\partial \Phi_{t'}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} (\psi \cdot e^{ikct'}) \frac{\partial t'}{\partial t} = ikc \psi \cdot e^{ikct'} \cdot 1$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial \Phi_{t'}}{\partial t} = ik \psi \cdot e^{ikct'} \quad \text{أي}$$

$$\Phi_B = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[ \frac{e^{ikct'}}{r} \cdot e^{-ikct'} \cdot \left( \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right)_{t'} - \Phi_{t'} \cdot \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) + \frac{1}{rc} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_{t'} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} \right] \cdot ds \quad (9-7)$$

وتدعى العبارة الاخيرة بعبارة كرتشوف .

هكذا يمكن ايجاد الاضطراب في B من معرفة الشروط التي

تعطي على السطح المغلق S . وهذا يعني فيزيائيا أن العنصر ds

يمكنه أن يؤثر في  $\Phi_B$  بواسطة اضطراب ثانوي يسير منه الى B .

بعبارة اخرى يمكن القول ان قيمة  $\Phi_B$  في اية لحظة t تعتمد على

الاضطراب في الزمن  $t - \frac{r}{c}$  حيث ان  $\frac{r}{c}$  يساوي الزمن اللازم حتى

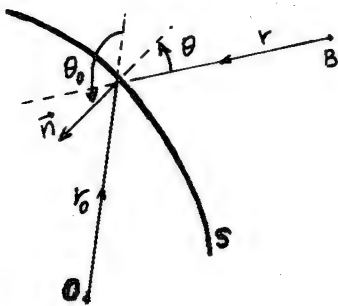
ينتقل الاضطراب بالمسافة r من ds الى B . وهذا يفسر تسمية

$\Phi_{t-\frac{r}{c}}$  بالقيمة المؤخرة .

## - تطبيق على الامواج الكروية -

ان التكامل في المعادلة (7) يمتد على السطح  $S$  الذي يحيط بنقطة الملاحظة  $B$  وليس بالمنبع ، حيث فرضنا أن قيمة  $\psi$  تبقى محدودة ضمن حجم التكامل . يمكن البرهنة أن النتائج السابقة تبقى صحيحة اذا كان السطح يغلف المنبع دون النقطة  $B$  . اذا كان  $S$  يحيط بالمنبع ، عندئذ يمكن ان نفترض وجود سطح آخر يحيط بالسطح  $S$  وليكن على شكل كرة نصف قطرها  $\infty \rightarrow r$  ، ونأخذ التكامل على مجموع السطحين ، فتكون  $B$  داخل السطح الكلي وتنطبق عليها المعادلة (7) . وبما أن التكامل على سطح الكرة ذات نصف القطر اللانهائي يكون معدوما لانعدام السعة . فلا يبقى سوى التكامل على السطح  $S$  الذي يحيط بالمنبع .

يمكن في حالة المنبع النقطي ان نأخذ السطح  $S$  على شكل صدر موجة كروي . لنعتبر الآن منبعاً نقطياً  $O$  (الشكل 2.38) ، و  $S$  أي سطح يحيط بـ  $O$  .  $\vec{n}$  يمثل الناظم الخارج من الفضاء الذي يحوي  $B$  . يمكن ان نكتب في هذه الحالة



$$\Phi = \frac{a}{r_0} e^{iK(ct-r_0)}$$

حيث  $r_0$  يساوي نصف القطر الشعاعي من  $O$  كمبدأ ، عندئذ :

$$\psi = \frac{a}{r_0} e^{-iKr_0}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = \frac{\partial \psi}{\partial r_0} \cdot \frac{\partial r_0}{\partial n} \quad \text{لدينا}$$

$$\frac{\partial r}{\partial n} = \cos \theta \quad \text{و} \quad \frac{\partial r_0}{\partial n} = \cos \theta_0$$

ويكون من المعادلة (6)

$$e^{iK(ct-r)} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial n} = -\frac{a \cos \theta_0}{r_0^2 r} \cdot e^{iK[ct-(r+r_0)]} - \frac{a \cos \theta_0}{r_0 r} iK e^{iK[ct-(r+r_0)]}$$

$$-\psi e^{iK(ct-r)} \cdot \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) = \frac{a \cos \theta}{r^2 r_0} \cdot e^{iK[ct-(r_0+r)]}$$

$$-\frac{K\psi}{r} \cdot e^{iK(ct-r)} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} = \frac{iaK \cos \theta}{rr_0} \cdot e^{iK[ct-(r_0+r)]} \quad \text{و}$$



بالتبديل نجد أن :

$$\Phi_B = \frac{1}{4\pi} \iint_S e^{iK[ct - (r_0 + r)]} \cdot \frac{a}{r r_0} \left[ \cos \theta \left( iK + \frac{1}{r} \right) - \cos \theta_0 \left( iK + \frac{1}{r_0} \right) \right] ds$$

إذا كان  $\lambda \ll r_0$  و  $\lambda \ll r$  يمكن إهمال  $\frac{1}{r}$  و  $\frac{1}{r_0}$  أمام  $K = \frac{2\pi}{\lambda}$  بالنتيجة نجد :

$$\Phi_B = \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{iaK}{r r_0} (\cos \theta - \cos \theta_0) \cdot e^{iK[ct - (r_0 + r)]} \cdot ds$$

بتعويض  $K = \frac{2\pi}{\lambda}$  و  $i = e^{i\frac{\pi}{2}}$  وإذا كان  $S$  صدر موجة كروي فإن  $\cos \theta_0 = -1$  وبالتالي نجد

$$\Phi_B = \iint_S \frac{a}{r_0} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{\lambda} \left( \frac{1 + \cos \theta}{2} \right) \cdot e^{iK[ct - (r_0 + r)] + i\frac{\pi}{2}} \cdot ds \quad (9-8)$$

ونرى من هذه العبارة أن الاضطراب في  $B$  هو مجموع اضطرابات قادمة من منابع ثانوية متوزعة على السطح  $S$  . وتتمتع المصادر الثانوية بالخواص التالية .

أ - ترسل اضطرابات ساعاتها تختلف عن السعة الواردة من المنبع بالمضروب  $\frac{1}{\lambda}$  .

ب - يوجد في التكامل عامل ميل عنصر السطح الثانوي بالنسبة للاتجاه إلى نقطة الملاحظة وهذا العامل هو  $\frac{1 + \cos \theta}{2}$  . ويأخذ قيمة 1 من أجل  $\theta = 0$  وصفر من أجل  $\theta = \pi$  .

ج - أن المصادر الثانوية تبث اضطرابات متخلفة عن الاضطراب الأصلي بمقدار ربع الدور ، ويظهر هذا وجود المضروب  $e^{i\frac{\pi}{2}}$  .

د - عدم وجود موجة عكسية لأن عامل الميل يصبح معدوماً عندما  $\theta = \pi$  .  
عبارة كرتشوف في الانعراج .

عندما يمر الضوء خلال فتحة أو مجموعة من الفتحات موجودة في حاجز عاتم ، فإننا نستطيع أن نعتبر أن الحاجز يمتد إلى اللانهاية ليحيط بالنقطة  $B$  . ونعتبر السطح  $S$  مؤلفاً من الحاجز والسطوح المكشوفة للفتحات . ويمكن أن نقبل أيضاً أن  $\psi$  و  $\frac{\partial \psi}{\partial n}$  يساويان الصفر على الجزء المحجوب بواسطة الحاجز ، ويساويان القيم التي

نحصل عليها في حالة عدم وجود الحواجز على الاجزاء المكشوفة (سطوح الفتحات) . وعلى الرغم من وجود عيوب في هذه النظرية أهمها انقطاع قيم  $\psi$  و  $\frac{\partial \psi}{\partial n}$  عند اطراف الفتحات مما يخالف فروض تطبيق مبرهنة غرين ، إلا أنها تقود الى العديد من النتائج التي تتفق مع التجربة . ويعود السبب الى أن الحواجز المستخدمة ليست عديمة العكس للضوء، إلا أن جانبها المظلم يعطي تأثيرا مهما في B . ويمكن في حالة انعراج الضوء القادم من منبع نقطي ، ان نطبق عليه عبارة كرتشوف التالية لنحصل على  $\Phi_B$  :

$$\Phi_B = \iint_{\Sigma} \frac{a}{2\lambda r r_0} (\cos \theta - \cos \theta_0) e^{ik[ct - (r_0 + r)] + i\frac{\pi}{2}} ds \quad (9-9)$$

حيث يمتد التكامل على سطوح الفتحات والثقوب الموجودة في الحاجز ، وتعرف هذه المبراة بتكامل كرتشوف .

- مبدأ بابنيه Babinet .

نقول عن حاجزين  $Q_1$  ،  $Q_2$  أنهما متكاملان اذا كان  $Q_2$  يتشكل من جعل الاجزاء الشفافة في  $Q_1$  معتمة ، والمعتمة شفافة . وتنص نظرية بابنيه على أن الحواجز المتكاملة تولد نفس نماذج الانعراج في نقطة ما . ويمكن البرهنة على هذه النظرية بسهولة :

لنفرض أن  $\Phi_1$  و  $\Phi_2$  الاضطرابان الضوئيان في نقطة ما B في حالة وجود الحاجزين  $Q_1$  و  $Q_2$  على الترتيب . فاذا كانت فتحات كلا الحاجزين موجودة في نفس الوقت ، يكون الاضطراب في B مساويا  $\Phi_1 + \Phi_2$  . ولكن عندما تكون فتحات كلا الحاجزين المتكاملين موجودة في نفس الوقت فهذا يعني عدم وجود حاجز عارج ، وعندئذ يكون الاضطراب الكلي  $\Phi_1 + \Phi_2$  الذي نفرضه معدوما . ومنه نجد ان  $\Phi_1 = -\Phi_2$  أو  $\Phi_1^2 = \Phi_2^2$  وهذا يعني أن الشدة في B تكون نفسها في حالة وجود  $Q_1$  أو  $Q_2$  .

10 - تفسير بعض الظواهر الانعراجية باستخدام تكامل كيرتشفوف .

- الانعراج على فتحة مستديرة : لنفرض وجود فتحة مستديرة في حاجز ، وأن موجة مستوية تقريبا ترد عليها . ان عناصر الموجة الموجودة ضمن حدود الفتحة تعمل كمنابع ثانوية ، والمطلوب ايجاد محصلة الاضطرابات الثانوية الصادرة عن هذه المنابع في نقطة مثل P

يمكن في هذه الحالة استعمال عبارة كرتشوف :

حيث أن  $S$  يمكن ان يكون أي سطح يغلق الفتحة ، ونفرض أنه الجزء المكشوف من صدر الموجة . ويمثل  $r_0$  و  $r$  الموجودان في الحد الأسّي المسير الضوئي من المنبع الى الفتحة ومن الفتحة الى النقطة  $P$  على الشاشة . في حالة انعراج فراونهوفر يمكن اعتبار  $r_0$  ثابتا وكذلك عامل الميل  $(\cos \theta - \cos \theta_0)$  ، بالإضافة الى ذلك يمكن اعتبار الجداء  $r r_0$  ثابتا تقريبا ، ونستطيع ان نحذف ايضا  $e^{i\frac{\pi}{2}}$  لأننا نهتم في هذه الحالة بالشدات النسبية . عندئذ تعطى السعة العقديّة

نعود الى الفتحة الدائرية ونأخذ منها حلقة عنصرية  $ACBD$ ، نصف قطرها  $\rho$ ، من الموجة النافذة من تلك الفتحة في الحاجز (الشكل 2.39). ولنفرض أن  $O P_0$  يمثل محور تناظر عمودي على مستوى الفتحة



والشاشة . نختار عنصر السطح  $ds$  الذي يصنع زاوية  $\varphi$  مع المستوي الذي يحوي  $OP_0$  والنقطة  $P$ ، أي المستوي  $COBP_0$  فيكون  $AB$  عموديا على هذا المستوي و  $CD$  يقع فيه .  $PK$  عمودي على  $R$  المستقيم الواصل بين  $ds$  و  $P_0$  ، المستقيم  $H(ds)$  يعامد  $AB$  .

لنرمز للبعد بين  $ds$  و  $P$  بـ  $r$  عندئذ تعطى سعة الموجة في  $P$

87

$$\psi_P = c_1 \iint_S e^{-iK(r-R)} \cdot ds \quad \text{أو}$$

ذلك لأن  $R$  يمثل البعد بين  $P_0$  وعنصر السطح وهو ثابت من أجل الحلقة العنصرية . ويهملنا كما اسلفنا سابقا الأطوار النسبية فقط.

$$R-r = K P_0 = \overline{P P_0} \cdot \sin \theta = \frac{h \rho \cos \varphi}{R}$$

حيث  $\overline{P P_0} = h$  والزاوية  $\theta = \angle P_0 P K$  وبالتعامد ،  $\theta = (ds) P_0 H = P_0 P K$

$$\sin \theta = \frac{(ds) H}{R} = \frac{\rho \cos \varphi}{R}$$

ومنه نجد

$$\psi_P = c_1 \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^{\rho_{max}} e^{i \frac{K h \rho \cos \varphi}{R}} \cdot \rho \cdot d\rho \cdot d\varphi$$

حيث ان  $ds = \rho d\rho d\varphi$

ويمكن ان نكتب العبارة السابقة بالشكل :

$$\psi_P = c_2 \int_{\rho=0}^{\rho_{max}} \rho \cdot d\rho \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} e^{i \frac{K h \rho \cos \varphi}{R}} \cdot d\varphi =$$

$$= c_2 \int_{\rho=0}^{\rho_{max}} \rho \cdot J_0 \left( \frac{K h \rho}{R} \right) d\rho$$

حيث

$$J_0 \left( \frac{K h \rho}{R} \right) = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} e^{i \frac{K h \rho \cos \varphi}{R}} \cdot d\varphi$$

ويدعى التابع الاخير بتابع بسل Bessel من الدرجة 0 .

$$dx = \frac{K h d\rho}{R}$$

لنرمز بـ  $x = \frac{K h \rho}{R}$  فيكون

$$\psi_P = c_2 \int_0^{x_{max}} J_0(x) x \cdot dx \left( \frac{R}{K h} \right)^2$$

يصبح التكامل السابق  $\bar{z} = \frac{K h \rho_{max}}{R}$  يتعلق بـ  $h$  بعد  $P$  عن  $P_0$  . ندخل متحول جديد

$$\psi_P = c_2 \cdot \left( \frac{R}{K h} \right)^2 \int_{x=0}^{\bar{z}} x J_0(x) \cdot dx \quad \text{عندئذ}$$

$$J_1(\bar{z}) = \frac{1}{\bar{z}} \int_{x=0}^{\bar{z}} x J_0(x) \cdot dx \quad \text{ويدعى التكامل}$$

بتكامل بسل من الدرجة الاولى . وهكذا يكون

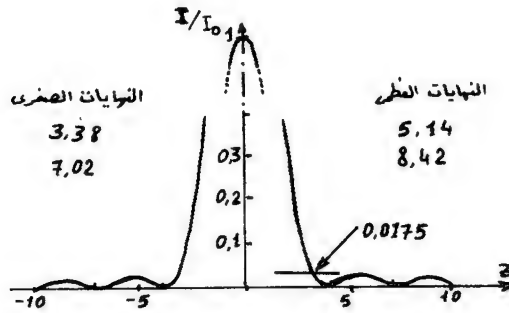
$$\psi_P = c_2 \left( \frac{R}{K h} \right)^2 \cdot \bar{z} \cdot J_1(\bar{z}) = c_2 \cdot \rho_{max}^2 \frac{J_1(\bar{z})}{\bar{z}}$$

ويمكن اعادة كتابة التكامل السابق بحيث نحصل على شدة نسبية في المركز تساوي  $I_0$  . ومع ملاحظة أنه من اجل  $z \rightarrow 0$  ينتهي  $\frac{J_1(z)}{z} \rightarrow \frac{1}{2}$  يكون  $(\psi_p)_{\max} = a_0$  حيث  $\psi_p = a_0 \frac{2J_1(z)}{z}$  وتكون الشدة

$$I = 4 I_0 \left[ \frac{J_1(z)}{z} \right]^2 \quad (10-2)$$

وعندما تتغير  $h$  نحصل على عدد غير محدد من النهايات العظمى والصغرى .

ويعرض الشكل 2.40 تغير  $I$  بتابعية  $z$  . ونحصل على النموذج الكلي بتدوير الشكل بأكمله حول محور الشدة . وهذا يعني أن اللوحة



شكل 2.40

تتألف من قرص مركزي مضئ محاط بحلقات مضئية تتناقص شدة اضاءتها بسرعة كلما ابتعدنا عن المركز . وتنعدم النهاية العظمى من اجل  $z_1 = 1,22 \pi$  .

$$z = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot h \cdot \frac{f_{\max}}{R} = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot h \cdot \sin u_{\max} \quad \text{نعيد كتابة } z \text{ بالشكل}$$

حيث  $u_{\max}$  نصف زاوية رأس المخروط الذي يقع رأسه في  $P_0$  وقاعدته تنطبق على الفتحة . وهكذا تحدث النهاية العظمى الاولى من اجل

$$h = \frac{0,61 \lambda}{\sin u_{\max}}$$

الخيال . فإذا كانت  $\lambda$  تمثل طول موجة الضوء في الخلاء ، فإن العبارة السابقة تكتب بالشكل

$$h = \frac{0,61 \lambda}{n \sin u_{\max}} \quad (10-3)$$

ويمثل  $h$  نصف قطر القرص المضئ المركزي .

إذا كانت  $z$  كبيرة بشكل كاف يمكن حساب  $J_1(z)$  من العلاقة :

$$J_1(z) = \left(\frac{2}{\pi z}\right)^{1/2} \left[ P_1(z) \cos\left(z - \frac{3\pi}{4}\right) - Q_1(z) \sin\left(z - \frac{3\pi}{4}\right) \right] \quad (10-4)$$

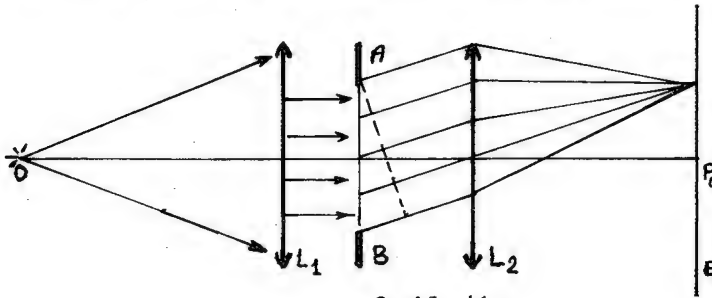
حيث :

$$P_1(z) \approx 1 + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2! (8z)^2} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{4! (8z)^4} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13}{6! (8z)^6} \dots$$

$$Q_1(z) \approx \frac{1 \cdot 3}{1! 8z} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{3! (8z)^3} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11}{5! (8z)^5} \dots$$

ويمكن استنتاج انصاف اقطار الحلقات المضئية من عبارات مشابهة للعبارة (3) .

- الانعراج خلال عدد من الفتحات المستديرة المتماثلة: يمكن استخدام انعراج الضوء لايجاد نصف قطر جسيمة صغيرة . ليكن لدينا الترتيب المبين على الشكل 2.41 ، حيث  $O$  يمثل منبعاً نقطياً وحيد اللون و  $L$



شكل 2.41

عدسة مجمعة و  $AB$  حاجز يحوي عددا كبيرا من الفتحات الصغيرة المتماثلة الموزعة عشوائيا ،  $L_2$  عدسة مجمعة أخرى و  $E$  شاشة .  
 إن كل فتحة سوف تعطي اهداب انعراج على شكل حلقات مضئية ومعتمة متمركزة في  $P_0$  الذي يمثل الخيال الهندسي لـ  $O$  وبما أن الفتحات لها نفس القطر والشكل ، لذا فان انصاف اقطار الحلقات المضئية والمظلمة تكون متساوية من اجل جميع نماذج الانعراج لمختلف الفتحات وبالتالي فان اللوحة الانعراجية تظهر نفس الحلقات .  
 لنفرض أننا استبدلنا الحاجز  $AB$  بحاجز متكامل معه ، ان الحاجز الجديد يعطي حسب مبدأ باينيه نفس اللوحة الانعراجية .  
 اذا أخذنا عددا من الجسيمات العاتمة المتشابهة ونشرناها على

صفحة زجاجية ووضعت بدلا من  $AB$  في الترتيب السابق ، أمكننا حسب ماتقدم ان نحسب نصف قطر الجسيمة بالعلاقة :

$$s_{max} = \frac{R z'}{K h} = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{z'}{\pi} \cdot \frac{R}{h} \quad (10-5)$$

حيث  $R$  بعد الحاجز  $AB$  عن اللوح الزجاجي و  $h$  نصف قطر الحلقة المضيئة ،  $s_{max}$  نصف قطر الجسيم .

من قياس نصف قطر الحلقة المضيئة الأولى ، يصبح لدينا :

$$s_{max} = \frac{1}{2\pi} z'_1 \lambda \cdot \frac{R}{h_1} = 0,82 \frac{\lambda R}{h_1}$$

ومن الحلقة المضيئة الثانية يكون

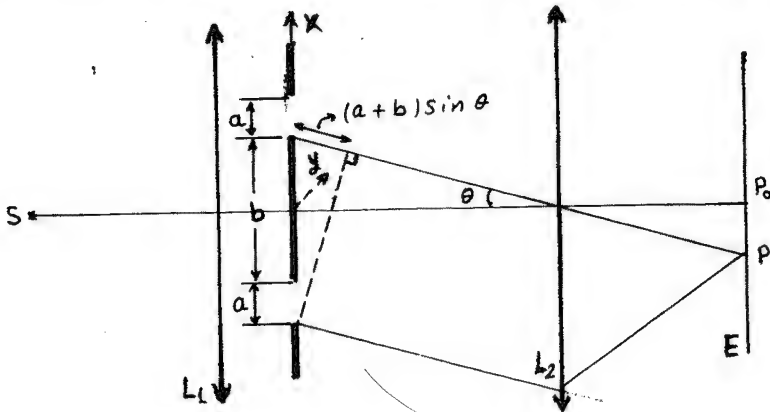
$$s_{max} = \frac{z'_2}{2\pi} \lambda \frac{R}{h_2} = 1,33 \frac{\lambda R}{h_2}$$

وقد استبدلنا  $z'_1$  و  $z'_2$  بقيمتيهما اللتين تحققان قيم عظمى لـ  $J_1$  (من اجل الحلقات المضيئة) :

$$\begin{array}{ccc} z'_1 & z'_2 & z'_3 \\ 2\pi \cdot 0,82 & 2\pi \cdot 1,33 & 2\pi \cdot 1,85 \end{array} \quad \dots$$

- الانعراج على شق مضاعف : لنفرض أن الحاجز يحوي شقين

متوازيين ومتساويين ، وأنه مضاء بضوء وحيد اللون صادر عن منبع  $S$  يقع في المستوى المحرقى للعدسة  $L_1$  ( الشكل 2.42) . اذا كان الحاجز



شكل 2.42

يحوي فتحة وحيدة فانها سوف تشكل اهداب فراونهوفر المتمركزة في النقطة  $P_0$  - الخيال الهندسي للمنبع  $S$  المتشكل في المستوى المحرقى للعدسة  $L_2$  . لكن وجود فتحتين يؤدي الى تداخل الاشعة الصادرة

عنهما ، لتشكل نتيجة التداخل اللوحة الانعراجية .  
 لنقوم باشتقاق عبارة الانعراج على الشق المضاعف باستخدام تكامل  
 كرتشوف ، ولنقتصر على حساب تغير الشدة وفق خط مستقيم  $PP_0$  عمودي  
 على الشقين . عندئذ نقتصر على التكامل وفق المحور  $x$  .  
 نفرض أن الاضطراب القادم من النقطة  $x=0$  يعطي طوراً مساوياً  
 للمفر في النقطة  $P_0$  . عندئذ نستطيع ان نكتب (انظر العلاقة (1) ) .

$$\psi_P = C_1 \iint_S e^{-ikr} \cdot ds = C_2 \iint_S e^{-ikx \sin \theta} \cdot ds$$

إذا اقتصرنا على التكامل وفق المحور  $x$  وذلك بإدخال التكامل وفق  
 المحور  $y$  داخل الثابت يكون

$$\psi_P = C_3 \left[ \int_{\frac{b}{2}}^{a+\frac{b}{2}} e^{-ikx \sin \theta} \cdot dx + \int_{-\frac{b}{2}}^{-\left(a+\frac{b}{2}\right)} e^{-ikx \sin \theta} \cdot dx \right]$$

حيث  $kx \sin \theta$  يمثل فرق المسير للأشعة المنعرجة بالزاوية  $\theta$  ومنه

$$\begin{aligned} \psi_P &= \frac{C_3}{ik \sin \theta} \left[ e^{-i \frac{kb \sin \theta}{2}} - e^{-ik(a+\frac{b}{2}) \sin \theta} + \right. \\ &\quad \left. + e^{ik(a+\frac{b}{2})} - e^{i \frac{kb \sin \theta}{2}} \right] = \\ &= \frac{2C_3}{k \sin \theta} \left[ \sin \left\{ k(a+\frac{b}{2}) \right\} - \sin \left\{ k \frac{b}{2} \sin \theta \right\} \right] = \\ &= \frac{2C_3}{k \sin \theta} \sin \frac{ka \sin \theta}{2} \cdot \cos \frac{k(a+b) \sin \theta}{2} \end{aligned}$$

وإذا بدلنا  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  ، وقمنا بتنظيم العبارة بحيث تعطي شدة عظمى في  
 المركز تساوي الواحد ، حيث  $I \sim |\psi_P|^2$  ، نحصل على :

$$I = \left[ \frac{\sin \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} \right]^2 \cos^2 \left( \frac{\pi(a+b) \sin \theta}{\lambda} \right) \quad (10-6)$$

يعرض الشكل 2.43 توزيع الشدة في لوحة الانعراج من أجل  
 $b = 2a$  . ويبدو على شكل منحنى مغلف ( الخط المتقطع ) يتغير ببطء  
 وهو يعكس تأثير المضروب الأول في عبارة الشدة  $I$  ، ويمثل توزيع الشدة  
 في نموذج فراونهوفر من أجل فتحة وحيدة . وتقع ضمن هذا المنحنى

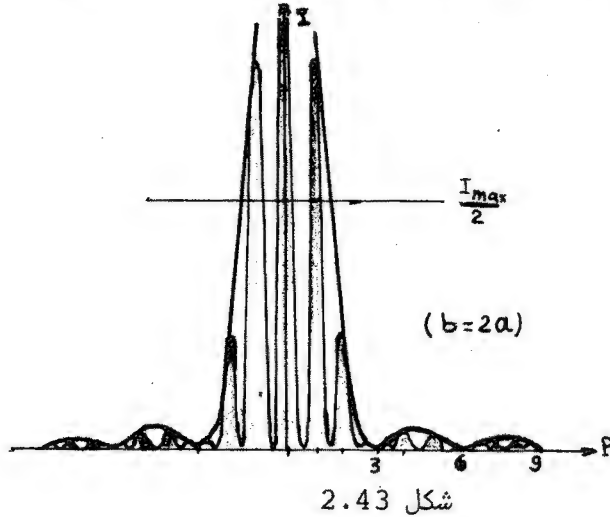


الاهدا ب المعينة بالمضروب الثاني  $\cos^2$  .  
تنعدم الشدة في حالة انعدام أحد العاملين

$$\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = \pi p \Rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda p}{a}, p=1,2,3 \dots (10-7)$$

$$\frac{\pi(a+b)}{\lambda} \sin \theta = (p + \frac{1}{2}) \pi \Rightarrow \sin \theta = (p + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{a+b} (10-8)$$

حيث  $p$  تدعى رتبة التداخل .  
من الصعب تحديد مواقع النهايات العظمى تماما . ولكن من اجل  
تغير بطيء للمنحني المتقطع فان النهايات العظمى للتداخل تعين



$$(a+b) \sin \theta = p \lambda$$

بالعلاقة :  
(10-8)

فاذا كان  $b$  عددا صحيحا من  $a$  ، فان انطباقا سيحدث من اجل بعض  
قيم  $p$  بين النهايات العظمى للتداخل والمغرى للانعراج ، وتُفقد  
في هذه الحالة بعض الرتب ذلك لأن النهايات العظمى للتداخل

$$\sin \theta = \frac{p \lambda}{a+b}$$

تعين بالعلاقة

$$\sin \theta = \frac{p \lambda}{a}$$

والنهايات الصغرى للانعراج بالعلاقة

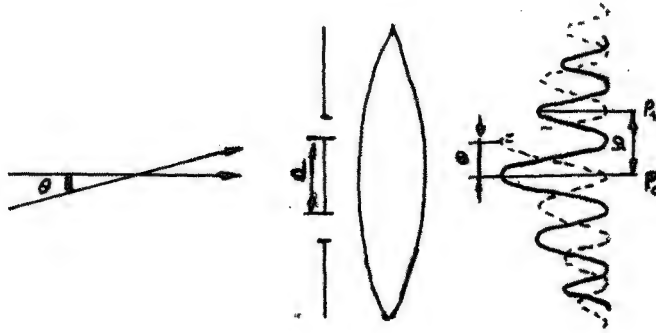
فمن اجل  $b=2a$  مثلا نجد ان الرتب المفقودة للتداخل هي 3 ، 6 ، 9  
ومن اجل  $b=3a$  تكون الرتب المفقودة 4 ، 8 ، 12 ، وفي الحالة العامة

إذا كان  $b = na$  فإن الرتب المفقودة هي :  $p = (n+1)p'$  ، أي  
 $(n+1) \quad , \quad 2(n+1) \quad , \quad 3(n+1) \quad \dots$   
 إذا استخدم في الاضاءة ضوء أبيض ، فإن الهدب المركزي يكون أبيض  
 اللون لأن فرق المسير من أجل جميع الأطوال الموجية معدوم ، ويحيط  
 بذلك الهدب عدداً من الاهداب الملونة .

#### 11 - استخدامات الانعراج .

يستعمل انعراج الضوء على شق مضاعف لقياس قرينة انكسار الغازات  
 في مقياس رايلي التداخلي الذي عرض مخططه في الفقرة 4 .  
 يلقي تطبيق آخر للانعراج على شقين مكاناً في علم الفلك ، وذلك  
 لقياس المسافة الزاوية أو القطر الزاوي للنجوم البعيدة . ويتحقق  
 ذلك بواسطة مقياس ميكلسون التداخلي النجمي . يمكن فهم فكرة  
 استخدام هذا المقياس لقياس المسافات الزاوية الصغيرة من الشكل  
 2.44 .

لنفرض أن نجمين يقعان على مسافة زاوية صغيرة  $\theta$  من بعضهما ،



شكل 2.44

عندئذ سيتشكل لهذين النجمين خيال في جسمية المنظار الفلكي (تلسكوب)  
 على شكل دائرة مضيئة ( ولا يمكن تمييزها ) . لنغطي الجسمية بحاجز  
 يحوي شقين يبعدان عن بعضهما بالمسافة  $D$  . عندئذ سنحصل من كل نجم  
 على لوحة انعراجية على شكل اهداب عاتمة تتقاطع مع خيال النجم .  
 وتكون جملتاً الاهداب للنجمين مزاحتين بالزاوية  $\theta$  . وتعطى المسافة  
 $\psi$  بين الهدب المركزي  $P_0$  في كل لوحة والهدب المجاور له  $P_1$  من  
 نفس اللوحة بالعلاقة  $D \sin \psi = \lambda$  حيث  $\psi$  زاوية الانعراج ، أي أن

$\frac{1}{\phi} \approx \frac{1}{\phi_0}$  كونها صغيرة . اذا غيرنا المسافة  $D$  بين الشقين تتغير بالتالي المسافة الزاوية  $\phi$  بين الاهداب . فاذا تحققت المساواة  $\phi = 2\theta$  انطبقت النهايات العظمى لاحدى اللوحتين مع النهايات الصغرى للوحة الاخرى ، ويكون بالتالي التمييز بين اللوحتين سيئا . اذا استمرينا في تغيير المسافة تظهر الاهداب من جديد . نقوم بعدئذ بقياس المسافة  $D_0$  بين الشقين عندما يحدث الظهور الاول في تمييز الاهداب . فنحصل على المسافة الزاوية  $\theta$  من العلاقة  $\theta = \frac{1}{2D_0}$  . ويجب ان يجرى القياس من اجل طول موجة محددة .

### \_\_شبكة الانعراج\_\_ :

تعتبر شبكة الانعراج من أهم الاجهزة الانعراجية ، لذلك سنقسم بدراساتها بالتفصيل .

ان الاهداب المتشكلة بواسطة شقين تكون أضيق وأكثر تأنفا من الاهداب المتشكلة بواسطة شق واحد ، ويتضح ذلك من مقارنة العلاقتين (8-10) و (9-8) . وتؤدي زيادة عدد الشقوق الى زيادة الشدة للنهايات العظمى الرئيسية من ناحية ، والى زيادة تركز الاهداب المضئية في نهايات عظمى ضيقة ومؤنفة ، مفصولة عن بعضها عمليا بمسافات معتمدة من ناحية اخرى . ولكي نتأكد من ذلك نقوم بدراسة شبكة مؤلفة من  $N$  شق ، عرض كل منها  $b$  والمسافة الفاصلة بين شقين متتاليين تساوي  $a$  ( الشكل 2.45) . وتدعى القيمة  $d = a + b$  بدور الشبكة .

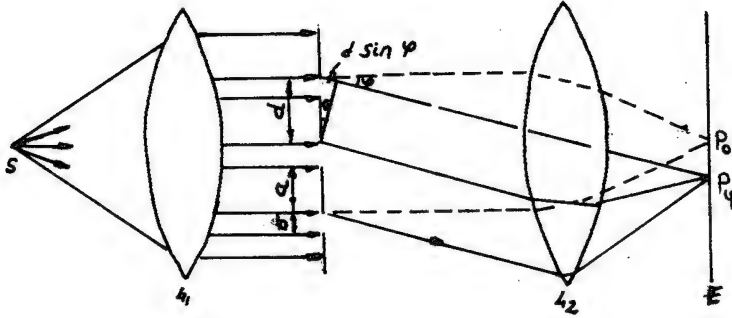
لنفرض أن حزمة ضوئية ناتجة عن المنبع  $S$  ترد متوازية بمساعدة العدسة  $L_1$  الى الشبكة . وكما هي العادة في انعراج فراونهوفر ، تجري الملاحظة على شاشة واقعة في المستوي المحرقى للعدسة الموضوعة خلف الشبكة مباشرة . ويمكن ان توضع بدلا من الشاشة عينية لمشاهدة اللوحة بصريا .

نرى من الشكل 2.45 أن فرق المسير بين شعاعين منتشرين من نقاط متوافقة لشقين متجاورين بزاوية انعراج  $\phi$  يساوي  $d \sin \phi$  . فاذا كان فرق المسير هذا مساويا لعدد صحيح من طول الموجة ، فان الامواج الصادرة عن جميع الشقوق والمنتشرة وفق هذا الاتجاه تكون على اتفاق في الطور (ذلك لأن ازاحة فرق الطور بعدد صحيح من  $2\pi$  لاتحمل اي تأثير) . ويحدث تقوية تداخلية للامواج المنتشرة في هذا الاتجاه .

وهكذا يكون شرط تشكل النهايات العظمى الرئيسية كالتالي

$$d \sin \varphi = 0, \lambda, 2\lambda, \dots, m\lambda \quad (11-1)$$

إذا لم ينتشر الضوء من شق واحد في اتجاه ما ، فانه لن ينتشر



شكل 2.45

في هذا الاتجاه في حالة N شق أيضا . وبالتالي تكون شروط تشكل

النهايات الصغرى كما هي في حالة شق وحيد :

$$b \sin \varphi = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots, m\lambda \quad (11-2)$$

وعندما يتحقق الشرطان (1) و (2) معا ، فان بعض النهايات العظمى

تختفي وهذا ممكن فقط اذا كانت b و d متناسبتين . فمن اجل

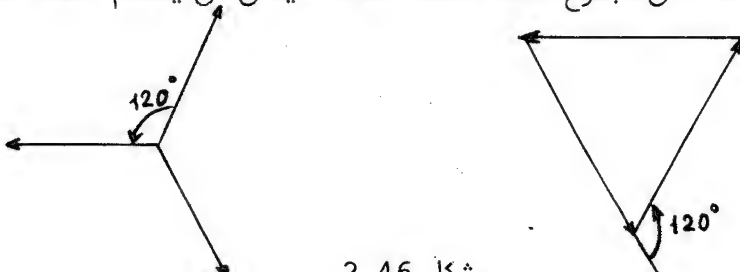
الشبكة التي يكون فيها  $a=b$  تختفي النهايات العظمى الزوجية .

وأخيرا فان الاشعة الصادرة من مختلف الشقوق وفق اتجاه ما سوف

تقوم باطفاء بعضها البعض بنتيجة التداخل . ولكي نفهم الشروط التي

يحدث من اجلها ذلك ، نتوجه الى المخطط الشعاعي المبين على الشكل

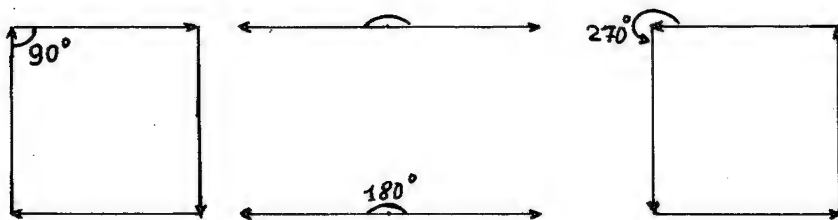
2.46 . ان مجموع ثلاثة اشعة متماثلة يمكن ان ينعدم عندما تكون



شكل 2.46

الزاوية بين كل شعاعين متجاورين 120 درجة او 240° . وهذا يعني

ان ثلاثة اشعة متماثلة يمكن ان تطفأ بعضها البعض ، اذا كان فرق المسير بين الشعاعين المتجاورين  $\frac{\lambda}{3}$  او  $\frac{2\lambda}{3}$ . ويحدث الانطفاء في حالة أربعة اشعة ( انظر الشكل 2.47) عندما يكون فرق الطور بين



شكل 2.47

الشعاعين المتجاورين من مضاعفات 90 درجة، أي من اجل فرق في المسير قدره  $\frac{\lambda}{4}$  ،  $\frac{2\lambda}{4}$  ،  $\frac{3\lambda}{4}$  . نعم هذه المناقشة على  $N$  شعاع فنحصل من اجل النهايات الصغرى الاضافية على الشرط التالي :

$$d \cdot \sin \varphi = \frac{\lambda}{N} , \frac{2\lambda}{N} , \dots , \frac{(N-1)\lambda}{N} \quad (11-3)$$

بمقارنة العلاقتين (1) و (3)، نرى أن عدد النهايات الصغرى الثانوية المحصورة بين نهايتين عظيمتين رئيسيتين يساوي  $(N-1)$  .



شكل 2.48

وبالرغم من أن هذه النهايات الصغرى الثانوية مفصولة بعظمى ثانوية، إلا أن هذه الأخيرة ضعيفة الاضاءة . وبالتالي فان اللوحة الانعراجية تبدو على شكل اهداب مضيئة حادة جدا موجودة على قاعدة معتمدة (الشكل 2.48) وذلك من اجل شبكة مؤلفة من أربعة شقوق .

وبما أن نهايتين صغيرتين موجودتين الى جانبي النهاية العظمى الرئيسية ، نستنتج استنادا الى الشرط (3) ، ان عرض الهدب المضيء (النهاية العظمى الرئيسية) يكون أصغر كلما كان عدد الشقوق  $N$  اكبر . فمن اجل العرض الزاوي للهدب يكون لدينا الشرط :

$$\delta(d \cdot \sin \varphi) = \frac{1}{N} \quad (11-4)$$

$$\text{أو } d \cdot \cos \varphi \cdot \delta \varphi = \frac{1}{N} \quad \text{ومنه}$$

$$\delta \varphi = \frac{1}{Nd \cdot \cos \varphi} \approx \frac{1}{Nd} \quad (11-5)$$

ذلك لأن  $\varphi$  زاوية صغيرة في التطبيقات العملية .

لكي نحصل على العبارة التحليلية للسعة بتابعية زاوية الانعراج

$\varphi$  ، يجب أن نقوم بجمع تأثير كل الشقوق وفق الاتجاه المقصود . ان

تأثير شق واحد وفق الاتجاه  $\varphi$  يعطى بالعبارة

$$\xi = A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cos(\omega t + \beta_\varphi)$$

حيث  $\alpha = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}$  و  $A_0$  سعة الموجة خلال شق وحيد في اتجاه الحزمة  
البديئية (انظر العلاقة 7-8) .

يعطى فرق المسير بين شعاعين متداخلين صادريين عن شقين متجاورين

بالعلاقة  $\beta_\varphi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \varphi$  حيث  $d = a + b$  دور الشبكة . ويؤدي

استعمال الطريقة الرمزية لجمع الاهتزازات الى جمع مقادير عقدية .

حيث يمثل الاهتزاز الناتج عن الشق الواحد بالعبارة

$$\xi_j = A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} e^{i\omega t} \cdot e^{i(j-1)\beta}$$

وتكون الاهتزازة الحاصلة :

$$\xi = \sum_{j=1}^N \xi_j = A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha} e^{i\omega t} [1 + e^{i\beta} + e^{i2\beta} + \dots + e^{i(N-1)\beta}] \quad (11-6)$$

ان المقدار الموجود ضمن الاقواس في الصيغة (6) يمثل مجموع

حدود سلسلة هندسية اساسها  $q = e^{i\beta}$  ، ويساوي هذا المجموع

$$\sum_{j=1}^N e^{i(j-1)\beta} = \frac{1 - e^{iN\beta}}{1 - e^{i\beta}} \quad (11-7)$$

وتساوي السعة طويلة هذا المقدار العقدي (يصف المضروب  $e^{i\omega t}$  في

العبارة 6 التابعة للزمن ، ولايعطي أية مساهمة في تحديد السعة) .

نضرب العبارة (7) في مرافقها العقدي ، فنحصل على :

$$\frac{1 - e^{iN\beta}}{1 - e^{i\beta}} \cdot \frac{1 - e^{-iN\beta}}{1 - e^{-i\beta}} = \frac{2 - (e^{iN\beta} + e^{-iN\beta})}{2 - (e^{i\beta} + e^{-i\beta})} =$$

$$= \frac{1 - \cos(N\beta)}{1 - \cos\beta} = \frac{\sin^2(\frac{N\beta}{2})}{\sin^2(\frac{\beta}{2})} \quad (11-8)$$

يعطي الجذر التربيعي للعلاقة (8) عبارة السعة التي نبحث عنها ( تعطي العلاقة (8) نفسها عبارة الشدة ) . ونحصل بشكل نهائي آخذين بعين الاعتبار أن  $\beta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\varphi$  ، على :

$$A_\varphi = A_0 \frac{\sin(\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda})}{\frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}} \cdot \frac{\sin(\frac{\pi N d \cdot \sin\varphi}{\lambda})}{\sin(\frac{\pi d \cdot \sin\varphi}{\lambda})} \quad (11-9)$$

ويعكس المضروب  $A_0 \frac{\sin\lambda}{\lambda}$  ، حيث  $\alpha = \frac{\pi b \sin\varphi}{\lambda}$  ، في الصيغة (9) تأثير شق واحد .

وبالتالي فان الانعراج على الشبكة ، كما هو الحال في الانعراج على شقين ، يؤدي الى تركز جميع الضوء تقريبا في مجال النهاية العظمى المركزية لشق وحيد، ويساوي العرض الزاوي لهذه النهاية  $\frac{2\lambda}{b}$  (المسافة الزاوية بين النهايتين الصغيرتين اللتين تحدان النهاية العظمى المركزية للانعراج) .

بما ان عرض كل شق يكون عادة صغيرا جدا ، فان هذه النهاية العظمى تكون عريضة جدا ، ويتموضع داخلها عدد من النهايات العظمى الرئيسية للشبكة (عدمن الرتب) .

كيف تكون الشدة في النهايات العظمى الرئيسية ؟ تحدد هذه الشدة بالشرط (1) . نعوض في (9) قيمة  $\sin\varphi = \frac{m\lambda}{d}$  ، حيث  $m$  رتبة التداخل، فنحصل على :

$$I_m = A_0^2 \frac{\sin^2(\frac{\pi b m}{d})}{\frac{\pi^2 b^2 m^2}{d^2}} \cdot \left[ \frac{\sin(\pi m N)}{\sin(\pi m)} \right]^2 \quad (11-10)$$

نشر المقدار  $\frac{\sin(\pi m N)}{\sin(\pi m)}$  وفق قاعدة لوبيتال ، فنجد :

$$\lim_{\beta \rightarrow \pi m} \frac{\sin N\beta}{\sin \beta} = N \lim_{\beta \rightarrow \pi m} \frac{\cos N\beta}{\cos \beta} = N \quad (11-11)$$

وهكذا يكون

$$I_m = \frac{A_0^2 N^2 d^2}{\pi^2 m^2 b^2} \cdot \sin^2\left(\frac{\pi b m}{d}\right) \quad (11-12)$$

يرى من العبارة (12) أن شدة النهايات العظمى تتناسب مع  $N^2$  .  
 إذا كانت الشقوق  $N$  غير مترابطة ، فإن الشدة تنمو بمقدار  $N$  مرة  
 ( بالمقارنة مع الشدة لشقٍ واحد ) . ويرى أيضا من العلاقة (12) أن  
 زيادة رتبة النهايات  $m$  يؤدي إلى نقصان سريع للشدة .  
 وبما أن شرط النهايات العظمى (1) يتعلق بطول الموجة  $\lambda$  ،  
 (فان خطوط) اهداب) الألوان المختلفة سوف تلاحظ في أماكن مختلفة .  
 وهكذا إذا ورد على شبكة الانعراج ضوء ابيض ، فإن هذا الضوء يتعرض  
 لتحليل (نشر) طيفي . عندئذ يمكن اعتبار الشبكة جهازا جيدا للتحليل  
 الطيفي ، ذلك لأنها يعطي خطوطا ضيقة جدا .

## 12 - مواصفات أجهزة التحليل الطيفي .

تعدّ مثل هذه الأجهزة لتعيين طول الموجة ، وذلك بمقارنة أطوال  
 الامواج لخطوط طيفيين متقاربين .

- تبديد الجهاز الطيفي: (despersive power) يعرف هذا  
 المقدار بأنه المسافة الزاوية الفاصلة بين خطين طيفيين يقابلان  
 طولين موجيين يختلفان بـ  $1^\circ$  . إذا شوهد خطان مقابلان لطولين  
 موجيين  $\lambda$  و  $\lambda + d\lambda$  وفق الزاويتين  $\psi$  و  $\psi + d\psi$  ، فإن قياس التبديد  
 يعبر عنه بالمقدار

$$D_\psi = \frac{\delta\psi}{\delta\lambda} \quad \text{التبديد الزاوي} \quad (12-1)$$

يتشكل الطيف عادة على الشاشة بمساعدة عدسة ، فإذا كان البعد  
 المحرقى لهذه العدسة يساوي  $f$  فإن المسافة الزاوية  $\delta\psi$  ستقابل  
 بازاحة خطية مقدارها  $\delta S = f \delta\psi$  . وهكذا يعرف التبديد الخطي

$$D_f = \frac{\delta S}{\delta\lambda} = f D_\psi \quad \text{بالعلاقة} \quad (12-2)$$

ويعبر عن هذا المقدار عادة بالملم على انغستروم ( $mm/\text{\AA}$ ) . ويشار  
 غالبا إلى مقلوب المقدار السابق  $\frac{1}{D_f}$  الذي يظهر عدد الامواج الموجودة  
 في 1 ملم من صفيحة (فيلم) التصوير التي يسجل عليها الطيف .

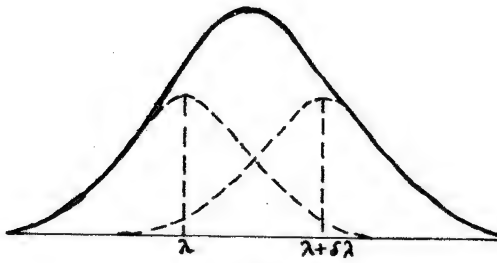
ان شرط تشكل النهايات العظمى في حالة الشبكة هو  $d \cdot \sin\psi = m\lambda$   
 ونقوم من اجل موجتين متقاربتين  $\lambda$  و  $\lambda + d\lambda$  بمفاضلة العلاقة

$$d \cdot \cos\psi \cdot \delta\psi = m \delta\lambda \Rightarrow D_\psi = \frac{\delta\psi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cdot \cos\psi} = \frac{nm}{\cos\psi} \quad (12-3)$$

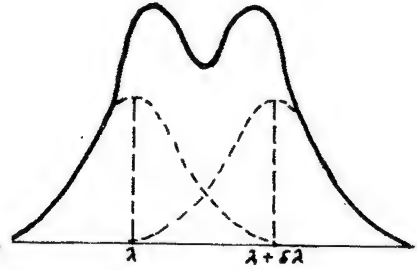


حيث  $n = \frac{d}{\lambda}$  عدد حزم الشبكة في الملم الواحد .  
هكذا نلاحظ أن التبديد يزداد كلما نقص دور الشبكة  $d$  ، وكلما  
ازدادت الرتبة  $m$  للطيف المشاهد .

قدرة الفصل أو شدة التحليل (Resolving power) : تعطي  
هذه الخاصة امكانية التمييز بواسطة الجهاز بين خطين طيفيين  
موافقين لطولين موجيين متجاورين  $\lambda$  و  $\lambda + \delta\lambda$  . ويعرض الشكل  
2.49 خطين مندمجين بغض النظر عن التبديد الشديد للجهاز ، فالتبديد  
يحدد المسافة بين قمتين لنهائيتين عظيمتين ، بينما تتعلق قدرة  
الفصل بعرض الخط الطيفي .



شكل 2.49



شكل 2.50

يمكن لخطين طيفيين ان يكونا مفصولين بالتأكيد ، اذا وقعت  
النهاية العظمى لأحد الخطين على الصغرى للخط الآخر (عيار رايلي  
الشكل 2.50) . ويؤخذ بمثابة القياس لقدرة الفصل ، النسبة بين طول  
الموجة  $\lambda$  والمجال الاصغر  $\delta\lambda$  ، أي  $A = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$  . وتحدد النهايتان  
العظيمتان المتجاورتان في الطيف ذي الرتبة  $m$  لشبكة الانعراج من  
الشرطين

$$d \cdot \sin \varphi'_m = m \lambda_1 \quad , \quad d \cdot \sin \varphi''_m = m \lambda_2 \quad (12-4)$$

ان النهاية الصغرى لـ  $\lambda_2$  تلاحظ وفق الاتجاه  $\varphi_m$  الذي يحقق  
الشرط  $d \cdot \sin \varphi_m = m \lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N}$  (12-5)  
ويكون شرط رايلي الذي يتحقق من اجله الفصل هو التالي

$$\varphi'_m = \varphi_m \quad (12-6)$$

$$m \lambda_1 = m \lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N} \quad \text{or} \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} = m N \quad (12-7)$$

وبما أن  $\lambda_1 - \lambda_2 = \delta\lambda$  ، فاننا نحصل على عبارة قدرة الفصل للشبكة

$$A = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = mN \quad (12-8)$$

وهكذا فان قدرة الفصل تساوي جداء رتبة الطيف  $m$  بعدد الاشعة المتداخلة ( عدد خطوط الشبكة ) .

فمن اجل رتبة طيف  $m$  محددة، مثلاً ، يكون

$$\frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \frac{m}{d \cdot \cos \varphi} \Rightarrow m = \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} d \cdot \cos \varphi$$

$$A = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = N d \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\delta \varphi}{\delta \lambda} = \ell \cos \varphi D \varphi \quad \text{ومنه}$$

أي أن شدة التحليل = شدة التبديد  $\times$  عرض الحزمة المنعرجة .

مجال التبديد : إن زيادة الرتبة تؤدي الى أن الطيوف تبدأ

بتغطية بعضها البعض ، مما يحول دون ملاحظة الخطوط الطيفية

وبالتالي يوجد لكل جهاز عرض محدود للمجال الطيفي  $\Delta \lambda$  ، ويمكن

ضمن هذا المجال الحصول على نهايات عظمية وصغرى متقطعة (غير متصلة) .

ويدعى هذا المجال بمجال التبديد  $G$  . نوجد هذا المجال من اجل

شبكة انعراج .

نفرض أن أمواجاً محصورة في المجال  $(\lambda, \lambda + \Delta \lambda)$  ترد على شبكة

انعراج . ان موضع النهاية العظمى للرتبة  $m$  للطرف الايمن من هذا المجال

المساوية لـ  $m$  يحدد بالعلاقة

$$d \cdot \sin \varphi_m^* = m (\lambda + \Delta \lambda) \quad (12-9)$$

وتشكل النهاية العظمى للرتبة  $m+1$  من اجل الطرف الايسر للمجال

(طول الموجة  $\lambda$ ) ، عندما يتحقق الشرط

$$d \cdot \sin \varphi_{m+1} = (m+1) \lambda \quad (12-10)$$

ويحصل الانطباق بين النهايتين عندما

$$\varphi_m^* = \varphi_{m+1} \quad (12-11)$$

اي ان

$$m (\lambda + \Delta \lambda) = (m+1) \lambda \quad \text{و} \quad G = \Delta \lambda = \frac{\lambda}{m} \quad (12-12)$$

وهكذا نلاحظ ان مجال التبديد يتناقص كلما ازدادت الرتبة .

تسمح المواصفات التي استعرضناها آنفاً بمقارنة مختلف الاجهزة

الطيفية التداخلية منها والانعراجية ، واختيار الجهاز المناسب

لهدف الاستعمال .

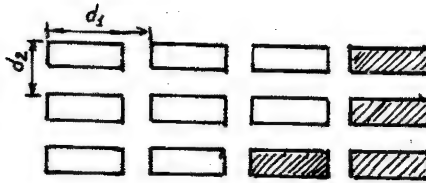
يمكن للتداخل ان يحدث ليس فقط على مجموعة من الشقوق المتوازية (شبكة أحادية البعد) ، وإنما على شبكة مستوية ، تتألف من جملة فتحات مستطيلة دورية ثنائية البعد ، وأيضاً على هيكل ثلاثي البعد دوري . وتعتبر الحالة الأخيرة هامة جداً من الناحية التطبيقية .

ويرتبط هذا بأن الشبكة البلورية للأجسام الصلبة تعتبر بناء (تركيباً) فراغياً دورياً . ويلاحظ الانعراج عندما ترد على البلورات أشعة ذات أطوال موجية قصيرة جداً (أشعة رونتجن) . وتكون اللوحة الانعراجية في هذه الحالة على شكل نقاط مضيئة (أماكن تقاطع الأهداب) متوضعة على قاعدة معتمدة . ويمكن أن نعين بواسطة اللوحة المذكورة دور الشبكات البلورية ، أي المسافة المتوسطة الفاصلة بين ذرات الجسم الصلب . وتستند على هذا الأساس طرق تحليل التركيب البلوري بالأشعة السينية .

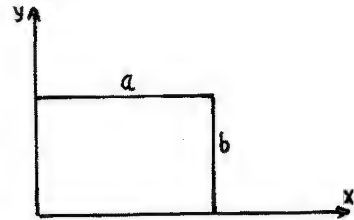
يعبر عن شرط تشكل النهايات العظمى في حالة شبكة الانعراج ثنائية البعد (الشكل 2.51) بالعلاقين

$$d_1 \cos \alpha = \pm m \lambda \quad , \quad d_2 \cos \beta = \pm m \lambda \quad (12-13)$$

حيث أن  $\alpha$  و  $\beta$  الزاويتان اللتان يشكلهما الاتجاه نحو نقطة



شكل 2.51



شكل 2.52

المراقبة مع محوري الاحداثيات . وتحدد الزاوية الثالثة  $\gamma$  أثناء ذلك بالعلاقة

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad (12-14)$$

يمكن الانتقال من الانعراج على شبكة ثنائية البعد الى الانعراج على فتحة مستطيلة (الشكل 2.52) . وتبين الحسابات أن شدة الضوء في الاتجاه  $\alpha$  ، يعطى بعبارة مشابهة لعبارة الشدة في حالة

الانعراج على شق أو شبكة (انظر الصيغتين 10 و 11 في الفقرة 11) :

$$I = A_0^2 \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi a \sin \alpha}{\lambda} \right)}{\left( \frac{\pi a \sin \alpha}{\lambda} \right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi b \sin \beta}{\lambda} \right)}{\left( \frac{\pi b \sin \beta}{\lambda} \right)^2}$$

يوصف الانعراج على تركيب ثلاثي دوري (بلورات) بنفس الصيغ

من اجل الشبكة ثنائية البعد مع شرط اضافي للنهايات العظمى ، وذلك

بنتيجة تداخل الاشعة الصادرة عن مختلف مستويات الشبكة (الشكل

2.53) . لنفرض أن الضوء يرد على الشبكة من الاسفل ، ان فرق

المسير بين الشعاعين 1 و 2 المنعرجين على مستويين للشبكة والمتجهين

وفق الزاوية  $\delta$  ، يعطى بالعلاقة

$$\Delta = d_3 - d_3 \cos \delta \quad (12-15)$$

حيث  $d_3$  المسافة بين مستويات الشبكة (الدور الثالث للشبكة) .

وتحدد جملة الشروط

$$d_1 \cos \alpha = \pm m_1 \lambda$$

$$d_2 \cos \beta = \pm m_2 \lambda \quad (12-16)$$

$$d_3 - d_3 \cos \delta = \pm m_3 \lambda$$

بالاضافة الى الشرط

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \delta = 1$$

او

$$\frac{m_1^2 \lambda^2}{d_1^2} + \frac{m_2^2 \lambda^2}{d_2^2} + \frac{(d_3 - m_3 \lambda)^2}{d_3^2} = 1 \quad (12-17)$$

المحققة في نفس الوقت ، اللوحة

الانعراجية الصادرة عن شبكة فراغية .

اذا حدث انعكاس على طبقات الشبكة ، فان علاقة التداخل

تأخذ نفس الشكل لعلاقة فرق المسير من اجل صفيحة متوازية الوجهين

(الشكل 2.54) :

$$2 d_3 \cos \delta = \pm m \lambda \quad (12-18)$$

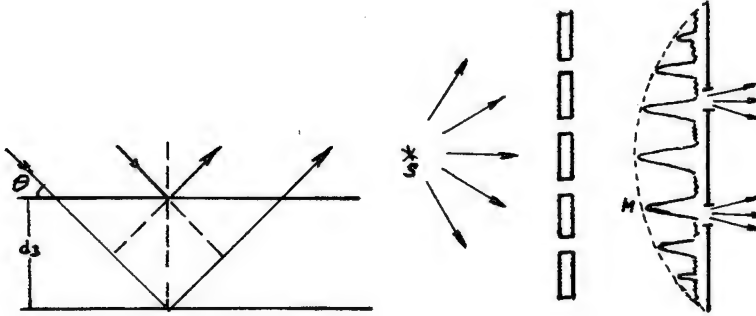
حيث  $\delta$  زاوية الانعكاس . وتدعى هذه العلاقة الاخيرة بعلاقة براغ -

فولغا .

نشير اخيرا الى بعض الملاحظات . يملك مبدأ هويغنز - فرنل

وعبارته الرياضية لكرتشفوف تطبيقات محددة ، ذلك لأنه في حالة استخدام

شقوق ضيقة جدا  $b \sim \lambda$  ، وفي حالة زوايا انعراج  $\Psi$  كبيرة ، تبدأ خواص الحاجز المستعمل بتأثيراتها على المسألة المدروسة . ولحل المسألة في هذه الحالات ، يجب ان تؤخذ بعين الاعتبار الشروط الحدودية للحقل الكهرطيسي للموجة الضوئية . مما يسبب صعوبات جمة في الحسابات وحتى الآن لم تحل بشكل دقيق إلا بعض المسائل الانعراجية ، وفي هذه المسائل تستخدم غالبا شروط مثالية .



شكل 2.54

شكل 2.55

وتتطرق الملاحظة الثانية الى دور الانعراج في الاجهزة البصرية حيث أن حدود الجسمية تعتبر حدود الفتحة التي يحدث عليها انعراج الضوء الوارد . وهذا يؤثر على قدرة الفصل للأجهزة البصرية ، وسوف نتعرض الى ذلك في الفصل الذي يخص الضوء الهندسي .

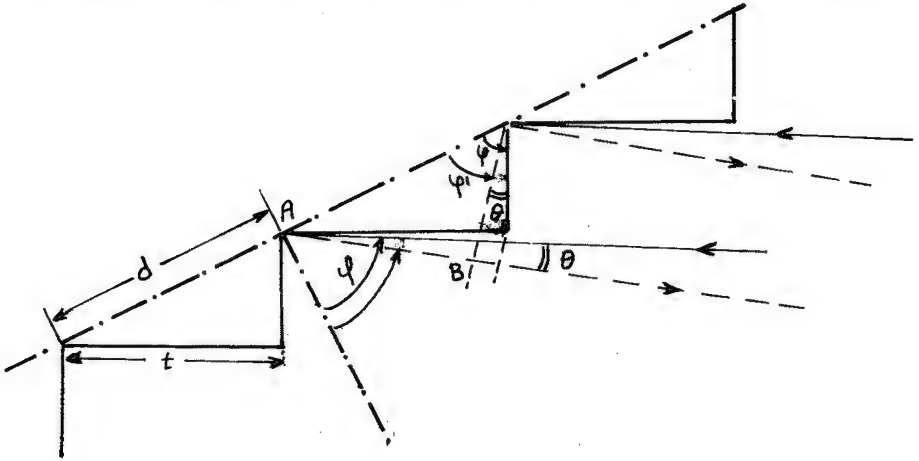
لقد درسنا سابقا ورود الموجة المستوية على شبكة الانعراج . ولكن من المثير للحال التي توضع فيها الشبكة مباشرة بين المنبع والشاشة دون استخدام عدسة مقربة ( الشكل 2.55 ) .

يرد الضوء في الحالة الاخيرة المذكورة ، على الشبكة وفق جميع زوايا الورود الممكنة ، ويبدو الطيف المتشكل على الشاشة مموها (غير واضحا) . غير أن الضوء الذي يعبر الشبكة يملك بعض الخواص المثيرة للاهتمام . ففي الوقت التي تشكل فيه نهايات عظمى للشدة في حالة استخدام موجة مستوية ، تتشكل في حالتنا نهايات عظمى للترابط . فاذا أحدثنا شقين في الشاشة ، فإن اللوحة التداخلية ليونغ التي تتشكل خلف الشاشة تكون واضحة جدا ، وذلك اذا انطبق الشقان على

موضعي نهايتي ترابط عظيمتين .

- شبكة الانعراج المِدرِجَة ( Echelon ) : لقد وجدنا في هذه الفقرة أن شدة تبديد الشبكة تتناسب مع عدد الشقوق في الملم الواحد ( العلاقة 3 ) ، وتناسب ايضاً مع الرتبة . وكذلك وجدنا أن قدرة الفصل للشبكة تتناسب مع عدد الشقوق (الحزوز) الكلي  $N$  ومع رتبة الطيف . ان زيادة شدة التحليل تتطلب زيادة عدد الحزوز ولكن هذا لا يمكن ان يكون بدون حدود ، بالاضافة الى أن زيادة الرتبة تؤدي الى انخفاض الاضاءة . وقد أمكن التغلب على هذه المشكلة باستخدام ما يعرف بالشبكة المدرجة . ويوجد نوعان من هذه الشبكات ، الشبكات المنفذة والعاكسة .

يعرض الشكل 2.56 مخططاً لشبكة مدرجة عاكسة ، دورها  $d$  ، وعرض الدرجة الواحدة يساوي  $s$  وعمقها  $t$  . اذا وردت الاشعة بزاوية ورود  $\psi$  على هذه الشبكة ، فان فرق المسير بين اضطرابين منعرجين من نقطتين متوافقتين من درجتين متجاورتين بزاوية انعراج  $\psi'$  يعطيه



شكل 2.56

بالعلاقة :

$$\Delta = AB + t = d \cdot \sin \psi' + d \cdot \sin \psi = d (\sin \psi' + \sin \psi)$$

ويجب ان يتحقق الشرط في مواضع النهايات العظمى

$$n' d (\sin \psi' + \sin \psi) = m \lambda \quad (12-19)$$

حيث  $n'$  قرينة انكسار الهواء و  $m$  الرتبة و  $\lambda$  طول موجة الضوء المستخدم .

نجد من الشكل 2.56 ان  $\theta = \varphi - \varphi'$  ,  $\varphi' = \varphi - \theta$

$$\sin \varphi' = \sin \varphi \cos \theta - \cos \varphi \cdot \sin \theta$$

$$\sin \varphi = \frac{t}{d} \quad , \quad \cos \varphi = \frac{s}{d} \quad \text{لدينا ايضا}$$

بما ان  $\theta$  صغيرة في اغلب الحالات العملية ، يكون  $\cos \theta \approx 1$  و  $\sin \theta \approx \theta$  وتصبح المعادلة (19) على الشكل :

$$n'd \left[ \frac{t}{d} - \frac{s}{d} \theta + \frac{t}{d} \right] = m \lambda$$

ومنه

$$n'(2t - \theta \cdot s) = m \lambda \quad (12-20)$$

وبإهمال تبديد الهواء نجد ان التبدد الزاوي يعطى بالعلاقة :

$$\Delta \theta = \frac{\delta \theta}{\delta \lambda} = - \frac{m}{n's} = - \frac{2t}{\lambda n s} \quad (12-21)$$

عندما تكون  $\theta$  معدومة ، و  $\cos \varphi' \approx \cos \varphi = \frac{s}{d}$  يمكن استنتاج

$$\frac{\delta \varphi'}{\delta \lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi'} \cdot \frac{1}{n'}$$

العلاقة السابقة من

التي نحصل عليها من اشتقاق العبارة (19) . وبصورة مشابهة نجد من العلاقة (20) :

$$\frac{\delta \theta}{\delta m} = - \frac{\lambda}{s n'} \quad (12-22)$$

اذا وضعنا  $\delta m = 1$  ، نحصل على قيمة البعد الزاوي بين الرتب المتتالية

$$\delta \theta = - \frac{\lambda}{s n'}$$

ويمكن حساب  $\Delta \lambda$  بين الرتب المتتالية من العلاقة (21) :

$$\Delta \lambda = - \frac{\lambda s}{2t} \delta \theta = - \frac{n's}{m} \delta \theta = \frac{n's}{m} \cdot \frac{\lambda}{n's} = \frac{\lambda}{m}$$

وباستخدام العلاقة (20) بعد إهمال الحد الحاوي على  $\theta$  ، وبالتبديل

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda}{m} = \frac{\lambda^2}{2n't} \quad \text{نحصل على:} \quad (12-23)$$

تساوي شدة التحليل لهذه الشبكة ، كما هو الحال في الشبكات

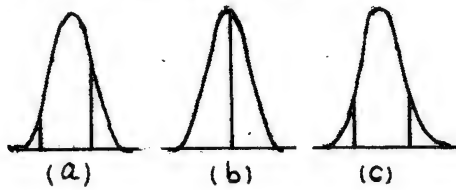
الآخري ، الى جداء الرتبة بعدد العناصر العارضة . ويكون عدد العناصر

العارضة في هذا النوع من الشبكات صغيرا (مثلا 40) ، ولكن الرتبة

كبيرة ، مثلا اذا كانت سماكة الصفيحة 7 ملم ، فان  $m$  تساوي تقريبا 34000 من اجل  $\theta = 0$  وذلك عند استخدام الضوء ذي الطول الموجي  $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ .

تقع النهايات العظمى الرئيسية المعطاة بالعلاقتين (19) و (20) ضمن المغلف الموافق لنموذج الانعراج لعنصر عارج وحيد من الشبكة ويتمركز نموذج الانعراج ، في حالة الانعكاس ، الموافق لفتحة وحيدة عرضها  $S$  في حالة الورود الناطمي ، على الناظم لسطح وجه الدرجة ، وتعطى النهاية الصغرى الاولى بالعلاقة  $\sin \theta = \pm \frac{\lambda}{S}$  او بدلالة طول الموجة في الخلاء  $\theta = \pm \frac{\lambda}{n'S}$

حيث  $\theta$  صغيرة و  $n'$  قرينة انكسار الهواء . ان الفرق الزاوي للنهايات العظمى الرئيسية يساوي  $\frac{\lambda}{n'S}$  وذلك من العلاقة (22) . وهكذا يوجد مكان لنهايتين عظيمتين رئيسيتين فقط داخل النهاية العظمى المركزية للمغلف ، وتوافق هاتان النهايتان في الحالة العامة الموضعين المبينين على الشكل 2.57a . وعندما توافق عددا صحيحا من طول الموجة  $m\lambda$  فان الخط ذا الرتبة  $m$  سوف يكون ملاحظا بمفرده ، لأن الخط الذي يليه



شكل 2.57

يقع على النهاية الصغرى للمغلف ، اي يكون لدينا وضع وحيد الرتبة (الشكل 2.57-b) . وعندما يكون

$$2tn' = (m + \frac{1}{2}) \lambda$$

فان الخطين يملكان شدتين متساويتين ، ويلاحظان في المكانين  $\theta = \pm \frac{\lambda}{2n'S}$  (الشكل 2.57-c) .

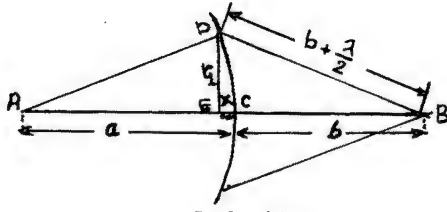
يستبدل في حالة الشبكة المدرجة المنفذة المقدار  $2tn'$  بـ  $(n-n')t$  حيث  $n$  تساوي قرينة انكسار الزجاج التي صنعت منه الشبكة . وتكون الرتبة في هذه الحالة أقل ، وشدتي التبديد والتحليل أقل منهما في حالة الشبكة العاكسة . اضافة الى ذلك فان  $d$  سوف يتغير مع  $n$  ولذلك لن يكون مستقلا عن  $\lambda$  .



1 - احسب أنصاف أقطار مناطق فرنل لموجة كروية نصف قطرها  $a$  في النقطة  $B$  ، التي تقع على بعد  $a+b$  من منبع لضوء وحيد اللون طول موجته  $\lambda$  ، خذ بعين الاعتبار أن  $b \gg a$  .  
 - إن نصف قطر المنطقة الأولى لفرنل، يمكن ايجاده من المثلثين

$$DEB \sim ADE$$

$$r_1^2 = a^2 - (a-x)^2 = (b + \frac{\lambda}{2})^2 - (b+x)^2 \quad (\text{الشكل 1-1})$$



شكل 1-1

بما أن طول الموجة صغير ، فإن

$$x = \frac{b\lambda}{2(a+b)}$$

وبالتالي  $r_1^2 = 2ax - x^2$

نهمل القيمة الصغيرة  $x^2$  ،

فنحصل بالنتيجة على :

$$r_1 = \sqrt{ab\lambda/(a+b)}$$

بشكل مماثل يمكن الحصول على أنصاف أقطار مناطق فرنل اللاحقة .

فمن أجل المنطقة ذات النمرة  $k$  يكون  $r_k = \sqrt{abk\lambda/(a+b)}$

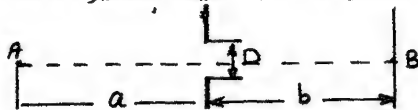
2 - احسب أنصاف اقطار مناطق فرنل للموجة المستوية من أجل النقطة  $B$  الواقعة على بعد  $b$  (  $b \gg \lambda$  ) من جبهة الموجة ، حيث  $\lambda$  طول موجة الضوء المستخدم .

- إن الموجة المستوية توافق مسافة من المنبع النقطي الى جبهة الموجة تساوي  $a$  (  $a \rightarrow \infty$  ) . وتكون أنصاف اقطار المناطق المبحوث عنها :

$$r_k = \lim_{a \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{abk\lambda}{a+b}} = \sqrt{kb\lambda}$$

انظر حل المسألة 1 .

3 - منبع نقطي لضوء وحيد اللون طول موجته 5000 ، يقع على مسافة  $a = 6.75 \text{ m}$  من فتحة في حاجز، قطرها  $D = 4.5 \text{ mm}$  . وتوجد شاشة على بعد  $b = a$  من الفتحة (الشكل 1-3) . كيف تتغير الإضاءة



شكل 1-3

في النقطة  $B$  من الشاشة الواقعة على محور الحزمة ،

إذا ازداد قطر الفتحة الى  $D_1 = 5,2 \text{ mm}$  ؟  
 — لحل هذه المسألة لابد من حساب العدد  $K$  لمناطق فرنل الموجودة في الفتحتين المالكيتين للقطرين  $D$  و  $D_1$  . نستعمل نتائج المسألة 1 فنجد :  

$$P/2 = \sqrt{K a b \lambda / (a + b)}$$
  
 وبالتبديل بالمعطيات العددية نجد أن  $K = 3$  (عدد فردي) وذلك من اجل  $D = 4,5 \text{ mm}$  . وتكون  $K = 4$  مناطق ( عدد زوجي ) من اجل  $D_1 = 5,2$  . وبالتالي فإن زيادة قطر الفتحة تؤدي الى تناقص الاضاءة في النقطة  $B$  .

4 كيف يمكن أن توافق بين قانون انحفاظ الطاقة والواقع التالي وهو أن زيادة الفتحة ( انظر المسألة 3 ) يمكن أن يؤدي الى نقصان الاضاءة على محور الحزمة ؟ علما بأن زيادة الفتحة تؤدي الى زيادة التدفق الضوئي الكلي الذي يجتازها .  
 — تكون البقعة المظلمة على محور الحزمة من اجل أربع مناطق مفتوحة لفرنل محاطة بخواتم مضيئة ومظلمة . وفي الواقع تزداد الاضاءة الكلية للشاشة ، غير أن توزع الطاقة الضوئية على الشاشة تتغير بحيث تصبح الاضاءة في المركز صغرى .

5 - تسقط موجة ضوئية مستوية ( $\lambda = 6000 \text{ Å}$ ) على حاجز يحوي فتحة دائرية . توضع شاشة على بعد  $b = 2 \text{ m}$  خلف الفتحة . من اجل أي قطر  $D$  للفتحة ، تكون الاضاءة في النقطة  $B$  من اللوحة والواقعة على محور الحزمة الضوئية عظمى ؟  
 — تكون الاضاءة في النقطة المعنية عظمى ، عندما تتوضع في الفتحة منطقة واحدة فقط . بالأخذ بعين الاعتبار حل المسألة 1 نجد أن :

$$D = 2 \sqrt{b \lambda} = 0,2 \text{ cm}$$

6 - اعتبر المسافتين بين المنبع والحاجز ، وبين الحاجز والشاشة متساويتين تقريبا ، وتساوي كل منهما  $a$  ، قدر من اجل أية شروط يكون انعراج الامواج الضوئية ذات الطول  $\lambda$  على الثقب في الحاجز واضحا بشكل كاف ( الاضاءة على محور الحزم تتعلق بقطر الفتحة ) .  
 — يكون الانعراج ملحوظا ، إذا تواجد في الثقب عدد صغير من مناطق فرنل ، أي يجب أن يكون نصف قطر الثقب من رتبة (أو أصغر )

$b = 0,08 \text{ cm}$  . والبعد المحرقى للعدسة 80 سم . احسب الأطوال الموجية المفقودة في المجال المرئي على الشاشة ، وذلك على بعد 0,3 سم من المحور الأصلي للجملية .

— آ. بالعودة إلى الفقرة 8 نجد أن عبارة توزع الشدة تعطى

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2(b \frac{\pi}{\lambda} \sin \varphi)}{(\frac{b \pi}{\lambda} \sin \varphi)^2} \quad \text{بالعلاقة :}$$

$$A_{\varphi} = A_0 \frac{\sin(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi} \quad \text{وعبارة السعة تعطى بالعلاقة :}$$

ومنه نجد أن شرط تشكل النهايات الصغرى هو

$$\frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi = m \pi \Rightarrow \sin \varphi = m \frac{\lambda}{b}$$

حيث  $m$  عدد صحيح .

2 - شرط تشكل النهايات العظمى : لنفرض أن  $\alpha = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$  تتشكل النهاية العظمى المركزية من أجل  $\alpha \rightarrow 0$  أي  $\varphi \rightarrow 0$  ، ومنه نجد أن  $A_{\varphi} \rightarrow A_0$  .

تعطى بقية النهايات باشتقاق العلاقة (2) بالنسبة لـ  $\alpha$  وعدم المشتق

$$\frac{dA_{\varphi}}{d\alpha} = A_0 \left( \frac{\cos \alpha}{\alpha} - \frac{\sin \alpha}{\alpha^2} \right) = 0$$

$$\text{tg } \alpha = \alpha \Rightarrow \text{tg} \left( \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi \right) = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$$

ب - إن الأطوال الموجية المفقودة تقابل النهاية الصغرى من أجل

$$\sin \varphi = \frac{x}{f} = \frac{0,3}{80} = \frac{3}{8} \cdot 10^{-2}$$

ومن  $m \lambda \approx 3 \mu$  . ونجد أن قيم  $m$  التي توافق أطوال الأمواج الواقعة في المجال المرئي :  $m = 5, 6, 7, 8, 9$  . وتقابل هذه القيم أطوال موجية تساوي على الترتيب :

$$\lambda = 0,428, 0,5, 0,6, 0,722, 0,8375 \mu$$

الأطوال الموجية المفقودة في النقطة المعنية ، والواقعة في المجال

المرئي . إذا سقط ضوء بارز من شق ضيق على سلك معدني رفيع مواز

للشق ، تتشكل أهداب متساوية الأبعاد عن بعضها تقريبا في الظل

الهندسي للسلك . احسب نصف قطر السلك إذا كان طول موجة الضوء المستخدم  $(5893 \text{ Å})$  والبعد بين الاهداب المضيئة المتتالية (1, 0 مم) على بعد (21 سم) عن السلك .  
— إن السلك ، حسب مبدأ بابينييه ، يكافئ في تصرفه شق ضيق عرضه يساوي قطر السلك .

$$\tan \alpha = \alpha \quad \text{إن شرط تشكل النهايات العظمى هو :}$$

حيث  $\alpha = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda}$  وبما أن زوايا الانعراج صغيرة يمكن استبدال

$$\sin \varphi = \varphi \quad \text{وتكون حلول المعادلة 1 قريبة من } \alpha = (2n+1) \frac{\pi}{2}$$

حيث  $n$  عدد صحيح ، ومنه

$$(2n+1) \frac{\pi}{2} = \frac{\pi b \varphi_n}{\lambda} \Rightarrow \varphi_n = \frac{(2n+1) \lambda}{2b}$$

ويعطى بعد الهدب المضيء عن الهدب المركزي من اجل بعد للشاشة

$$x_n = a \cdot \varphi_n \quad \text{يساوي } a \text{ بالعلاقة } x_n = a \cdot \varphi_n \text{ ، ومنه يكون البعد بين هذين}$$

$$x_{n+1} - x_n = i \quad \text{مضيئين متتاليين :}$$

$$i = \frac{a \lambda}{b} \Rightarrow b = \frac{20 \cdot 10^{-2} \cdot 5893 \cdot 10^{-10}}{0,1 \cdot 10^{-3}} =$$

$$b \approx 1,8 \text{ mm} \quad \text{قطر السلك .}$$

13 - تسقط موجة ضوئية مستوية طول موجتها  $5000 \text{ Å}$  على حاجز

معتم يحوي ثقباً دائرياً قطره 1 مم .

احسب شدة الاضاءة في نقطة تقع على المحور الناظمي على الثقب

وعلى بعد 30 سم خلف الحاجز بدلالة شدة النهاية العظمى الاولى .

14 - تصنع هالة متشكلة حول القمر زاوية 5 درجة في عين المشاهد

إذا فرض أن سبب تشكل الهالة هو الانعراج الحاصل على قطيرات الماء

العالقة في الجو . احسب اقطار هذه القطيرات . بفرض أن طول

الموجة  $(5000 \text{ Å})$  .

— إن صورة القمر في عين المشاهد تمثل هدب الانعراج المركزي

والهالة تمثل الهدب المضيء الأول الذي يحيط به الهدب المظلم

الثاني . غير أن نصف قطر الحلقة المضيئة الاولى تحدد من العلاقة

$$s_{\max} = \frac{2\lambda}{2\pi} \lambda \frac{R}{h_1}$$

حيث  $h_1$  نصف قطر الحلقة الاولى و  $s_{\max}$  نصف قطر قطرة الماء .

— إن السعة في نقطة ما  $P$  من المستوي المحرقى للعدسة ، والموافقة

للزاوية  $\psi$  تعطى بالعلاقة :  $\psi_p = \cos \psi \cdot \frac{J_1(z)}{z}$

حيث  $z = \frac{\kappa h_1 \rho}{R}$  . وبما أن  $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{J_1(z)}{z} \rightarrow \frac{1}{2}$

يكون  $I = 4 I_0 \left( \frac{J_1(z)}{z} \right)^2$  حيث  $I$  الشدة العظمى في الهدب المركزي .

وبما أن نصف القطر المضيء المركزي يتحقق من أجل الانعدام الأول

$$z_1 = 1,22 \pi = \frac{\kappa h_1 \rho}{R}$$

نجد أن :  $h_1 = \frac{1,22 R \pi}{2 \pi \rho} \cdot \lambda = \frac{1,22 \lambda}{2} \cdot \frac{R}{\rho} = 0,61 \frac{\lambda}{\rho}$

يحسب نصف قطر الهدب المظلم الثاني ، عندما يتحقق الشرط :

$$\cos \left( z - \frac{3\pi}{4} \right) = 0$$

$$z_2 = \frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{2} = 2,25 \pi \quad \Leftarrow \quad z_2 - \frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi}{2} \quad \text{أي}$$

$$z'_1 = \frac{3\pi}{4} + \pi = \frac{7\pi}{4} \quad \Leftarrow \quad z'_1 - \frac{3\pi}{4} = \pi : \text{الهدب المضيء الأول} : \text{ومنه يمكن حساب } \rho$$

18 شقان عرض كل منهما  $(b = 0,14 \text{ mm})$  ، والمسافة بين مركزيهما  $(d = 0,84 \text{ mm})$  . أ - ماهي الرتب المفقودة ؟

ب - ماهي الشدة النسبية التقريبية في الرتب

$$m = 6 \quad \text{إلى} \quad m = 0$$

— أ . إن شرط تشكل النهايات العظمى الرئيسية



$$d \sin \phi = 0,1,2\lambda, \dots = m\lambda \quad (1)$$

وشرط تشكل النهايات الصغرى الانعراجية

$$b \sin \phi = \lambda, 2\lambda, \dots = m'\lambda \quad (2)$$

من 1 و 2 نجد أن الرتب المفقودة تحقق العلاقة

$$m\lambda / m'\lambda = d/b \Rightarrow m = \frac{0,84}{0,14} = 6 m'$$

شكل 18.1

أي من أجل  $m = 6, 12, 18, \dots$

ب - تعطى الشدة في الرتبة  $m$  بالعلاقة

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \left( \frac{\pi b m}{d} \right)}{(\pi b m / d)^2} \cdot \left( \frac{\sin \pi m N}{\sin \pi m} \right)^2$$

حيث  $N$  عدد الشقوق ، في حالتنا  $N=2$  . اصف إلى أن

$$\lim_{\beta \rightarrow m\pi} \frac{\sin \beta N}{\sin \beta} = N \lim_{\beta \rightarrow m\pi} \frac{\cos N\beta}{\cos \beta} = N$$

$$I_m = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi b m}{d}\right)}{(\pi b m/d)^2} \quad \text{ومنه}$$

$$I_{\max} = I_0 (2)^2 = 4I_0 \Rightarrow \frac{I_{\max}}{4I_0} = 1 \quad \text{من اجل } m=0 \text{ يكون}$$

$$\frac{I_1}{4I_0} = \frac{\sin^2\left(\frac{1 \cdot \pi}{6}\right)}{(\pi \cdot 1/6)^2} = \frac{9}{\pi^2} \quad m=1 \text{ من اجل}$$

$$\frac{I_2}{4I_0} = \frac{\sin^2\left(\frac{2\pi}{6}\right)}{(\pi \cdot 2/6)^2} = \frac{36\sqrt{2}}{8\pi^2} \approx 68.4\% \quad m=2 \text{ من اجل}$$

وهكذا .

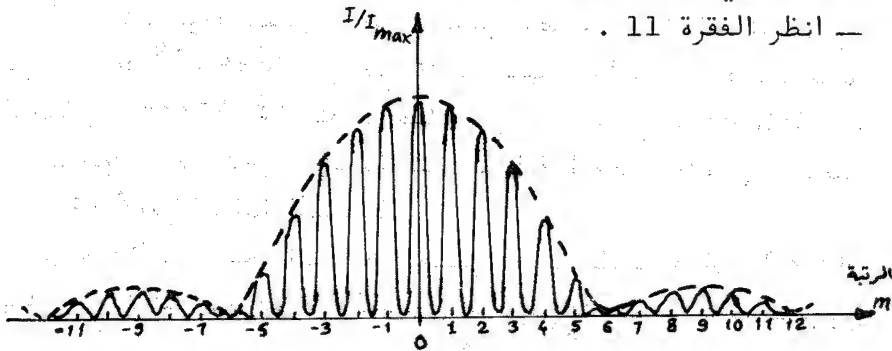
19 - يضاء الشق المضاعف الموصوف في المسألة 18 بحزمة

متوازية وحيدة اللون طول موجتها  $(\lambda = 5000 \text{ Å})$  . وتستخدم لتثبيت

نموذج الانعراج على الشاشة عدسة بعدها المحرقي 50 سم . ارسم

بيانيا توزيع الشدة على الشاشة ، ارسم المراتب الاثنى عشرة الأولى المتوسطة على أحد جانبي الشدة المركزية .

— انظر الفقرة 11 .



شكل 1- 19

20: تسقط موجة مستوية ناظمية على شبكة انعراج دورها  $(d = 4 \cdot 10^{-4} \text{ cm})$  .

احسب طول موجة الضوء  $\lambda$  ، إذا علمت أن الزاوية بين طيفي المرتبة

الثانية والثالثة  $(\alpha = 2^\circ 30')$  . يفترض أن زاوية الانحراف صغيرة .

— إن شرط تشكل النهايات العظمى الرئيسية ، هو

$$d \cdot \sin \varphi = 0, \lambda, 2\lambda, \dots = m\lambda$$

حتى يحدث تحليل هذين الخطين ، يجب أن يتحقق شرط رايلي :

$$m \lambda_1 = m \lambda_2 + \frac{\lambda_2}{N} \Rightarrow m(\lambda_1 - \lambda_2) = \frac{\lambda_2}{N}$$

من اجل  $m=1$  يكون عدد الحزوز الكلي

$$N = \frac{\lambda_2}{|\lambda_1 - \lambda_2|} = \frac{5890}{6} = 980$$

وبالتالي يكون عرض الشبكة

$$l = \frac{N}{n} \approx 3,3 \text{ mm}$$

29 - احسب شدة تحليل شبكة عاكسة مدرجة عدد درجاتها 10

درجات ، وسماكة كل درجة 2 سم . إذا استخدم ضوء طول موجته  $(3000 \text{ Å})$  .

$$n(2t - 0.5) = m\lambda \quad \text{— من العلاقة :}$$

من اجل  $\theta \approx 0$  نجد

$$m_{\max} = \frac{2nt}{\lambda}$$

$$m(\lambda_1 - \lambda_2) = \frac{\lambda}{N} \Rightarrow \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{\lambda}{m \cdot N} = \frac{\lambda^2}{2ntN}$$

$$= \frac{(3 \cdot 10^{-5})^2}{2 \cdot 1 \cdot 10} = 4,5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}$$

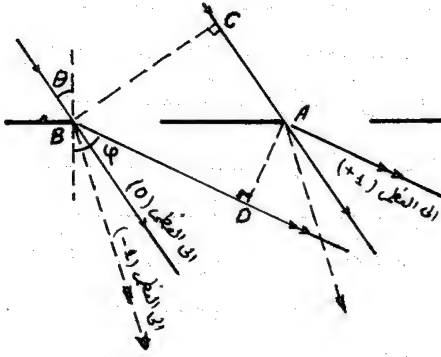
$$\lambda_1 - \lambda_2 = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{ Å}$$

إلى الأعلى من النهاية المركزية (  $m=0$  ) . و  $m=-1, -2, \dots$  من أجل النهايات الواقعة الى الاسفل من النهاية المركزية .

نحصل على أعظم قيمة لمرتبة الطيف من أجل  $\varphi = -90^\circ$  . عندئذ

$$d(-1 - \frac{1}{2}) = m\lambda \Rightarrow m = -6$$

وهكذا يمكن مشاهدة الطيف ذي المرتبة السادسة . وتشير الإشارة السالبة إلى أن هذا الطيف يقع إلى اسفل النهاية المركزية .



27 - جد الشرط الذي يحدد

الاتجاه نحو النهايات العظمى

الرئيسية من أجل ورود مائل للامواج الضوئية على الشبكة ، إذا كان دور الشبكة  $d \gg m\lambda$  حيث  $m$  رتبة الطيف .

— يعطى الشرط اللازم ، في الحالة العامة ( انظر المسألة السابقة )

بالشكل

$$d \cdot (\sin \varphi - \sin \theta) = m\lambda$$

$$2d \cdot \cos \frac{\varphi + \theta}{2} \cdot \sin \frac{\varphi - \theta}{2} = m\lambda$$

إذا كانت  $d \gg m\lambda$  فإن  $\varphi \approx \theta$  . وفي هذه الحالة يكون :

$$\cos \frac{\varphi + \theta}{2} \approx \cos \theta \quad , \quad \sin \frac{\varphi - \theta}{2} \approx \frac{\varphi - \theta}{2}$$

وبالتالي يأخذ الشرط المحدد للاتجاهات نحو النهايات العظمى الشكل :

$$(d \cdot \cos \varphi) \cdot (\varphi - \theta) \approx m\lambda$$

وكأن ثابت الشبكة قد نقص في هذه الحالة واصبح  $d \cdot \cos \varphi$  بدلا من  $d$  . وتحسب الزوايا  $(\varphi - \theta)$  بدءا من اتجاه الأشعة الواردة .

28 - تسقط حزمة ضوئية متوازية من ضوء الصوديوم ناظميا على شبكة

انعراج تحوي (  $n = 300$  ) شقا في الملم . عين اتجاه الرتبة الاولى للخطين D وعرض الشبكة الضروري لتحليلهما . ( الخطان  $5890 \text{ \AA}$  و  $5896 \text{ \AA}$  )

— نكتب العلاقتين

$$d \sin \varphi_1 = m\lambda_1 \quad , \quad d \sin \varphi_2 = m\lambda_2$$

يكون من أجل الرتبة الاولى  $\varphi_1 = \frac{\lambda_1}{d}$  ,  $\varphi_2 = \frac{\lambda_2}{d}$  ,  $d = \frac{\lambda}{n}$

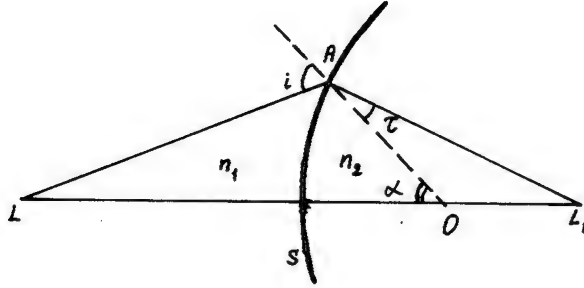


لدينا ايضا من المثلث  $AL_1O$  بحكم نفس مبرهنة الجيوب

$$\frac{AL_1}{OL_1} = \frac{\sin(180-d)}{\sin \tau} = \frac{\sin \alpha}{\sin \tau} \quad (13-3)$$

بضرب المساويتين 2 و 3 ، نجد

$$\frac{LO}{LA} \cdot \frac{AL_1}{OL_1} = \frac{\sin i \cdot \sin \alpha}{\sin \alpha \cdot \sin \tau} = \frac{\sin i}{\sin \tau} \quad (13-4)$$



شكل 3.1

ان نسبة جيبى الزاويتين تساوي نسبة قرينتي انكسار الوسطين

(انظر الفقرة 3) :

$$\frac{\sin i}{\sin \tau} = \frac{n_2}{n_1} \quad (13-5)$$

وبالتالي :

$$\frac{LO}{LA} \cdot \frac{AL_1}{OL_1} = \frac{n_2}{n_1} \quad (13-6)$$

وتمثل القطعة  $LO$  مجموع نصف القطر  $R = SO$  للكرة والمسافة من

النقطة  $L$  الى السطح ( باشارة سالبة ) ، لنرمز لهذه المسافة بـ  $a_1$  .

ونرمز للقطعة  $AL_1$  بالحرف  $a_2$  . عندئذ تأخذ الصيغة (6) باستعمال

هذه الرموز وأخذ المساويتين التقريبيتين (1) بعين الاعتبار، الشكل :

$$\frac{-a_1 + R}{-a_1} \cdot \frac{a_2}{a_2 - R} = \frac{n_2}{n_1} \quad (13-7)$$

$$a_2 n_1 R - a_1 a_2 n_1 = a_1 n_2 R - a_1 a_2 n_2 \quad \text{أو} \quad \text{اي}$$

$$\frac{n_2}{a_2} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad (13-8)$$

تستعمل هذه الصيغة من اجل المرآة الكروية في الهواء ، وتكون في هذه

الحالة  $n_1=1$  .

نقوم بتعيين  $n_2$  من الاعتبارات الآتية : من المعلوم أن  $\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$  ،  
حيث أن  $v_1$  و  $v_2$  سرعتا انتشار الموجة .

لدينا في حالة المرآة وسطا وحيدا هو الهواء ، غير أن السرعة  
 $v_2$  تملك بنتيجة الانعكاس اتجاها معاكسا للاتجاه الذي كانت ستملكه  
في حالة الانكسار أي أن  $n_2=-1$  .

وهكذا نحصل على صيغة المرآة الكروية :

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_1} = \frac{2}{R} \quad (13-9)$$

وهذه الصيغة تصح في حالة الأشعة المحورية .

إذا أبعدنا المنبع الى اللانهاية أي  $a_1 = \infty$  فإن

$$1/a_2 = 2/R \quad (13-10)$$

وهذا يعني ان الأشعة المتوازية الواردة من منبع واقع في اللانهاية

تعطي خيالا لهذا المنبع يقع على مسافة  $a_2 = \frac{R}{2}$  من السطح .

وتدعى هذه المسافة بالبعد المحرقى  $f$  للجملة ، وتسمى النقطة

$F$  الواقعة على هذه المسافة من السطح بمحرق الجملة .

نستخدم العلاقة (8) لايجاد صيغة العدسة الرقيقة ، التي يملك

وجهاها نصفي قطري التقوس  $R_1$  و  $R_2$  ( الشكل 3.2 ) . لنفرض أن

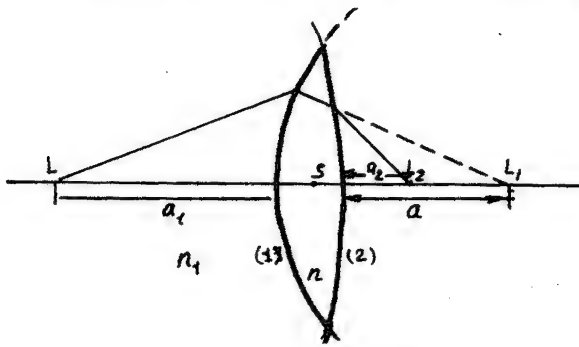
قرينة انكسار مادة العدسة  $n$  ، وقرينة انكسار الوسط المغمورة فيه

هي  $n_1$  . عندئذ تكتب الصيغة (8) من اجل الوجه الاول (الأيسر) بالشكل

$$\frac{n}{a} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n-n_1}{R_1} \quad (13-11)$$

حيث ان  $a$  و  $a_1$  مقاسان من مركز العدسة ، وهذا ممكن من اجل مثل

هذه العدسات .



شكل 3.2

ونجد من اجل الوجه الثاني (نصف قطره  $R_2$ ) :

$$\frac{n_1}{a_2} - \frac{n}{a} = -\frac{n-n_1}{R_2} \quad (13-12)$$

حيث تأخذ  $R_2$  اشارة موجبة او سالبة ، وذلك حسب تقعر الوجه 2 ( الى اليمين او الى اليسار ) . نجمع المساواتين 11 و 12 :

$$\frac{n_1}{a_2} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n-n_1}{R_1} + \frac{n_1-n}{R_2} \quad (13-13)$$

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{n_1-n}{n_1} \left( \frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) \quad (13-14)$$

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = (N-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (13-15)$$

حيث  $N = \frac{n}{n_1}$  قرينة الانكسار النسبية .

يمكن من العلاقة (15) الحصول على بعض الحالات الخاصة :

(أ)  $R_2 = -R_1$  (عدسة متناظرة) :

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{2(N-1)}{R} \quad (13-16)$$

و يمثل المقدار  $\frac{R}{2(N-1)}$  البعد المحرق  $f$  للعدسة

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f}$$

(ب)  $n_1 = 1$  (العدسة مغمورة في الهواء) ، عندئذ نحصل من (16) على :

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{2(n-1)}{R} = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{R}{2(n-1)} \quad (13-17)$$

اذا كانت الاشعة المستخدمة بعيدة عن محور الجملية ( الحزمة لامحورية )

فان الصيغ التي استخرجناها سابقا تصبح اقل دقة لوصف العلاقة بين

$a_1$  و  $a_2$  و  $f$  و  $n$  . وينشأ ابتعاد عن قيم المقادير المحسوبة بهذه

الصيغ . ويدعى مثل هذا الابتعاد او الانحراف بزيغ الجمل البصرية .

نوجد مقدار الزيغ في مرآة كروية ( الشكل 3.3 ) . يمثل  $OS$

محور الجملية ،  $O$  - المركز و  $F$  - المحرق ، وبالتالي :

$$OF = OS/2 = R/2 \quad (13-18)$$

تتلخص مسألتنا في ايجاد القطعتين  $X$  ( الزيغ الطولي ) و  $Y$

( الزيغ العرضي ) . وتميز هاتان القطعتان انحراف النقطة  $C$  عن النقطة

$F$  التي يجب ان تنطبق عليها النقطة  $C$  في حالة الاشعة المحورية :

$$x = OA - R/2$$

نجد من المثلث  $OAB$  ان

$$OA \cdot \cos \alpha = R/2 , OA = R/2 \cos \alpha$$

وبالتالي

$$x = \frac{R}{2} \left( \frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right) \quad (13-19)$$

تسمح هذه الصيغة بحساب الزيف الطولي للمرأة الكروية وذلك من أجل الحزم الضوئية العريضة . ونحصل على الزيف العرضي من المثلث  $FCA$  :

$$y = x \tan \beta \quad (13-20)$$

حيث أن  $\beta = 2\alpha$  كونها زاوية

خارجية في المثلث  $OBA$  ،

ويمكن اعتبار الزاوية  $\alpha$  قياس

لعرض الحزم اللامحورية . ونجد

من العلاقة (20) أن

$$y = x \tan 2\alpha \quad (13-21)$$

- أبعاد الخيال : ندرس

الآن هيئة خيال الجسم الذي

شكل 3.3

يملك ابعادا محدودة (ليس نقطة) ، والمتشكل في سطح كروي فاصلين

وسطين ، قرينتا انكسارهما  $n_1$  و  $n_2$  . لنفرض أن الجسم على شكل

قطعة مستقيمة  $A_1B_1 = y_1$  (الشكل 3.4) . وان النقطة  $A_2$  (نقطة تقاطع

الشعاعين  $A_1SA_2$  و  $A_1PA_2$ ) تمثل خيال النقطة  $A_1$  ، والنقطة  $B_2$

(نقطة تقاطع الشعاعين  $B_1OB_2$  و  $B_1SB_2$ ) تمثل خيال النقطة  $B_1$  . وهكذا

تمثل القطعة  $A_2B_2$  خيال الجسم  $A_1B_1$  ، لنستعمل الرموز  $A_1S = a_1$  ،  $A_2S = a_2$

والرموز الواردة على الشكل 3.4 ( وذلك من اجل زوايا صغيرة  $i$  و  $\tau$  ) .

$$\frac{\sin i}{\sin \tau} = \frac{n_2}{n_1} \approx \frac{\tan i}{\tan \tau}$$

$$\tan i = \frac{y_1}{a_1} , \tan \tau = \frac{y_2}{a_2} , \frac{n_2}{n_1} \approx \frac{y_1 a_2}{y_2 a_1} \quad (13-22)$$

وتكون العلاقتان التاليتان صحيحتين من اجل الزوايا الصغيرة :

$$\varphi_1 = PS/a_1 , \varphi_2 = PS/a_2$$

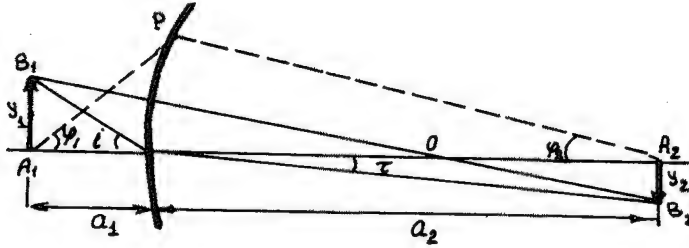
وبالتالي (13-23)

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$$

من (22) و (23) نجد :

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{y_1 \tan \phi_1}{y_2 \tan \phi_2} \text{ or } n_1 y_1 \phi_1 = n_2 y_2 \phi_2 \quad (13-24)$$

إذا وجد عدة أوساط مفصولة عن بعضها بسطوح كروية ، فإن الاستمرار



شكل 3.4

في تطبيق المساواة (24) يؤدي الى المساويات التالية

$$n_1 y_1 \phi_1 = n_2 y_2 \phi_2 = n_3 y_3 \phi_3 = \dots \quad (13-25)$$

حيث يدخل في كل طرف من اطراف هذه المساويات المقادير المنسوبة الى وسط واحد . وتعرف العلاقة السابقة في علم البصريات بمبرهنة لاغرانج - هلمولتز .

نحصل بتطبيق العلاقة (25) على مرآة مثلاً ، حيث  $n_2 = -n_1$  ، على :

$$y_1 \phi_1 = -y_2 \phi_2$$

$$\frac{y_1}{y_2} = -\frac{\phi_2}{\phi_1}$$

أي  
أو

$$\frac{y_1}{y_2} = -\frac{a_1}{a_2} \quad (13-26)$$

إذا ملك  $a_1$  و  $a_2$  نفس الإشارة ( أي وقع الخيال أمام المرآة ،

وبالتالي خيال حقيقي ) ، فإن النسبة  $\frac{y_1}{y_2}$  تكون سالبة . وهذا يعني أن الخيال يكون مقلوباً بالنسبة للجسم .

إذا كان الخيال وهمياً ، أي  $a_2$  سالبة فإن  $y_1$  و  $y_2$  يملكان نفس الإشارة ، ويكون الخيال صحيحاً بالنسبة للجسم .

#### 14 - أسس نظرية الجمل البصرية .

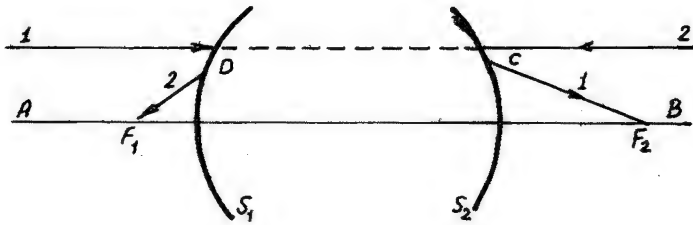
لقد وضع غوص أسس نظرية الجمل البصرية . وهذه النظرية تصف

ضمن تقريب الضوء الهندسي الجمل البصرية المثالية ، أي الجمل التي

يكون فيها خيال النقطة المضيئة ( التي تعطي حزمة متباعدة ) نقطة

ايضا ، اي الجملة التي تجمع اشعة المنبع النقطي في نقطة . وتدعى مثل هذه الجمل ( المنظومات ) "بالمتمركزة" . وتحقق مثل هذه المنظومة بجعل مراكز أجزائها على مستقيم واحد ، والاقتصار على الاشعة المحورية اي الاشعة التي تنتشر قريبة من المحور الرئيسي البصري الذي يمر من مراكز جميع سطوح العدسات والمرايا والكواسر المشكلة للمنظومة البصرية .

وهكذا تكون نظرية غوص نظرية الجمل المتمركزة ، وذلك عند توفر شرط المحورية . وخلافا لما ورد من الحالات في الفقرة 13 لانشاء



شكل 3.5

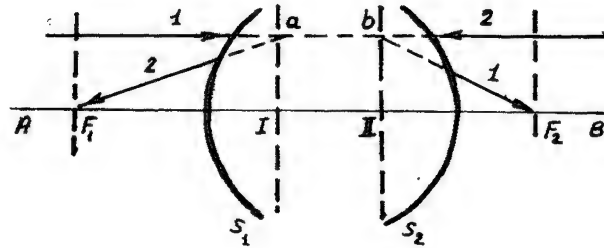
الاخيلة ، فإن نظرية غوص لا تتطلب افتراض كون العدسات رقيقة ، لانشاء هذه النظرية ندخل بعض مواصفات الجملة ونعطي التعاريف الضرورية .

لنفرض وجود منظومة متمركزة مقددة بشكل عام ، محصورة ضمن سطحين  $S_1$  و  $S_2$  (الشكل 3.5) . يمكن أن تكون في هذا المجال (بين  $S_1$  و  $S_2$ ) مجموعة عدسات بانصاف أقطار تقوس كيفية ، غير أنها متمركزة ، وبالتالي نستطيع انشاء المركز البصري الرئيسي  $AB$  . لنفرض أن شعاعاً محوريا 1 يرد موازيا للمحور الرئيسي . ان هذا الشعاع عند اجتيازه المجال  $S_1 S_2$  يعاني سلسلة انكسارات . ويخرج الى اليمين من  $S_2$  . وبحكم مركزية المنظومة يجب على هذا الشعاع ان يخرج وفق زاوية ما ، لكي يصور على المحور  $AB$  خيال النقطة المضيئة التي صدر عنها . وبما أن الشعاع 1 يرد موازيا لـ  $AB$  ، فيجب أن تقع النقطة التي صدر عنها في اللانهاية الى اليسار من الجملة .

نقوم وفق نظرية غوص ، بتمديد الشعاع ذهنيا داخل الجملة ( الخط المتقطع ) ، ويخرج هذا الشعاع الى اليمين من نقطة ما  $C$  ، ويتقاطع مع المحور  $AB$  في النقطة  $F_2$  ، التي تدعى بالمحرق اليميني

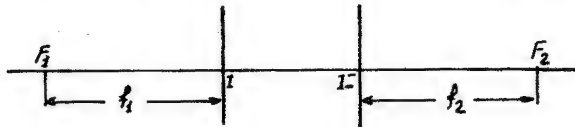
للمنظومة .

نوجه الآن الى الجملة الشعاع المحوري 2 ، الذي يرد من اليمين الى اليسار وفق منحى المستقيم المتقطع . يخرج الشعاع 2 الى اليسار من نقطة ما  $D$  ، ويتقاطع مع المحور الرئيسي في النقطة  $F_1$  ( المحرق اليساري ) . ويدعى الشعاعان 1 و 2 المنشآن بالطريقة السابقة بالشعاعين المترافقين . لاتمام وصف الجملة ، وفقا لنظرية غوص ، يجب اقامة الانشآت التالية ( الشكل 3.6 ) .



شكل 3.6

نمدد الشعاعين 1 و 2 الخارجين من الجملة حتى يتقاطعا مع المستقيم (المتقطع) الممثل لمنحيهما البدييين . ننشأ مستويين معامدين للمحور  $AB$  بحث يمران من نقطتي التقاطع السابقتين  $a$  و  $b$  . وسوف ندعو هذين المستويين "بالمستويين الرئيسيين" للجملة . وندعو المستويين الموازيين للرئيسيين والمارين من النقطتين  $F_1$  و  $F_2$  "بالمستويين المحرقين" . وندعو نقطتي تقاطع المحور الرئيسي مع



شكل 3.7

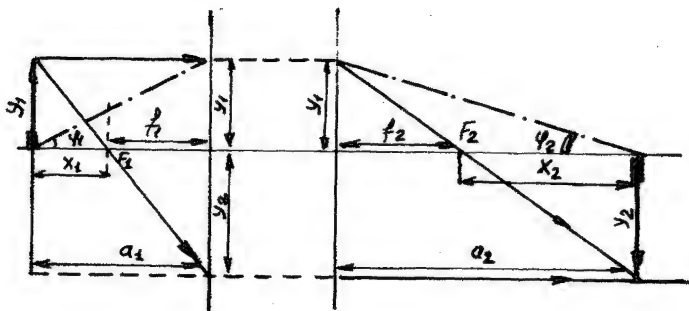
المستويين الرئيسيين "بالنقطتين الرئيسيتين" . وقد رمز لهاتين النقطتين على الشكل 3.6 بالرقمين I و II . وتمثل المسافتان الفاصلتان من النقطتين الرئيسيتين الى المحرقين "بالبعدين المحرقين" ( اليساري واليميني او الامامي والخلفي )

سوف نمثل أية منظومة بصرية مثالية مستقبلا على شكل زوج من

المستويات الرئيسية وزوج من المسافات المحرقة (الشكل 3.7) . وينطبق في حالة العدسات الرقيقة المستويان الرئيسيان ، وهذا ما يميزها عن بقية المنظومات البصرية المتمركزة .

يمكن في حالة التمثيل المذكور للمنظومة البصرية ، أن ننشأ خيال الجسم بسهولة ، وأن نوجد النسب بين ابعاده وابعاد الجسم . وكذلك النسبة بين بعد الجسم عن المستوي الرئيسي وبعد الخيال عن المستوي الرئيسي الآخر .

لنفرض ان جسما  $y_1$  (سهما) يقع الى اليسار من المنظومة . ولنقوم بايجاد موضع وابعاد خيال هذا الجسم . من اجل ذلك نصنع



شكل 3.8

الانشاء المبين على الشكل 3.8 (نرمز للمسافة الفاصلة بين الجسم والمحرق الاول بـ  $x_1$  ، وبين الخيال والمحرق الثاني بـ  $x_2$  ) . نجد من المثلثات المتشكلة :

$$\frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1}{f_2} \quad , \quad \frac{y_2}{f_1} = \frac{y_1}{x_1} \quad (14-1)$$

ومنه نحصل على

$$\frac{x_2}{f_2} = \frac{f_1}{x_1} \quad (14-2)$$

او

$$x_1 x_2 = f_1 f_2 \quad (14-3)$$

وتدعى هذه العلاقة الاخيرة بعلاقة نيوتن .

نطبق هذه العلاقة من اجل سطح كروي فاصل بين وسطين قرينتا



انكسارهما  $n_1$  و  $n_2$  ، أي نقوم بتوحيدهما مع مبرهنة لاغرانج - هلمولتز :

$$n_1 \varphi_1 y_1 = n_2 \varphi_2 y_2 \quad (14-4)$$

نلاحظ أن

$$\varphi_1 = \frac{y_1}{f_1 + x_1} \quad , \quad \varphi_2 = \frac{y_2}{f_2 + x_2} \quad (14-5)$$

نحصل من 4 و 5 على :

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{f_1 + x_1}{f_2 + x_2} \cdot \frac{y_2}{y_1} \quad (14-6)$$

لدينا من 1 :

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{f_1}{x_1} \quad (14-7)$$

وبالتالي

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{f_1 + x_1}{f_2 + x_2} \cdot \frac{f_1}{x_1} = \frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{f_1 + x_1}{(1 + \frac{x_2}{f_2}) x_1} \quad (14-8)$$

أو

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{\frac{f_1}{x_1} + 1}{\frac{x_2}{f_2} + 1} \quad (14-9)$$

باستخدام صيغة نيوتن 3 نجد :

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{f_1}{f_2} \quad (14-10)$$

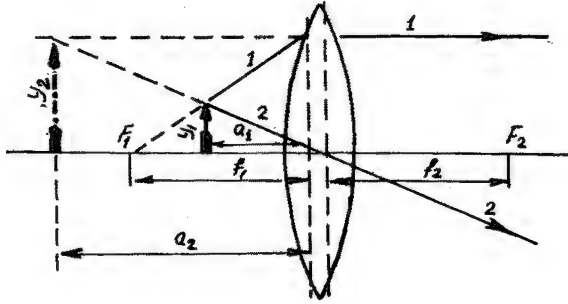
إذا أدخلنا من جديد قاعدة الاشارات ، أي ان المسافة  $f_1$  يجب أن تعتبر سالبة فإن العلاقة (10) تكتب على الشكل :

$$\frac{n_1}{n_2} = - \frac{f_1}{f_2} \quad (14-11)$$

تظهر هذه العلاقة ان البعدين المحرقين  $f_1$  و  $f_2$  يكونا متساويين (بالقيمة المطلقة) عندما تتساوى قرينتا الانكسار على يسار ويمين الجملة ( المنظومة مغمورة في وسط متجانس ) .

- المكبرة : نقوم الآن بدراسة جملة ضوئية بسيطة تدعى "المكبرة"

أي العدسة محدبة الوجهين ، ونستخدم الشكل 3.9 . استنادا إلى ما ذكر آنفا فإن البعدين المحرقين متساويان ، فيما إذا كانت المكبرة موجودة في الهواء ، أي  $|f_1| = |f_2|$  .



شكل 3.9

إذا وضع الجسم  $y_1$  بين المحرق  $F_1$  والمكبرة ، فإننا نحصل على خيال وهمي  $y_2$  أكبر من الجسم . ندعو النسبة  $y_2$  على  $y_1$  "بتكبير المكبرة"  $N$  :

$$N = \frac{y_2}{y_1} = \frac{a_2}{a_1} \quad (14-12)$$

باستعمال دستور العدسات الرقيقة

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f} \quad (14-13)$$

نجد

$$N = 1 - \frac{a_2}{f} = \frac{f - a_2}{f} \quad (14-14)$$

ندخل مفهوم مسافة الرؤيا الافضل  $L$  . استنادا إلى خواص العين نجد أن هذه المسافة تساوي تقريبا 25 سم ، وذلك من الخيال إلى العين . وبالتالي يجب أن تكون العين على مسافة  $d$  من المكبرة ، وتعين المسافة  $d$  بالعلاقة

$$-a_2 + d = L \quad (14-15)$$

( تظهر الإشارة السالبة لـ  $a_2$  أنها مقاسة إلى اليسار من المكبرة )  
ونجد من العلاقتين (14) و (15) أن :

$$N = \frac{f + L - d}{f} = \frac{L}{f} + 1 - \frac{d}{f} \quad (14-16)$$



يكون شعاعا مساعدا موازيا للشعاع 1 في المجال بين العدسة B' والمستوي الرئيسي HH ، ذلك لأن الخط 2 يمكن اعتباره شعاعا خارجا مع الشعاع 1 من النقطة C الواقعة في المستوي المحرق للعدسة B ( الأشعة المتوازية تلتقي بعد اختراقها للعدسة في نقطة تقع في المستوي المحرق ) .

نجد من الرسم العلاقتين الهندسيتين :

$$\frac{a}{f} = \frac{b}{f'_2} \quad , \quad \frac{a}{f_1} = \frac{b}{s} \quad (14-20)$$

نحصل منهما على

$$\frac{f}{f'_2} = \frac{f_1}{s}$$

أو

$$f = \frac{f_1 f'_2}{s} \quad (14-21)$$

إذا كانت قرينتا الانكسار للوسط الى اليمين واليسار من المنظومة

متساويتين فإن  $f'_2 = f_2$  ، عندئذ

$$f = \frac{f_1 f_2}{s} \quad (14-22)$$

نحصل من هذه العلاقة على القوة البصرية للمنظومة :

$$D = s D_1 D_2 \quad (14-23)$$

نقوم بتحويل هذه الصيغة

$$s = \Delta - (f_1 + f_2) = \Delta - \left( \frac{1}{D_1} - \frac{1}{D_2} \right) = \Delta - \frac{D_1 + D_2}{D_1 \cdot D_2} \quad (14-24)$$

وبالتالي

$$D = \left( \Delta - \frac{D_1 + D_2}{D_1 \cdot D_2} \right) D_1 D_2 = \Delta D_1 D_2 - (D_1 + D_2) \quad (14-25)$$

إذا كانت  $s < 0$  ، فإن المستويين المحرقين للعدستين A و B

يكونا متوضعين بحيث أن المحرق  $F_2$  يقع الى اليسار من المحرق  $F_1$  ،

وبالتالي تأخذ الصيغة (25) الشكل :

$$D = D_1 + D_2 - \Delta D_1 D_2 \quad (14-26)$$

ونحصل في حالة عدستين متلامستين ( $\Delta = 0$ ) على :

$$D = D_1 + D_2 \quad (14-27)$$

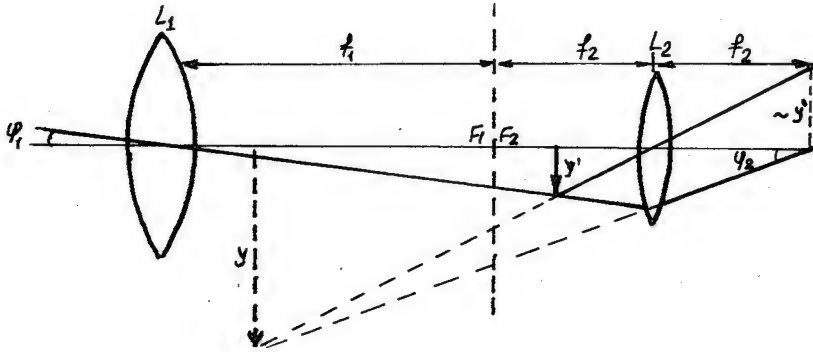
وهذا يعني أن القوة البصرية للمنظومة المؤلفة من عدسات متلامسة

تساوي الى مجموع القوى البصرية لتلك العدسات .

### 15 - الأجهزة البصرية ، تشوهات ، قدرات فصلها .

يمكن اختيار جملة من العدسات وترتيبها بشكل نحصل معه على أخيلة للأجسام الصغيرة ، بتكبير يفوق بكثير التكبير الذي تعطيه المكبرة . إن مثل هذه المنظومات تدعى بالمجاهر (ميكروسكوبات) . ويعرض الشكل 3.11 مخططا بسيطا ومبدئيا لمنظومة المجهر .

تدعى العدستان المتناظرتان المحدبتا الوجهين  $L_1$  و  $L_2$  بالجسمية (الشيئية) والعينية على الترتيب ، وتكونا مفصولتين



شكل 3.11

بالمسافة  $\Delta$  . وتساوي هذه المسافة مجموع البعدين المحرقين للعدستين  $f_1$  و  $f_2$  مضافا اليه القطعة  $\delta$  (المسافة بين المحرقين  $F_1$  و  $F_2$ ) :

$$\Delta = f_1 + f_2 - \delta \quad (15 - 1)$$

وتعطي العدسة  $L_1$  خيالا حقيقيا مكبرا للجسم  $y_1$  الذي يقع الى اليسار من محرقها  $F_1'$ . وينظر الى الخيال  $y_1'$  من خلال العينية  $L_2$  ، كما هو الحال في المكبرة . ويرى المراقب خيالا وهميا مكبرا  $y_2$  للخيال الحقيقي  $y_1'$  .

بما أن الجسمية والعينية عبارة عن عدستين متناظرتين من محدبتي الوجهين ، لذلك يمكن أن نستعمل لتحديد تكبير المجهر صيغة تكبير المكبرة (14-15) :

$$N = \frac{L}{f} \quad (15-2)$$

وصيغة القوة البصرية للمنظومة المؤلفة من عدستين (14-23) :

$$D = \delta D_1 D_2 \quad (15-3)$$

أو

$$\frac{1}{f} = \delta \cdot \frac{1}{f_1} \cdot \frac{1}{f_2} \quad (15-4)$$

وهكذا يعين البعد المحرقي للمجهر بالبعدين المحرقين للعدستين والمسافة  $\delta$  :

$$f = \frac{f_1 f_2}{\delta} \quad (15-5)$$

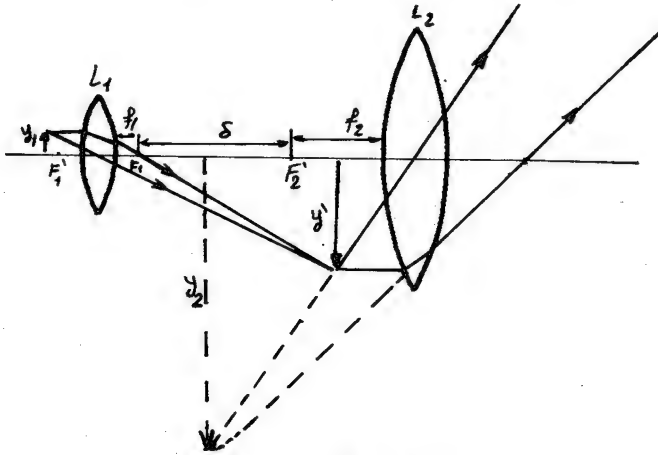
نعوض هذه النتيجة بالصيغة (2) فنحصل على :

$$N = \frac{L \delta}{f_1 f_2} \quad (15-6)$$

حيث  $S = \Delta + (f_1 + f_2)$  . وتعين العلاقة الأخيرة تكبير المجهر .

- المنظار : إذا جعلت المسافة بين  $F_2$  و  $F_1$  لعدستين مقربتين صغيرة جدا ، فإن ذلك يؤدي الى زيادة كبيرة في زاوية النظر عند دراسة الاجسام البعيدة . ولا يمكن تطبيق العلاقة (6) في هذه الحالة ، ذلك لأن  $\delta \sim 0$  ، وبالتالي يكون تكبير أي جسم يقع بالقرب من الجسمية قريبا من الصفر . وتصبح الصورة من اجل الأجسام البعيدة مغايرة لما سبق (الشكل 3.12) .

يظهر مسار الشعاع على الشكل أن زاوية النظر  $\varphi_1$  الى الجسم



شكل 3.12

البعيد صغيرة جدا . ويتشكل لهذا الجسم خيالا  $y'$  قريبا من المستوي المحرقى للجسمية  $F_1$  (وهذا المستوي المحرقى ينطبق تقريبا على المستوي المحرقى للعينية  $\delta \sim 0$ ) . وتعطي نتيجة النظر الى الخيال الحقيقي  $y'$  من خلال العينية خيالا وهميا مكبرا  $y$  . ويعين تكبير هذه المنظومة التي تدعى "بالنظارة الفلكية" (تلسكوب) بنسبة الزاويتين  $\varphi_2$  الى  $\varphi_1$  .

نرى من الشكل 3.12 أن النسبة المذكورة تساوي تقريبا الى النسبة بين البعدين المحرقين ( حيث أن العينية تلعب دور المكبرة) .

وفي الواقع

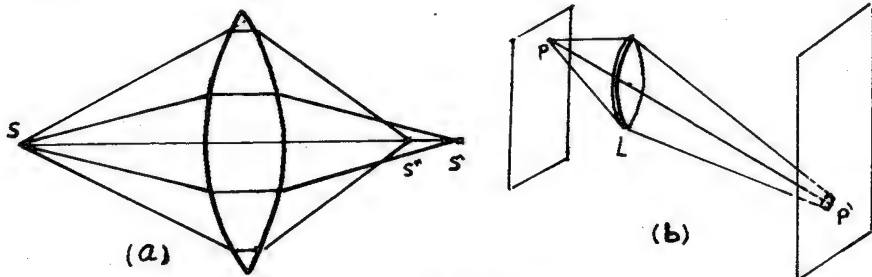
$$\varphi_1 \sim \tan \varphi_1 = \frac{y'}{f_1} , \quad \varphi_2 \sim \tan \varphi_2 = \frac{y'}{f_2} \quad (15-7)$$

ومنه يكون التكبير الزاوي للمنظار

$$N = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} \approx \frac{f_1}{f_2} \quad (15-8)$$

ونلاحظ من تحليل الرسم أن الأشعة في حالة المنظار تحقق بشكل جيد شرط المحورية ، بينما تبتعد الأشعة في حالة المجهر والمكبرة عن ذلك الشرط . وهذا يعني أن الجملة تشكل للنقطة خيالا غير نقطي بالضبط ، أي أننا نحصل على خيال لانقطي . وتنشأ تشوهات الاخيلة التي يمكن تصنيفها الى مجموعات تدعى بالاشكال الزيجية أو الانحرافات وعدد هذه الاشكال خمسة نستعرضها فيما يلي .

(1) الزيج الكروي : ان انحراف الأشعة التي تخترق حواف العدسة يكون اكبر من انحراف الاجزاء الوسطية ، وتكون النتيجة ان تقاطع الأشعة الطرفية في نقطة  $S''$  أقرب الى العدسة من نقطة تقاطع الأشعة المركزية  $S'$  ( الشكل 3.13-a ) . وبالتالي يكون الخيال على شكل بقعة ، أي يحدث انفلاش للخيال . ويتم اقضاء هذا النوع



شكل 3.13

من الزيج باختيار وموازنة مجموعة من العدسات . مثلا بطريقة جمع ( التحام ) العدسات المقربة التي يكون فيها الزيج الكروي الطولي  $\overline{SS'} = \overline{OS'} - \overline{OS''}$  موجبا ، مع العدسات المبعدة التي زيغها الطولي الكروي سالب . أو بوضع عدسة تختلف فيها قرينة انكسار الحواف عن قرينة انكسار المنطقة المركزية .

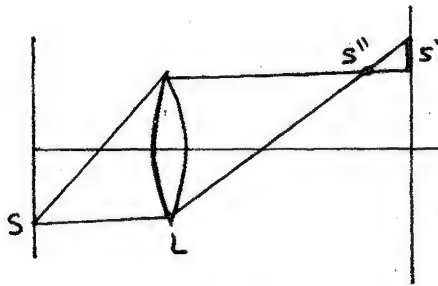
(2) الزيج الهالي المذبذب (الكوما) : ينشأ هذا النوع من الزيج ،

حتى في حالة العدسات المتحررة من الزيج الكروي بالنسبة للمنابع الواقعة على المحور الاصلي . فاذا ازيحت هذه المنابع الى جانبي المحور الاصلي ، فان خيال النقطة يصبح على شكل بقعة ممطوطة غير متناظرة تدعى الكوما ( انظر الشكل 3.13 ) . ويمكن تصحيح هذا



الانحراف بتريتيب عدسات ذات تحدبات مختلفة أو قرائن انكسار مختلفة .

(3) الاستيجماتزم (Astigmatism) أو فقدان التمرکز :  
يلحق هذا العيب حتى الحزم الضيقة اللامحورية . وتعطي هذه الحزم الصادرة عن نقطة خياليين على شكل خطين مستقيمين : أحدهما  $S'$  واقع في مستوي الشكل (انظر الرسم 3.14) والآخر  $S''$  معامد لهذا المستوي . ويدعى البعد بين هذين الخطين بالفرق الاستigmatيبي . ويمكن تصحيح هذا العيب باختيار مناسب لأنصاف اقطار السطوح الكاسرة وقواها البصرية . فعلى سبيل المثال يستعمل الشخص الذي يعاني من



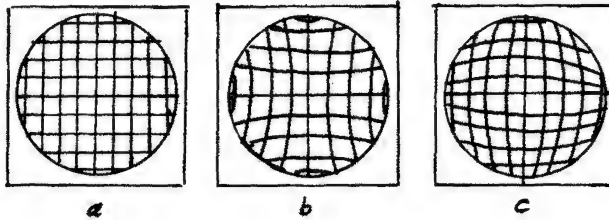
العيب الاستigmatي نظارات سطوح عدساتها اسطوانية . وتدعى المنظومة المصححة من العيب المذكور بالانستigmat (Anastigmat) .

4 - انحاء حقل الخيال ، والتشوه

الهندسي لبنيته (Distortion) :

شكل 3.14

يتلخص العيب الاول بأن العدسة تعطي للجسم خيالا منحنيا ، ويتلخص العيب الثاني بالتشوه الذي يلحق بنية الخيال نتيجة لعدم تماثل التكبير الخطي في حدود حقل الخيال ككل . فالجسم ذو البنية الشبكية التربيعية (شكل 3.15) مثلا



شكل 3.15

يبدو خياله في المنظومة بشكل شبكة لخطوط منحنية . فاذا ازداد التكبير الخطي كلما ابتعدنا عن المحور الضوئي تشكل ما يعرف بالتشوه الوسادي (شكل 3.15) . أما اذا تناقص التكبير الخطي تشكل ما يسمى بالتشوه البرميلي (الشكل 3.15) . وتجدر الإشارة الى أن هذين النوعين من

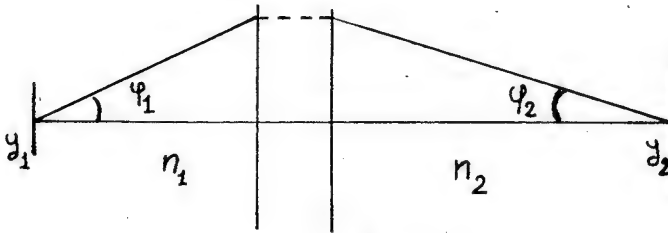
التشوهات يلعب دورا هاما في الاجهزة المخصصة لاجراء القياسات الدقيقة ، كأجهزة المسح الجيوديزي والمسح الجوي . أما بالنسبة للملاحظات العينية فيمكن التغاضي عن هذين التشوهين .  
يصحح المبيان المذكوران أيضا بتشكيل منظومة ضوئية مختارة بشكل مناسب .

(5) الزيف اللوني (chromatic Aberration) : إن قرينة الانكسار

للموسط (مادة العدسة) يعتبر تابعا لطول الموجة ، أي أن أمواج الضوء تنحرف أثناء اجتيازها للمنظومة الضوئية بزوايا انحراف مختلفة وذلك تبعا لأطوال تلك الامواج . وتدعى هذه الظاهرة بالتبديد .  
يتلخص الزيف اللوني في أن الأشعة غير وحيدة اللون التي تصدرها نقطة مضيئة ، تعطي خيالا على شكل بقعة مؤلفة من خواتم مختلفة الألوان . ويمكن اقضاء هذا النوع من الزيف باختيار عدسات ذات قرائن انكسار مناسبة ، وتشكيل منظومة ضوئية لالونية (Achromat) .  
تجدر الإشارة إلى أن تحليل ودراسة الجمل الضوئية أدى الى وضع شرط ضروري ، لكي تتحرر المنظومة الضوئية من الزيف الكروي والهالي المذنب ومن فقدان التمرکز . ويدعى هذا الشرط "بشرط الجيوب لآبي" (Abbe) :

$$\frac{n_1 \sin \varphi_1}{n_2 \sin \varphi_2} = \frac{y_2}{y_1} \quad (15-9)$$

حيث أن  $\varphi_1$  و  $\varphi_2$  الزاويتان اللتان يصنعهما الشعاعان المترافقان



شكل 3.16

مع محور الجملية ،  $y_1$  و  $y_2$  طول الجسم والخيال ،  $n_1$  و  $n_2$  قرينتا الانكسار (الشكل 3.16) . وعندما تكون  $\varphi_1$  و  $\varphi_2$  صغيرتين ، يتحول شرط الجيوب الى علاقة لاغرانج - هلمولتز :

$$n_1 y_1 \varphi_1 = n_2 y_2 \varphi_2 \quad (15-10)$$

- الموشور: نقوم الآن بدراسة الخواص الحارفة للعدسة. وندرس الموشور الذي يمكن اعتباره حالة خاصة من العدسة فيما اذا كان تحدب الوجهين صغيرا (الشكل 3.17). ينحرف الشعاع الضوئي نتيجة انكساره على سطحي الموشور عن طريقه البديي بالزاوية  $D$  التي تدعى "زاوية الانحراف".

إن هذه الزاوية زاوية خارجية بالنسبة للمثلث  $ABC$  وتعطى بالعلاقة:

$$D = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_1 + \beta_2) \quad (15-11)$$

ونجد من المثلث  $AEC$  أن زاوية الموشور  $\varepsilon$  تساوي:

$$\varepsilon = \pi - (\frac{\pi}{2} - \beta_1) - (\frac{\pi}{2} - \beta_2) = \beta_1 + \beta_2 \quad (15-12)$$

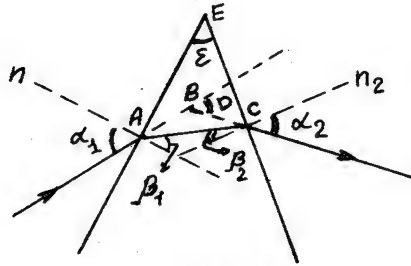
وبالتالي

$$D = \alpha_1 + \alpha_2 - \varepsilon \quad (15-13)$$

ندرس حالة التناظر  $\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$  ، عندئذ:

$$D = 2\alpha - \varepsilon \quad (15-14)$$

نشير الى أن هذه القيمة لـ  $D$  صغرى من اجل جميع الحالات الممكنة



شكل 3.17

لموشور معين . وفي الواقع اذا وجدنا القيمة الصغرى لـ  $D$  كتابع لـ  $\alpha_1$ :

$$\frac{dD}{d\alpha_1} = 1 + \frac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = 0 \quad (15-15)$$

ومنه نحصل على

حيث  $C$  ثابت ما . وفي حالة التناظر تكون  $\alpha_2 = -\alpha_1$  أي  $C = 0$  .

ومنه نحصل على أن القيمة الصغرى لـ  $D$  تتحقق من اجل  $\alpha_2 = -\alpha_1$  .

نوجد الآن العلاقة التحليلية بين  $D$  و  $\varepsilon$  و  $n$  (  $n$  قرينة انكسار مادة الموشور ) ، وذلك عندما يقع الموشور في الهواء .

من العلاقة (14) نجد :

$$\alpha_1 = \frac{D_{min} + \varepsilon}{2} \quad (15-16)$$

ونجد من قانون الانكسار

$$\sin \alpha_1 = n \sin \beta_1$$

بما أن  $\beta_1 = \beta_2$  في حالة التناظر تكون  $\beta_1 = \frac{\varepsilon}{2}$ ، ومنه :

$$n = \frac{\sin \frac{D_{min} + \varepsilon}{2}}{\sin \frac{\varepsilon}{2}} \quad (15-17)$$

بما أن  $n$  تابع لطول الموجة  $\lambda$ ، فإن معرفتها تمكننا من حساب انحراف الامواج المختلفة المشكلة للطياف، وذلك بالعلاقة (17). تظهر التجربة ان  $n$  تتعلق بـ  $\lambda$  وفق العلاقة التقريبية التالية :

$$n(\lambda) \approx a + \frac{b}{\lambda^2} \quad (15-18)$$

وتبرز ظاهرة التبديد نتيجة لتلك التابعة، ويعبر عنه كميًا بأشكال مختلفة. وتوجد أربعة مقاييس للتبديد :

(1) التبديد : ويعني قيمة  $n$  من اجل  $\lambda = 5890 \text{ Å}$  (خط الصوديوم) ويرمز لهذا المقدار بـ  $n_D$ .

(2) التبديد الوسطي : وهو الفرق بين قرينتي الانكسار من اجل الخط الازرق للهدرجين ( $\lambda_F = 4811 \text{ Å}$ ) والخط الاحمر له ( $\lambda_C = 6563 \text{ Å}$ ) اي  $n_F - n_C$ .

(3) التبديد النسبي : وهو مقدار النسبة  $\frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$

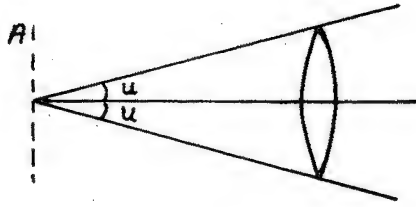
(4) معامل التبديد (عددي) : وهو مقلوب التبديد النسبي

$$\frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

ـ قدرة الفصل للأجهزة البصرية : ندرس تأثير الانعراج على قدرة الفصل للأجهزة البصرية .

نبدأ بالمجهر . تسقط على العينية الاشعة التي تضئ الجسم وينشأ الانعراج عليه . لنفرض أن الجسم عبارة عن شبكة  $A$  دورها  $d$  . عندئذ تكون لوحة سقوط الاشعة على الجسمية كما يعرضها الشكل 3.18 . وتدعى الزاوية  $2u$  بكوة (Aperture) الجسمية . يتضح عندئذ ، أنه اذا كانت الزاوية  $u$  اصغر من الزاوية  $\varphi$  المحددة

للنهاية العظمى الأولى للانعراج ، فإننا لانستطيع رؤية تفاصيل الجسم حيث تحصل اضاءة منتظمة . وهكذا يأخذ شرط الفصل الشكل التالي :



شكل 3.18

$$\sin \varphi < \sin u$$

ونجد من شرط النهاية العظمى

$$d \cdot \sin \varphi = \lambda \quad \text{الأولى}$$

أن

$$\sin u > \frac{\lambda}{d}$$

أو

$$d > \frac{\lambda}{\sin u}$$

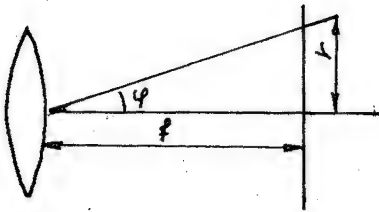
إذا وقع الجسم والجسمية في وسط قرينة انكساره  $n$  فإن

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

حيث  $\lambda_0$  طول الموجة في الخلاء . وبالتالي

$$d > \frac{\lambda_0}{n \sin u} \quad (15-19)$$

أي يجب أن تكون أبعاد تفاصيل الجسم أكبر من القيمة  $\frac{\lambda_0}{n \sin u}$  . وهكذا نلاحظ انه كلما كانت  $\lambda$  اصغر ، كلما استطعنا مراقبة اجسام أصغر باستعمال المجهر . ونستخلص ايضا أنه كلما كانت الكوة (الفتحة) وقرينة انكسار الوسط أكبر ، كلما استطعنا تمييز اجسام اصغر . وتحدد الابعاد المحدودة للجسيمات قدرة الفصل للمنظومات البصرية ، حيث يحدث الانعراج على الفتحة المستديرة (الاطار) التي تحيط بالعدسة . وبالعودة الى انعراج فراونهوفر على فتحة مستديرة ، نجد أن شرط النهاية الصغرى الأولى من الشكل



شكل 3.19

$$D \sin \varphi = 1,22 \lambda_0$$

حيث  $D$  قطر الفتحة . ويسمح هذا الشرط بايجاد قطر الخاتم المظلم الاول (الشكل 3.19) .

إذا تشكل الخيال في المستوي

المحرق ، فإن  $r \approx f \sin \varphi$  أو

$$r \approx f \frac{1,22 \lambda_0}{D} \quad (15-20)$$

عندما  $D \rightarrow \infty$  فإن الانعراج يختفي (  $r \rightarrow 0$  ) ، أي أن الجسميات الكبيرة تساعد على تحسين شدة التحليل للجهاز البصري

والتي نعرفها كمقلوب الزاوية  $\varphi$  الموافقة للهدب الاول من النموذج الانعراجي :

$$A = \frac{1}{\varphi} \approx \frac{1}{\sin \varphi} = \frac{D}{1,22 \lambda} \quad (15-21).$$

بعبارة اخرى، إن تكبير  $D$  يؤدي الى زيادة  $A$  (ذلك لأن  $r$  تنقص وبالتالي  $\varphi$  ) .

نستطيع أن نربط (19) و (20) بشرط الجيوب لآبي :

$$n d \cdot \sin u = n' r \cdot \sin u' = \frac{n' \cdot 1,22 \lambda_0}{D} \sin u' = \frac{1,22 n' \lambda_0}{2}$$

وبما أن  $n' = 1$  غالبا ، لذلك يكون

$$d = \frac{0,61 \lambda}{n \sin u} \quad (15-22)$$

أي أن العين تميز تفاصيل الجسم إذا كانت تلك التفاصيل أكبر من  $d$  .

#### 16 - آلة التصوير (الكمرة) ، العين .

- آلة التصوير : تصمم أجهزة التصوير بشكل يمكن من الحصول على أخيلة دقيقة للأجسام الواقعة على مسافات مختلفة من جسمية الجهاز ، بحيث تقع هذه الاخيلة في مستوي الطبقة الحساسة للضوء من الصفائح والأفلام ، وتستعمل لاحداث المطابقة (التصويب) نظم مختلفة (كازاحة الجسمية أو جزء منها أو ازاحة اللوحة الحساسة) . ويسمح تصغير فتحة الحظار بتحسين عمق التركيز (Focusing) ، أي تمثيل الاجزاء المختلفة البعد عن الجسمية في مستوي واحد بشكل دقيق . ويعمل تغيير فتحة الحظار الى تغيير كمية الضوء الداخلة الى الجهاز (شدة الاضاءة) . ونحصل عادة في الكمرات على خيال صغير للجسم ، وبالتالي تقوم المحاولات في الاجهزة الحديثة للحصول على دقة جيدة للاخيلة ، بحيث يمكن تكبيرها بدرجات معقولة .

ويعمل دائما على تحديث الجسميات بهدف الجمع بين أخيلة جيدة واضاءة شديدة ، وتساوي اضاءة الخيال نسبة التدفق الضوئي على سطح الخيال . أي أن هذه الاضاءة تتناسب في حالة الاجسام البعيدة طردا مع سطح فتحة الحظار مقسومة على مربع البعد المحرقي للجسمية . وتدعى هذه النسبة "بالشدة الضوئية للجسمية" . وأحيانا تعرف بأنها

نسبة القطر الأعظمي لفتحة الحظار الى البعد المحرقي . وتعتبر الاضاءة متناسبة مع مربع الشدة الضوئية . والأصح أن تدعى النسبة السابقة بالفتحة النسبية . وبهذا الشكل تقاس الشدة الضوئية بمربع الفتحة النسبية .

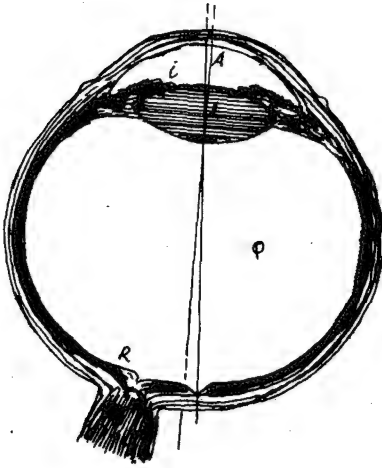
- العين كجملّة بصرية - تعتبر العين من حيث تركيبها جملّة

بصرية مشابهة لآلة التصوير (الشكل 3.20) . ويلعب دور الجسميّة في العين مجموعة من الاوساط الكاسرة المؤلفة من الخلط المائي  $A$  (Aqueous Humour) والعدسة البلورية  $L$  (Crystalline lens) والخلط الزجاجي  $Q$  (Vitreous Humour) .

وتدعى عملية المطابقة (التركيز) للجسام مختلفة البعد عن العين بالتكيف (accommodation) ، وتتم هذه العملية بواسطة جهود عضلية تغير من تقوس العدسة البلورية . وتدعى المسافتان الحديتان اللتان يمكن أن تتم من اجلهما المطابقة بنقطة المدى ونقطة الكثر . وتقع نقطة المدى من اجل العين السليمة في اللانهاية بينما يتعلق نقطة الكثر بعمر الانسان (فهي تقع على بعد 10 سم من أجل الاعمار حتى 20 سنة ، وتزداد لتبلغ 22 سم من أجل الاعمار المتقدمة) وتنضغط حدود المطابقة بتقدم السن (مد البصر) . وتصادف كثير من الحالات التي تكون فيها العيون غير طبيعية في حدود مطابقتها حتى من أجل الاعمار الفتية ( "حسور البصر" ) ، حيث تقع نقطة المدى على مسافة محدودة (يمكن أن تكون صغيرة) ، و"طمس البصر" حيث تقع نقطة الكثر بعيدة عن العين . وتصحح هذه العيوب بواسطة عدسة مساعدة إما مبعدة أو مقربة (النظارات) . ويبين الشكل 3.21 موضع مجالات المطابقة للرؤيا ، حيث تظهر الاماكن المخططة هذه المجالات بالنسبة لعيون مختلفة ، وترمز  $A_p$  الى نقطة الكثر و  $A_v$  الى النقطة المدى . فالعين السليمة تقع حدود مطابقتها من  $A_p = 10 - 22$  cm . وفي حالة حسور البصر يكون مجال المطابقة أقرب الى العين ومحدود من طرفه البعيد . وتكون نقطة الكثر من اجل العين المديدة أبعد عن العين ، ونقطة المدى واقعة في المجال السالب أي خلف العين ، وهذا يعني قدرة العين الطامسة على رؤية النقاط الوهمية ، وبالتالي فهي توصل الى اللحافة الشبكية ليس فقط الاشعة

المتوازية وإنما الأشعة المتقاربة أيضا . وهكذا تكون القوة البصرية للعين الحسيرة أكبر ، والقوة البصرية للعين المديدة أصغر من القوة للعين السليمة .

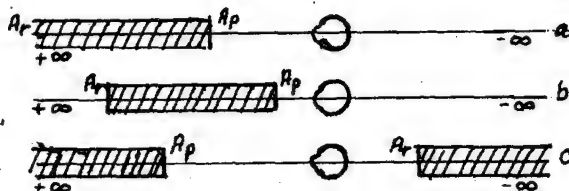
تمثل حظار الفتحة في العين القرنية ( Iris ) التي تحدد لون العين ، وتحوي على ثقب صغير متغير الاتساع يدعى بؤبؤ العين ( Pupil ) . ويمثل خيال البؤبؤ في الجزء الامامي من العين ، (اي في حجرة الخلط المائي ) بؤبؤ الدخول الذي ينطبق تقريبا على البؤبؤ الحقيقي . ويلعب تغير اتساع بؤبؤ العين نفس الدور الذي تلعبه فتحة الحظار في جسيمات آلات التصوير ، حيث ينظم دخول الضوء الى العين ويغير عمق التركيز (المطابقة ) . وتمثل شبكية العين R ( Retina ) اللوح الحساس في الكيميرات ، وهي جزء معقد التركيب .



شكل 3.20

تستبدل في كثير من المسائل وخاصة الضوئية منها ، الجملة الكاسرة للعين بالعين المختزلة المؤلفة من مادة شفافة متجانسة وتملك هذه العين الثوابت الآتية :  
القوة الكاسرة بالكسيرات 58,48  
طول العين 22..... ملم  
نصف قطر انحناء السطح الكاسر 5,7..... ملم  
قرينة انكسار الوسط 1,33...  
نصف قطر انحناء الشبكية 9.7... ملم .

وبما أن موضع تشكل الخيال يقع داخل وسط يختلف عن الهواء ، لذا



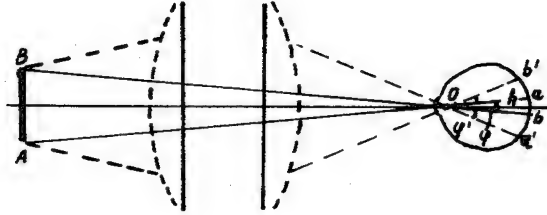
شكل 3.21



يختلف البعدان المحرقيان الامامي والخلفي في العين ( 1,17 و 8,22 ملم ) . ويقاس هذان البعدان ابتداءً من النقطتين الرئيسيتين اللتين يمكن اعتبارهما بتقريب جيد منطقتين على المركز البصري للعين . يمكن النظر في الحالة العامة الى العين كجملة متمركزة لسطوح كروية ، ولكن يجب التأكيد على أن هذه الجملة ليست مثالية ، مادامت تسمح بظهور الزيغ الكروي والانقطعية للحزم المائلة والزيغ اللوني بشكل واضح . الا أن هذه العيوب تكون قليلة بحيث يمكن اهمالها وذلك بفضل سلسلة من مزايا العين . فالزيغ الكروي غير ملاحظ نتيجة لعدم التوزع المنتظم للاضاءة في بقع التبديد ، حيث ان الجزء الهام والاشد اضاءة بالنسبة للاحساس بالرؤيا صغير جدا ، وهكذا عندما تكون الاضاءة شديدة ، اي عندما تتضح حواف بقعة ( هالة ) التبديد ، يصغر قطر البؤبؤ بشكل كبير بحيث تهمل هذه الهالة ، وتكون لانقطعية الحزم المائلة غير ملاحظة تقريبا . لأن قدرة الشبكية على التشخيص الجيد تنخفض بسرعة من المركز نحو الاطراف ، ولهذا فان خيال كل نقطة مشخصة تنتقل بشكل لا ارادي الى محور العين الذي يمر من أفضل جزء من الشبكية الذي يدعى النقيرة المركزية ( *Fovea centralis* ) . وتتم محدودية حقل الرؤيا لهذا الجزء الفعال الصغير بواسطة حركية العين . ولا يلاحظ الزيغ اللوني عمليا ، لأن العين حساسة جدا لمجال ضيق نسبيا من الطيف .

ويؤدي تراكم العوامل المذكورة آنفا الى أن العين السليمة تستطيع أن تحكم بشكل جيد على التركيب الخارجي للجسام . إلا أن التركيب الخاص لشبكية العين والمؤلف من عناصر منفصلة يدفع بالعين الى ادراك نقطتين متقاربتين جدا من الجسم كنقطة واحدة ، ويعود السبب في ذلك الى تشكل خيال النقطتين على نفس عنصر الشبكية ، وبهذا الشكل تدرك العين جزء المادة الذي يقع خياله داخل الحدود التي يعينها تركيب الشبكية ( داخل أحد عناصر الشبكية ) تدركه كنقطة واحدة ، وتعنى هذه النقطة بالنقطة الفيزيولوجية ، ولا يمكن معرفة أية تفاصيل تقع ضمن ذلك الجزء من المادة . وتتعلق أبعاد هذا الجزء ، بطبيعة الحال ، ببعد الجسم عن العين ، ويمكن تحديده بواسطة "زاوية النظر" المرتبطة بأبعاد الخيال الموافقة

( الشكل 3.22 ) مادامت أبعاد الخيال (  $ab = \psi h$  ) حيث  $\psi$  زاوية النظر و  $h$  عمق العين (من المركز البصري  $O$  الى الشبكية) ، الذي يساوي من أجل العين العادية 15 ملم ، وتدعى الزاوية الصغرى



شكل 3.22

اللازمة لتمييز تفاصيل الجسم "بالزاوية الحدية الفيزيولوجية" وتساوي تقريبا في العين المجردة حوالي دقيقة واحدة ، غير أن هذه القيمة للزاوية المذكورة مشروطة ومرتبطة بجودة اضاءة الجسم المراقب .

يجري عادة اختبار قدرة الفصل (التمييز) للعين بواسطة الجسم الاختباري المبين على الشكل 3.23-أ (حلقة لاندولت) . وتعتبر زاوية الفصل تلك الزاوية التي يرى من اجلها بوضوح الانقطاع الموجود في جسم الاختبار . وتتخذ كواحدة لقياس حدة البصر ، تلك الحدة التي

توافق زاوية فصل مقدارها دقيقة

واحدة ، وتكون حدة الرؤيا مساوية

الى النصف اذا كانت القيمة

الصغرى لزاوية التمييز تساوي

دقيقتين وهكذا . . . . . ويظهر

الجدول المرفق تابعة زاوية

الفصل لاضاءة جسم الاختبار

شكل 3.23

من اجل العين السليمة . وتبين القيم الواردة في الجدول أن حدة البصر للعين العادية اكبر بقليل من الواحد من اجل اضاءة جيدة (اكثر من 100 لوكس  $lux$ ) .

وهكذا نلاحظ أن حدة البصر تنخفض كثيرا عن دقيقة من اجل

الاضاءات الضعيفة حتى تصل أحيانا الى درجة واحدة .

ويؤدي تقريب الجسم من العين الى تصغير ذلك الجزء من الجسم الذي تقطعه الزاوية الفيزيولوجية الحدية ، وبالتالي تتوفر الامكانية لمشاهدة تفصيلات أدق للجسم المراقب . غير أن تقريب الجسم من العين محدود القيمة بحيث نبقي على المطابقة . ويبدو أن افضل مسافة

زاوية الفصل دقيقة	اضاءة القاعدة لكس	زاوية الفصل دقيقة	اضاءة القاعدة لكس
2	0,5	50	0,0001
1,5	1	30	0,0005
1,2	5	17	0,001
0,9	10	11	0,005
0,8	100	9	0,01
0,7	500	4	0,05
0,7	1000	3	0,1

#### تابعية زاوية الفصل للاضاءة من اجل العين الصحيحة

مناسبة لرؤية الاجسام الصغيرة بواسطة العين العادية والمجردة تساوي 25 سم (مسافة الرؤيا الافضل) . وتستطيع العين الفتية أن ترى التفاصيل على مسافة قد تصل الى 10 سم ، ولكن ذلك يجهد العين . وتسمح العين الحسيرة بتصغير هذه المسافة ، وبالتالي تتمكن هذه العين من ملاحظة تفاصيل أدق من العين السليمة . بينما يكون من الصعب على العين الطامسة ، وخاصة عيون كبار السن تمييز التفاصيل الدقيقة (القراءة مثلا) . يمكن ادراك التفاصيل الأدق للاجسام بواسطة الاجهزة البصرية التي تشكل مع العين خيالا يقع على الشبكية . وتدعى النسبة بين الخيال المتشكل على شبكية العين في حالة وجود الجهاز البصري وبين الخيال المتشكل بدونه بالتكبير الظاهري للجهاز البصري . ويكون هذا التكبير وفقا للشكل 3.22 مساويا  $\frac{\varphi'}{\varphi}$  حيث  $\varphi'$  و  $\varphi$  زاويتا الرؤيا الموافقتين لرؤية الجسم باستعمال الجهاز وبدونه . ومن الاجهزة البصرية التي تساعد العين : العدسة المكبرة والمجهر والانابيب البصرية (المناظير والتلسكوبات) ... الخ .

## مسائل وتطبيقات

1 - تتحرك نقطة مضيئة وفق محور مرآة كروية مقعرة مقتربة منها من أجل أية أبعاد للنقطة عن المرآة ، تكون المسافة بين النقطة وخيالها في المرآة مساوية  $0,75 R$  حيث  $R$  نصف قطر تقوس المرآة .

— نفرض أن  $a_1$  بعد النقطة عن المرآة ، و  $a_2$  بعد الخيال عنها .  
نستعمل دستور المرآة المقعرة

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_1} = \frac{2}{R}$$

ونستخدم الشرط  $|a_1 - a_2| = 0,75 R$  . نحل جملة المعادلتين ، فنجد :

$$a_1 = 1,5 R \quad , \quad a'_1 = 0,25 R \quad , \quad a''_1 = 0,75 R$$

بالإضافة إلى الحل  $a'_1 = -0,5 R$  وهو مرفوض لأن  $a_1$  يجب أن يكون من إشارة  $R$  .

2 - عدسة محدبة الوجهين مصنوعة من الزجاج (  $n = 1,6$  ) ، بعدها المحرقي  $f = 10 \text{ cm}$  . ماذا يصبح البعد المحرقي لهذه العدسة إذا وضعت في وسط قرينة انكساره  $n = 1,5$  ؟ جـ البعد المحرقي فيما إذا وضعت في وسط آخر قرينة انكساره  $n_2 = 1,7$  .

— يعطى البعد المحرقي للعدسة محدبة الوجهين بالعلاقة

$$\frac{1}{f} = \left( \frac{n}{n'} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

حيث  $n$  قرينة انكسارها و  $n'$  قرينة انكسار الوسط المحيط بها .  
في حالة الهواء  $n' = 1$  ومنه

$$\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{(n-1)f} \quad (1)$$

في الحالة الأولى  $n' = n_1$  ، وبالتالي

$$\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{\left( \frac{n_1}{1,5} - 1 \right) f_1} \quad (2)$$

نجد من (1) و (2) أن

$$f_1 = \frac{(n-1)f}{(n/n_1 - 1)} = 90 \text{ cm}$$

في الحالة الثانية  $n' = n_2$  وبالتالي

$$f_2 = \frac{(n-1)f}{(n/n_2 - 1)} = -102 \text{ cm}$$

أي أن العدسة مبعدة (مفرقة) .

3 - انبوبة معدنية قصيرة مغلقة من احدى نهايتها بعدسة مستوية محدبة ، ومن الطرف الآخر بصفيحة متوازية الوجهين رقيقة . نفرض أن الجملة مغمورة بسائل قرينة انكساره  $n_1$  . اوجد البعد المحرقي للجملة ، اذا علمت أن نصف قطر تقوس سطح العدسة يساوي  $R$  ، وأنها محضرة من مادة قرينة انكسارها  $n_2$  .

4 - عدسة رقيقة قوتها البصرية  $D = 5$  كسيرة ، وعندما تغمر في سائل قرينة انكساره  $n_2$  ، تعمل كعدسة مبعدة ، ببعد محرق يساوي  $f = 100 \text{ cm}$  . عين قرينة انكسار السائل  $n_2$  ، اذا علمت أن قرينة انكسار زجاج العدسة  $n_1 = 1,5$  .

— من دستور العدسات الرقيقة

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

حيث  $n_1$  قرينة انكسار العدسة و  $n_2$  قرينة الانكسار للوسط المحيط بها . ويكون في حالة الهواء :

$$D = \frac{1}{f_1} = \left( n_1 - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f_1 (n_1 - 1)}$$

وفي حالة العدسة المغمورة في السائل

$$\left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = - \frac{1}{f_2 \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right)}$$

$$f_2 \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right) = f_1 (n_1 - 1) \quad \text{وبالتالي}$$

$$\frac{n_1}{n_2} = - \frac{f_1}{f_2} (n_1 - 1) + 1 = \frac{-20}{100} \cdot 0,5 + 1 = 0,9$$

$$n_2 = \frac{n_1}{0,9} = \frac{1,5}{0,9} = 1,67$$

5 - عدسة محدبة الوجهين متناظرة ، بعدها المحرقي عندما

تكون في الهواء  $f_2$  ، وعندما تكون في الماء  $f_2$  . على أي بعد منها يقع محرقها  $F_1'$  و  $F_2'$  ، اذا وضعت العدسة على الحد الفاصل بين الهواء والماء ؟ قرينة انكسار الهواء تساوي الواحد وقرينة انكسار

الماء تساوي  $\frac{4}{3}$  .

— من قانون العدسات الرقيقة

$$\text{في الهواء} \quad \frac{1}{f_1} = \left( \frac{n}{n_1} - 1 \right) \frac{2}{R} \quad (1)$$

$$\text{في الماء} \quad \frac{1}{f_2} = \left( \frac{n}{n_2} - 1 \right) \frac{2}{R} \quad (2)$$

في حالة وضع العدسة بين الهواء والماء ، يكون انطلاقا من دستور الكاسر الكروي :



$$\frac{n}{a} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n - n_1}{R}$$

$$\frac{n_2}{a_2} - \frac{n}{a} = - \frac{n_2 - n}{R}$$

ومنه بجمع العلاقتين نجد :

شكل 5.1

$$\frac{n_2}{a_2} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{1}{R} (2n - n_2 - n_1) \quad (3)$$

يعين البعد المحرقي على يمين العدسة من اجل  $a_1 \rightarrow \infty$  ، ومنه

$$\frac{n_2}{f_1'} = \frac{1}{R} (2n - 2n_2 - n_1 + n_2)$$

حيث جمعنا وطرحنا  $n_2$  داخل القوس ، وهكذا

$$\frac{1}{f_1'} = \frac{2}{R} \left( \frac{n}{n_2} - 1 \right) + \left( 1 - \frac{n_1}{n_2} \right) \frac{1}{R} \quad (4)$$

حسب مبدأ رجوع الضوء ، ننهي  $a_2 \rightarrow \infty$  ونضيف ونطرح  $n_1$  في قوس العلاقة (3) فنجد المحرق الى يسار العدسة

$$- \frac{1}{f_2'} = \frac{1}{n_1 R} (2n - 2n_1 + n_1 - n_2) = \frac{2}{R} \left( \frac{n}{n_1} - 1 \right) + \frac{1}{R} \left( 1 - \frac{n_2}{n_1} \right) \quad (5)$$

من (4) نجد ان

$$\frac{1}{f_1'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{R} \left( 1 - \frac{n_1}{n_2} \right) \quad (6)$$

من (5) نجد ايضا

$$-\frac{1}{f'_2} = \frac{1}{f_2} + \frac{1}{R} \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) \quad (7)$$

باستخدام (1) و (2) نحصل على

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2(n_2 - 1)} \left( \frac{1}{f} - \frac{n_2}{f_2} \right)$$

نبدل  $\frac{1}{R}$  في كل من (6) و (7) ، فنحصل على المطلوب .

6 - البعد بين منبعين نقطيين  $\ell = 24 \text{ cm}$  . أين يجب أن نضع عدسة مقربة بعدها المحرقي  $f = 9 \text{ cm}$  ، حتى يقع خيال المنبعين في نفس النقطة .

— من الواضح أن واحد من الاخيطة يجب أن يكون وهميا . فاذا رمزنا لبعدي المنبعين عن العدسة بـ  $a_1$  و  $a_2$  ولبعدي الخياليين عن العدسة بـ  $a'_1$  و  $a'_2$  فإننا نحصل على :

$$\frac{1}{a'_1} - \frac{1}{a_1} = -\frac{1}{f} \quad , \quad \frac{1}{a'_2} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f}$$

ذلك لأنه وفقا لمعطيات المسألة يجب أن يكون

$$a_1 + a_2 = \ell \quad , \quad a'_1 = a'_2$$

بحل جملة المعادلات نحصل على :

$$a_1 = \frac{\ell(1 \pm \sqrt{1 - 2f/\ell})}{2}$$

ويجب أن توضع العدسة على بعد 6 سم من أحد المنبعين و 18 سم عن الآخر .

7 - ترد حزمة أشعة متقاربة على عدسة مبعدة ، بشكل تتلاقى من أجله ممددات الاشعة في نقطة تقع على المحور البصري للعدسة وعلى مسافة  $b = 15 \text{ cm}$  منها . جد البعد المحرقي في الحالتين التاليتين :

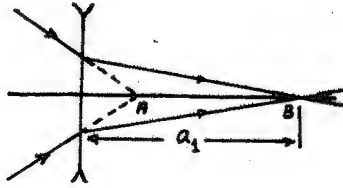
(1) تتجمع الاشعة بعد انكسارها في العدسة على بعد  $a_1 = 60 \text{ cm}$  منها .

(2) تتقاطع ممددات الاشعة المنكسرة في نقطة أمام العدسة وعلى

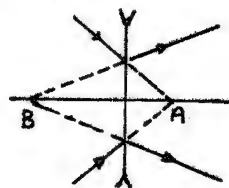


بعد  $a_2 = 60 \text{ cm}$  منها .

(1) إن مسار الأشعة في هذه الحالة ممثل على الشكل 6.1 . إذا



شكل 6.1



شكل 6.2

استعملنا مبدأ رجوع الضوء ، أمكننا أن نتصور النقطة B منبعاً والنقطة A خيال ذلك المنبع . عندئذ ، باستخدام العلاقة

$$-\frac{1}{b} + \frac{1}{a_1} = -\frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{a_1 b}{a_1 - b} = 20 \text{ cm}$$

(2) يعرض الشكل 6.2 مسار الأشعة في الحالة 2 . ويكون كل من الخيال ( النقطة A ) والمنبع ( النقطة B ) وهما في هذه الحالة ومنه :

$$-\frac{1}{a_2} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f} , f = \frac{a_2 b}{(a_2 + b)} = 12 \text{ cm}$$

8. — تساوي المسافة الفاصلة بين مصباح كهربائي وشاشة  $d = 1 \text{ m}$  من أجل أية مواضع لعدسة مجمعة بعدها المحرقي  $f = 21 \text{ cm}$  ، يتشكل خيال واضح لسلك المصباح الكهربائي ؟ هل يمكن أن نحصل على خيال ، إذا كان البعد المحرقي  $f' = 26 \text{ cm}$  ؟  
— اعتماداً على صيغة العدسة

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{d-a} = \frac{1}{f}$$

حيث  $a$  المسافة الفاصلة بين العدسة والمصباح . ومنه

$$a^2 + a d + d f = 0$$

بحل هذه المعادلة نجد :

$$a = \frac{d}{2} \pm \sqrt{\frac{d^2}{4} - d f}$$

أي أن هناك وضعين للعدسة يتحقق فيهما المطلوب : على مسافة  $a_1 = 70 \text{ cm}$  عن المصباح و  $a_2 = 30 \text{ cm}$  . عندما  $f' = 26 \text{ cm}$

لا يمكن أن يتشكل خيال واضح على الشاشة وذلك من أجل أي وضع كان للعدسة ، والسبب هو وجود شرط ضروري للحصول على الخيال الواضح ناتج عن الصيغة السابقة ، وهذا الشرط هو  $d \geq 4f$  .

9 - تعطي عدسة رقيقة موجبة خيالا لجسم ما على شاشة . طول الخيال يساوي  $h_1$  . نقوم بازاحة العدسة دون تغيير موضع الجسم أو الشاشة ، فنجد أن طول الخيال الواضح الثاني يساوي  $h_2$  . جد طول الجسم  $H$  .

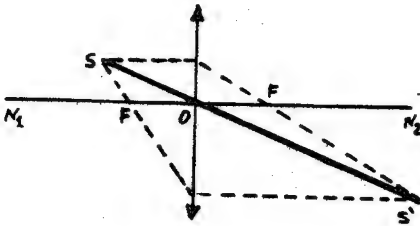
— يكون في الحالة الاولى  $\frac{h_1}{H} = \frac{a_1}{a'_1}$  حيث  $a_1$  و  $a'_1$  بعد كل الجسم والخيال عن العدسة . ويكون في الحالة الثانية  $\frac{h_2}{H} = \frac{a_2}{a'_2}$  . وبما أن  $a_1 = a'_2$  و  $a'_1 = a_2$  نجد ، استنادا الى المسألة 8 أن  $H = \sqrt{h_1 h_2}$

10 - جد بالانشاء الهندسي المركز البصري لعدسة ومحرقيهما الرئيسيين وذلك على محورها البصري المعطى  $N_1 N_2$  (الشكل 10.1) بفرض أن موضع الجسم  $S$  وموضع الخيال  $S'$  معلومان .



شكل 10.1

— يمكن إيجاد المركز البصري بوصل  $S$  و  $S'$  حيث يتقاطع مع  $N_1 N_2$  في  $O$  . ويمكن إيجاد المحرقين ، بالانشاء موازيين للمحور الأصلي (الشكل 10.2) .



شكل 10.2

11 - ترد حزمة ضوئية

متوازية على عدسة مجمعة

بعدها المحرقي 40 سم .

أين يجب وضع عدسة مبعدة

بعدها المحرقي 15 سم بحيث

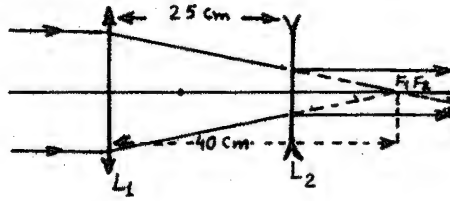
تبقى الحزمة بعد اجتيازها للعدستين متوازية ؟

— يجب أن تلتقي الأشعة المتوازية الواردة على العدسة المجمعة

$L_1$  في المحرق  $F_2$  (الشكل 11.1) . وعندما تقطع العدسة  $L_2$

الأشعة التي ترد نحوها تنفذ منها متوازية ، وبالتالي يجب أن ينطبق

$F_1$  على  $F_2$  ، وهكذا يجب أن تبتعد العدسة  $L_2$  عن  $L_1$



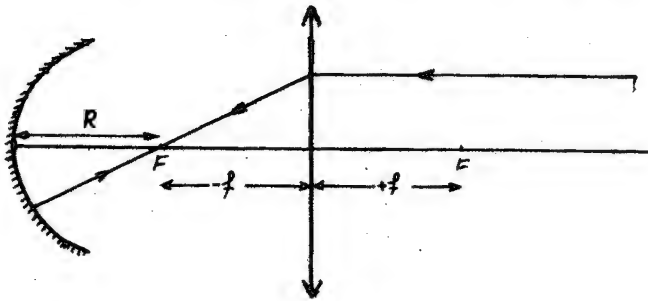
شكل 11.1

بمقدار  $40 - 15 = 25 \text{ cm}$  .

12 - على أي بعد من عدسة محدبة الوجهين ،بعدها المحرقى  
 $f = 1 \text{ m}$  ، يجب وضع مرآة مقعرة ، نصف قطرها  $R = 1 \text{ m}$  ، لكي  
 يعود الشعاع الساقط على العدسة موازيا للمحور البصري الرئيسي  
 للمنظومة ، بعد انعكاسه على المرآة واجتيازه العدسة من جديد موازيا  
 ايضا للمحور البصري ؟ جد الخيال الذي تشكله هذه المنظومة لجسم  
 ما .

— هناك امكانيتين لوضع المرآة :

(1) اذا وقع مركز المرآة على محرق العدسة (الشكل 12.1) . أي أن



شكل 12.1

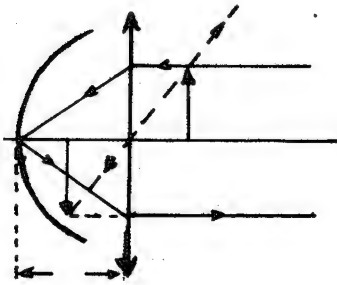
المرآة تبعد عن العدسة بالمسافة  $d = f + R = 2 \text{ m}$  .

ويعرض الشكل 12.2 مسار الشعاع الموازي للمحور الاصلي وكذلك  
 خيال الجسم  $AB$  . إن الخيال  $A'B'$  ( مستقيم وحقيقي ) له نفس  
 الابعاد من اجل أي وضع للجسم .

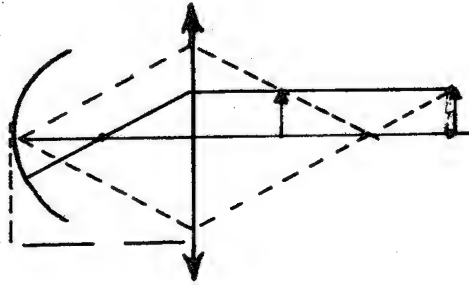
(2) إذا وقع رأس المرآة على بعد  $d = f = R$  من العدسة (الشكل

12.3) ، يكون الخيال مساويا للجسم ، غير أنه وهمي ومقلوب وذلك

من اجل أي وضع للجسم .



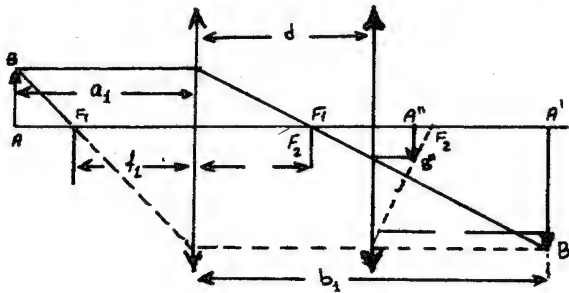
شكل 12.3



شكل 12.2

13 - مجموعة ضوئية مؤلفة من عدستين مجعنتين ، بعداهما  
المحرقين  $f_1 = 20 \text{ cm}$  و  $f_2 = 10$  . والمسافة بين العدستين  
 $d = 30 \text{ cm}$  . يوضع جسم صغير على بعد  $a_1 = 30 \text{ cm}$  من العدسة  
الاولى . على أية مسافة من العدسة الثانية يتشكل الخيال ؟

— يعرض الشكل 13.1 مسار الاشعة في المنظومة البصرية الموصوفة  
في المسألة . إن العدسة الاولى في حالة غياب العدسة الثانية تعطي



شكل 13.1

الخيال  $A'B'$  الذي يقع على المسافة  $b_1$  من العدسة :

$$\frac{1}{b_1} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow b_1 = \frac{a_1 f_1}{a_1 + f_1} = \frac{-30 \cdot 20}{-30 + 20} = 60 \text{ cm}$$

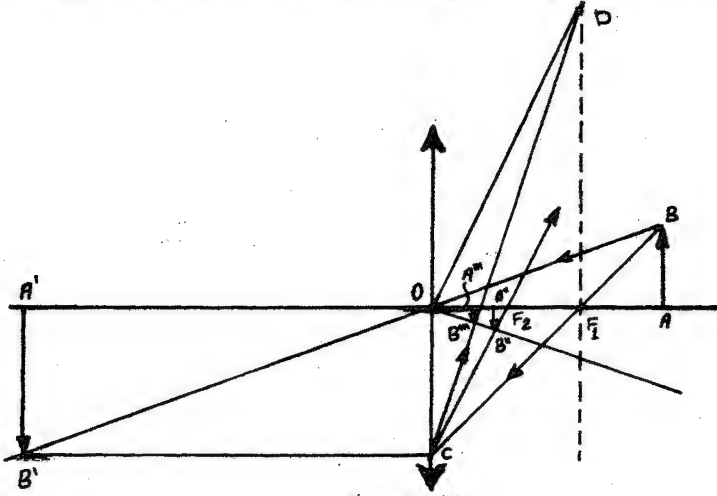
ويعتبر هذا الخيال جسما بالنسبة للعدسة الثانية ، ومنه

$$\frac{1}{b_2} - \frac{1}{a_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow b_2 = \frac{a_2 f_2}{a_2 + f_2} = \frac{30 \cdot 10}{30 + 10} = 7,5 \text{ cm}$$

اي ان الخيال النهائي هو  $A''B''$  ويكون حقيقيا .

- 14 - عدسة محدبة الوجهين ، بعدها المحرقي  $f_1 = 10 \text{ cm}$  .  
أحد وجهيها مفضض ونصف قطر تقوسه  $R = 10 \text{ cm}$  . انشاء الخيال  
الذي تعطيه هذه الجملة لجسم موضوع أمام العدسة وعلى بعد  $a = 15 \text{ cm}$  .

— يعرض الشكل 14.1 الخيال  $A''B''$  الذي تشكله المنظومة  
المذكورة حيث أن  $F_1$  و  $F_2$  محرقا العدسة والمرآة على الترتيب.



شكل 14.1

ويمثل  $A'B'$  الخيال الذي تعطيه العدسة فيما لو لم يكن وجهها مفضضا ،  
يمكن انشاء الخيال  $A''B''$  الذي تعطيه المرآة المقعرة ، اذا أخذنا  
بعين الاعتبار أن الشعاع  $BO$  بعد عبوره العدسة وانعكاسه على السطح  
المفضض يسير وفق الطريق  $OB''$  ، حيث أن  $\angle BOA = \angle B''OA$  . يخرج  
الشعاع  $BC$  من العدسة موازيا للمحور البصري للمنظومة وبعد  
الانعكاس يمر من  $F_2$  .

إن الأشعة المنعكسة عن المرآة تنكسر مرة أخرى في العدسة  
وتعطي الخيال  $A''B''$  . وتقع النقطة  $B''$  على تقاطع الشعاعين  $OB''$   
و  $CD$  . إن الشعاع  $OB''$  يمر عبر المركز البصري للعدسة بعد  
الانعكاس ، وبالتالي لا يعاني أي انكسار . وينشأ الشعاع  $CD$   
بالطريقة التالية : بعد الانكسار الأول في العدسة والانعكاس يذهب  
الشعاع الضوئي  $BC$  في اتجاه  $F_2$  وينكسر مرة أخرى في العدسة .  
ويعين اتجاهه بعد الانعكاس الثاني ، بتمرير مستقيم خلال المركز

البصري  $\odot$  بشكل مواز لـ  $CF_2$  ، ولتكن  $D$  نقطة تقاطع هذا المستقيم مع المستوي المحرق للعدسة ، عندئذ يكون  $CD$  هو الشعاع الذي نبحث عنه .

بما أن الأشعة تنكسر في العدسة مرتين . فإن البعد المحرق للمنظومة يعطى بالعلاقة :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_1}$$

حيث أن  $f_2 = \frac{R}{2}$  البعد المحرق للمرآة . وهكذا يكون

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + 2f_2} = 2,5 \text{ cm}$$

ومنه نجد المسافة  $b$  الفاصلة بين الخيال  $A'''B'''$  والمركز البصري للعدسة :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Rightarrow b = \frac{af}{a-f} = 3 \text{ cm}$$

15 - جملة ضوئية مؤلفة من عدستين مفترقتين متماثلتين ، سماكة كل

منهما  $\Delta R$  صغيرة بالمقارنة مع أنصاف أقطار تقوس وجهيهما

$$\Delta R \ll R \approx R_1 \approx R_2$$

والمسافة الفاصلة بين مركزيهما البصريين تساوي  $2R$  ، وقرينة انكسار زجاجهما  $n$  . خذ بعين الاعتبار فقط الأشعة المجاورة للمستقيم المار من المحور البصري للجملة (الأشعة المحورية) . وعين موضعى المحرقين والمستويين الرئيسيين للجملة .

— يعين البعد المحرق للعدسة الرقيقة بالعلاقة :

$$f_1 = \frac{1}{(n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} \approx \frac{R^2}{(n-1)\Delta R}$$

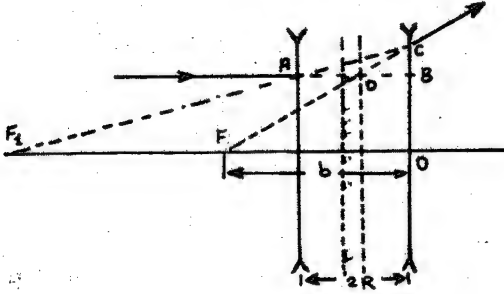
إن الأشعة الموازية للمحور البصري الرئيسى للجملة تنكسر بعد اجتياز العدستين بشكل تتقاطع معه ممدداتها في المحرق  $F$  للجملة وذلك على مسافة  $b$  من العدسة الثانية (الشكل 15.1) . وبتطبيق علاقة العدسات :

$$\frac{1}{f_1 + 2R} - \frac{1}{b} = - \frac{1}{f_1}$$

نجد قيمة  $b$  :

$$b = \frac{f_1 (f_1 + 2R)}{2(f_1 + R)}$$

إن النقطة  $D$  التي تمثل تقاطع  $AB$  (ممد الشعاع الوارد) و  $CF$  (ممد الشعاع المنكسر) تقع على المستوي الرئيسي للجملية



شكل 15.1

وعلى بعد  $X$  من العدسة الثانية .

ينتج من تشابه المثلثين  $ACB$  و  $F_1CD$  والمثلثين  $DCB$  و  $FCO$  أن

$$\frac{x}{b} = \frac{2R}{2R + f_1}$$

وهكذا يكون المستوي الرئيسي متوضعا على مسافة  $X$  من العدسة الثانية :

$$X = \frac{2Rb}{2R + f_1} = \frac{f_1 R}{f_1 + R}$$

وبالتالي يعطى البعد المحرق للجملية بالعلاقة

$$f = b - X = \frac{f_1^2}{2(f_1 + R)} \approx \frac{f_1}{2} = \frac{R^2}{2(n-1)\Delta R}$$

وبحكم كون المنظومة البصرية المعطاة متناظرة ، يمكن بسهولة تعيين المحرق الثاني والمستوي الرئيسي الثاني .

16 - عين البعد المحرق لمنظومة بصرية تتألف من عدستين

رقيقتين : احدهما مفرقة وبعدها المحرق  $f_1$  ، والأخرى مجمعة وبعدها المحرق  $f_2$  . مع العلم أن العدستين متلاصقتان ، ومحوريهما البصريين متطابقان .

- يمكن استنادا الى حل المسألة 13 أن نكتب في حالة عدستين مفصولتين عن بعضهما بالمسافة  $d$  :

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{d}{a_2 b_1}$$

في حالتنا  $d=0$  وبالتالي

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_2} = -\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f}$$

حيث  $f$  البعد المحرقي الذي نبحث عنه :

$$f = \frac{f_1 f_2}{(f_1 - f_2)}$$

17 - تقع حدود المطابقة لرجل قصير البصر بين  $a_1 = 12 \text{ cm}$  و  $a_2 = 60 \text{ cm}$  . يستعمل الرجل المذكور نظارة تمكنه من رؤية الاجسام البعيدة بوضوح . عين أصغر بعد لموقع كتاب بحيث يستطيع ذلك الرجل القراءة بوضوح باستعمال نظارته .

- يرى الرجل الاجسام البعيدة عندما يستعمل نظارته ، كما لو كانت على بعد  $a_2 = 60 \text{ cm}$  منه بدون استعمال النظارة . لذلك يمكن كتابة العلاقة التالية في حالة استعمال النظارة (انظر المسألة

(16) :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f_0}$$

حيث  $a \rightarrow \infty$  .

ويكون ، من اجله بدون نظارة

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

حيث  $b$  عمق العين ،  $\frac{1}{f}$  القوة البصرية الصغرى للعين ،  $\frac{1}{f_0}$  القوة البصرية للنظارة . وبفرض ان النظارة ملتصقة بالعين يكون  $f_0 \rightarrow -\infty$  .

نعين الآن موضع نقطة الكشب ( أقرب نقطة للمطابقة ) باستعمال

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} \quad , \quad \frac{1}{a_3} + \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_0}$$

النظارة :



$$\frac{1}{a_3} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{f_0} = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \quad \text{ومنه}$$

وبالتالي  $a_3 = 15 \text{ cm}$  .

18 - شخصان عندما يستعملان نظارتيهما يريان كالشخص العادي علما بأن أحدهما مديد البصر والآخر قصيره . وقع خطأ ، حيث استعمل كل منهما نظارة الآخر ، فوجد مديد البصر عند استعماله نظارة قصيره أنه يرى بوضوح الاشياء البعيدة جدا فقط . على أية مسافة يمكن للشخص قصير البصر أن يقرأ الأحرف الصغيرة عند استعماله نظارة مديد البصر .

— ان مديد البصر عند استعماله النظارة الاخرى يرى بوضوح فقط الاجسام البعيدة جدا . وبالتالي تعين المسافة  $a_2$  للرؤيا الأفضل بالنسبة لعين مديد البصر من العلاقة :

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} = D_1$$

حيث  $a_1$  مسافة بعيدة جدا ( $a_1 \rightarrow \infty$ ) و  $D_1$  القوة البصرية لنظارة قصير البصر .

يمكن ايجاد القوة البصرية  $D_2$  لنظارة مديد البصر من العلاقة

$$\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_2} = D_2$$

حيث  $a_2 = 25 \text{ cm}$  مسافة الرؤيا المثلى للعين السليمة . وتعين المسافة  $a_3$  للرؤيا المثلى للعين الحسيرة من العلاقة

$$\frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_3} = D_1$$

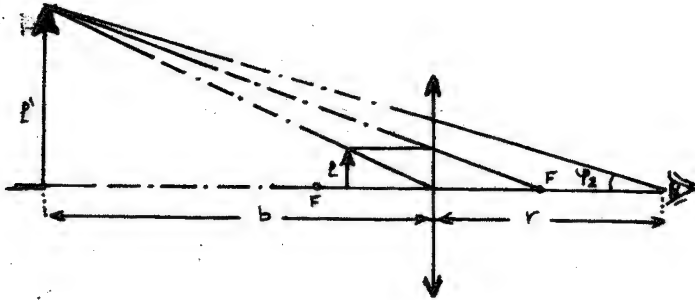
إذا استعمل قصير البصر نظارة مديده ، فان مسافة الرؤيا الأمثل ، أي اصغر مسافة  $a$  يمكن لقصير البصر عندها قراءة الحروف الصغيرة بارتياح ، تعطى بالعلاقة

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a_3} = D_2$$

بحل المعادلات الأربعة نحصل على  $a = 12.5 \text{ cm}$  .

19 - ينظر بالعين المجردة الى مادة تقع على مسافة  $d$  . ماهي قيمة التكبير الزاوي اذا نظر الى نفس المادة من خلال مكبرة تقع على مسافة  $r$  من العين وموضوعة بشكل يقع معه الخيال على مسافة  $L$  عن العين ؟ مع العلم أن البعد المحرق للمكبرة يساوي  $f$  . ادرس الحالتين التاليتين (أ)  $L \rightarrow \infty$  (ب)  $L = d$  .

— اذا نظر الى مادة ارتفاعها  $l$  من على مسافة  $d$  ، فإن زاوية النظر تعطى بالعلاقة  $\varphi = \frac{l}{d}$  . واذا نظر الى نفس المادة من خلال مكبرة فإن  $\varphi_2 = \frac{l'}{b+r} = \frac{l'}{L}$  حيث  $l'$  ارتفاع الخيال (الشكل 19.1) .



شكل 19.1

يكون التكبير الزاوي :

$$N = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{l'd}{lL} = K d/L$$

حيث  $K = \frac{l'}{l} = \frac{b}{d} = \frac{(f+b)}{f}$  التكبير الخطي الطولي الذي يحدد من الصيغة العامة للعدسات . وبالتالي :

$$N = \frac{d}{f} = \frac{b+f}{L} = \frac{d}{f} \cdot \frac{L-r+f}{L}$$

$$N = \frac{d}{f} \quad \text{من اجل } L \rightarrow \infty \text{ يكون :}$$

$$N = \frac{d}{f} + 1 - \frac{r}{f} \quad \text{من اجل } L = 0 \text{ يكون :}$$

20 - انبوبة بصرية محكمة على اللانهاية ، نزع منها الجسمية

واستبدلت بحظار قطره D . يتشكل في هذه الحالة خيال حقيقي للحظار على شاشة واقعة على مسافة ما من العينية . فإذا كان قطر الخيال d ، جد تكبير الانبوبة البصرية .

— إن تكبير الانبوبة البصرية  $N = \frac{f_1}{f_2}$  حيث  $f_1$  البعد المحرقي للجسمية و  $f_2$  البعد المحرقي للعينية . وبما أن الانبوبة مهيئة للرؤيا في اللانهاية ، يجب أن تكون المسافة بين الجسمية والعينية مساوية  $f_1 + f_2$  وبالتالي :

$$\frac{D}{d} = \frac{(f_1 + f_2)}{b}$$

وترمز b هنا الى المسافة الفاصلة بين العينية وخيال الحظار . وباستعمال صيغة العدسات :

$$\frac{1}{f_1 + f_2} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2}$$

وبحذف b من العلاقتين السابقتين ، نجد أن :

$$N = \frac{D}{d} = \frac{f_1}{f_2}$$

21 - لصنع جسمية آلة التصوير مؤلفة من عدستين ، استعمل المصمم عدسة مفرقة بعدها المحرقي  $f_1 = 4 \text{ cm}$  ، وثبتها على مسافة  $l$  ( $l = 45 \text{ cm}$ ) من صفيحة الفيلم ، أين يجب تثبيت عدسة مقربة بعدها المحرقي  $f_2 = 8 \text{ cm}$  للحصول على خيال واضح للأجسام البعيدة منطبق على صفيحة الفيلم .

— يمكن الحصول على أخيلة واضحة للأجسام البعيدة من اجل موضعي تثبيت مختلفين للعدسة المقربة ، حيث يمكن تثبيتها أمام أو خلف العدسة المفرقة .

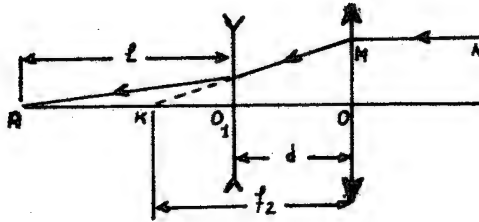
فمن اجل الوضع الاول يمكن تعيين d المسافة بين العدستين بالنظر الى النقطة K كخيال وهمي تشكله العدسة المفرقة للنقطة

( انظر الشكل 21.1 ) :

$$\frac{1}{f_2 - d} + \frac{1}{l} = - \frac{1}{f_1}$$

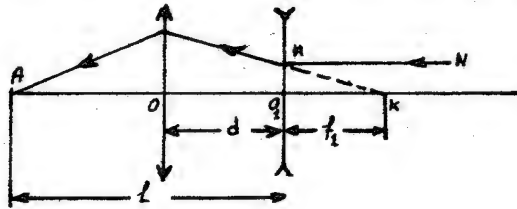
ان الشعاع  $MN$  يرد موازيا للمحور البصري ، ومنه :

$$d = f_2 - \frac{f_1 \ell}{f_1 + \ell} = 3,5 \text{ cm}$$



شكل 21.1

من اجل الوضع الثاني ( المقربة خلف المبعدة ) ، يكون مسار الشعاع كما هو مبين على الشكل 21.2 . حيث يمكن النظر الى  $A$



شكل 21.2

كخيال  $K$  في العدسة المقربة :

$$\frac{1}{f_1 + d} + \frac{1}{\ell - d} = \frac{1}{f_2}$$

$$d = \frac{\ell - f_1}{2} \pm \frac{\ell + f_1}{2} \sqrt{1 - \frac{4f_2}{\ell + f_1}}$$

ومنه

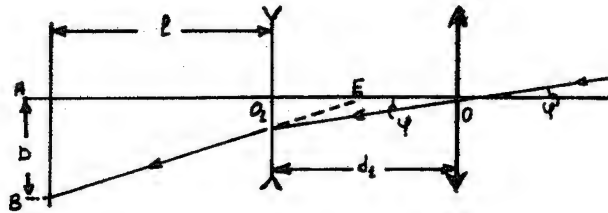
ويمكن أن يأخذ  $d$  قيمتين  $d_1 = 5 \text{ cm}$  أو  $d_2 = 35 \text{ cm}$  .

22 - جد قطر خيال القمر  $D$  المتشكل على لوح التصوير من

اجل الحالات الثلاثة لترتيب العدسات الوارد في المسألة 21 . اذا علمت أن مقطع القمر يرى من الارض بزاوية قدرها  $\varphi = 0,9 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$

— لنفرض أن الاشعة الصادرة عن أحد طرفي قطر قرص القمر المرئي والموازية للمحور البصري ، تعطي خيالا يقع على المحور البصري في

النقطة A الواقعة على بعد  $\ell = 45 \text{ cm}$  من العدسة المفرقة (الشكل 22.1). وتعطي الأشعة الواردة من الطرف الآخر لقطر القمر ، والتي تشكل مع الأشعة الأولى زاوية  $\varphi$  حسب الفرض، تعطي



شكل 22.1

هذه الأشعة بعد اجتيازها للجملة خيالا في النقطة B واقعا في مستوي معامد للمحور البصري ، ويبعد عن العدسة المفرقة بنفس المسافة  $\ell$ .

لايجاد قطر الخيال  $D_1 = AB$  ندرس طريق الشعاع الذي يمر عبر المركز البصري للعدسة الأولى . في حالة الترتيب الاول للعدسات ، تقع العدسة المجمعة أمام المفرقة وعلى بعد يساوي  $d_1 = 3,5 \text{ cm}$  ويمكن في هذه الحالة النظر الى النقطة E كخيال وهمي للنقطة O ، وبالتالي نستطيع أن نكتب :

$$\frac{1}{d_1} - \frac{1}{x_1} = -\frac{1}{f_1}$$

وبالاستفادة من تشابه المثلثين  $ABE$  و  $O_1PE$  والمساواة  $O_1P = d_1 + \ell$  نحصل على

$$\frac{D_1}{\ell + x_1} = \frac{d_1 + \ell}{x_1} \approx \frac{d_1 \cdot \varphi}{x_1}$$

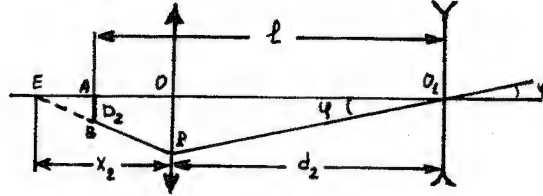
بالتخلص من  $x_1$  من العلاقتين السابقتين ، نجد ان  $D_1 = 0,72 \text{ cm}$ . في الحالة الثانية لترتيب العدسات (  $d_2 = 35 \text{ cm}$  ) ، يكون الطريق الذي تسلكه الأشعة كما هو مبين على الشكل 22.2 ، وتحسب قيمة  $D_2$  قطر خيال القمر من العلاقات :

$$\frac{D_2}{(x_2 + d_2) - \ell} = \frac{d_2 + \ell}{x_2} \approx \frac{d_2 \cdot \varphi}{x_2}$$

ونجد من تشابه المثلثات  $EOP$  و  $EAB$  و  $OPD_1$  :

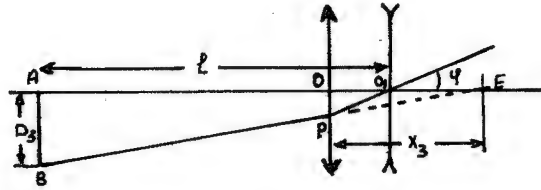
$$\frac{1}{d_2} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f_2}$$

ننظر إلى  $E$  كخيال لـ  $D_1$  .



شكل 22.2

يكون من اجل الترتيب الثالث للعدسات ( $d_3 = 5 \text{ cm}$ ) طريق الاشعة مغايرا بعض الشيء لطريق الاشعة في الشكل 22.2 (انظر الشكل 22.3) , وتكتب المعادلات لتعيين  $D_3$  بشكل مماثل للحالة



شكل 22.3

السابقة :

$$\frac{D_3}{(L - d_3) + x_3} = \frac{d_3 \cdot \tan \varphi}{x_3} \approx \frac{d_3 \cdot \varphi}{x_3}$$

$$\frac{1}{d_3} - \frac{1}{x_3} = \frac{1}{f_2}$$

ومنه نجد  $D_3 = 0,18 \text{ cm}$  .

23 - يبلغ البعد المحرق الرئيسي لجسمية مجهر  $f_1 = 3 \text{ mm}$  ولعينيته  $f_2 = 5 \text{ cm}$  . يوضع جسم على بعد  $a = 3,1 \text{ mm}$  من الجسمية . جد تكبير المجهر من اجل العين السليمة . ادرس الحالتين :  $(\bar{A})$  تموضع الخيال على مسافة  $D = 25 \text{ cm}$  , ب) ترد الى العين من العينية حزمة اشعة متوازية .

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_1}$$

— ينتج عن صيغة العدسات :

أن تكبير الجسمية يساوي

$$K_L = \frac{b}{a} = \frac{f_1}{a - f_1} = 30$$

وينظر إلى الخيال الحقيقي المكبر والمقلوب الذي تعطيه الجسمية من خلال العينية ، كما هي حالة النظر إليه من خلال مكبرة ، التي تعطي خيالا وهميا يقع على بعد  $D = 25 \text{ cm}$  من العين ، وذلك في الحالة الاولى . نستعمل صيغة المكبرة :

$$\frac{1}{a_1} - \frac{1}{D} = \frac{1}{f_2}$$

حيث  $a_1$  المسافة الفاصلة بين العينية والخيال الذي شكلته الجسمية . ويكون تكبير العينية

$$K_2 = \frac{D}{a_1} = \frac{D + f_2}{f_2} = 6$$

والتكبير الكلي للمجهر

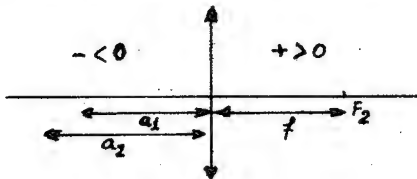
$$K = K_1 K_2 = 180$$

في الحالة الثانية :

$K = K_1 K_2 = 150$  ، والتكبير الكلي  $K_2 = \frac{D}{f_2} = 5$  مرة .

24 - حتى يتمكن شخص من القراءة في كتاب يقع على بعد 20 سم أمام عينيه ، فإنه يستعمل نظارة تحوي على عدستين مقربتين ، البعد المحرقي لكل منهما يساوي 220 سم . ما هو حد الرؤيا الاقرب لهذا الشخص عندما لا يستعمل نظارته ؟

— بما ان النظارة مقربة فان العين مديدة (قاعدة) ، ويكون حد الرؤيا الاقرب بدون نظارة هو بعد موضع خيال الجسم عندما ينظر اليه من خلال النظارة . ومنه :



شكل 24.1

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f}$$

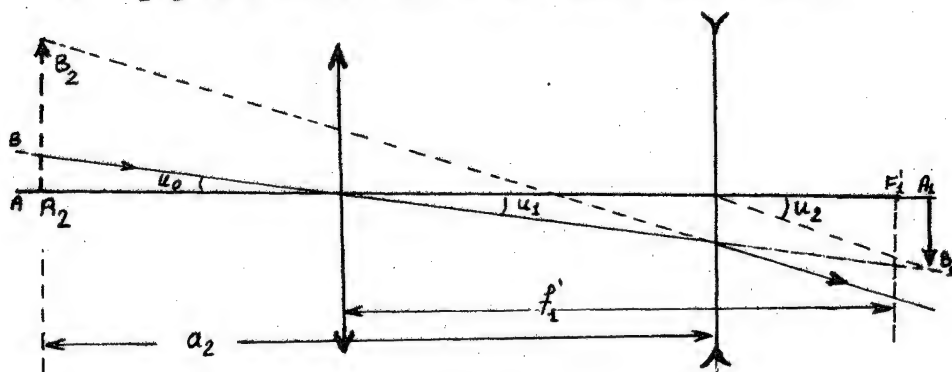
$$f = -f_1 = f_2$$

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{-20} = \frac{1}{22} \Rightarrow$$

$$a_2 = 220 \text{ cm}$$

25 - البعد المحرقي لجسمية منظار غاليليه (12 cm)، ولعينيته المفرقة (5 cm)، حُكِّم هذا المنظار على جسم بعيد بحيث يظهر الخيال النهائي على بعد (30 cm) من العينية . عين التجسيم الزاوي لهذا المنظار .

— تشكل الجسمية للجسم المراقب خيالا حقيقيا مقلوبا  $y_1 = \overline{A_1 B_1}$



شكل 25.1

واقعا بالجوار المباشر للمستوي المحرقي (الشكل 25.1) ويكون :

$$u_0 = u_1 \approx \frac{y_1}{f'_1}$$

حيث  $f'_1$  البعد المحرقي للجسمية .

يكون هذا الخيال بمثابة جسم وهمي للعينية ، وتعطى له خيالا

وهما  $y_2$  :

$$y_2 = \overline{A_2 B_2}$$

ومنه  $u_2 \approx \frac{y_2}{a_2}$  حيث  $a_2$  بعد الخيال عن العينية . وبالتالي،

يعطى تجسيم المنظار بالعلاقة :

$$\frac{u_2}{u_0} = \frac{y_2 / a_2}{y_1 / f'_1} = \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{f'_1}{a_2}$$

غير أن  $\frac{y_2}{y_1} = \frac{a_2}{a_1}$  ، ومنه يمكن تعيين  $a_1$  بتطبيق دستور

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = -\frac{1}{f_2} \quad \text{العدسات الرقيقة على العدسة المفرقة} :$$

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{-30} + \frac{1}{5} \Rightarrow a_1 = 6 \text{ cm} , \quad \frac{y_2}{y_1} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-30}{6} = -5$$



أي أن الخيال  $y_2$  مقلوب بالنسبة لـ  $y_1$  ، وهو صحيح بالنسبة للجسم الأصلي :

$$\frac{u_2}{u_o} = \frac{-30}{6} \cdot \frac{12}{-30} = 2$$

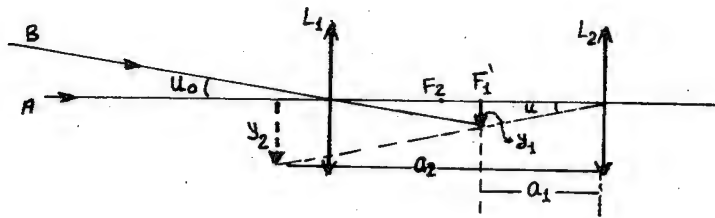
26 - يتألف منظار فلكي من جسمية ، بعدها المحرقي ( $f_1 = 20 \text{ cm}$ ) وعينية بعدها المحرقي ( $f_2 = 5 \text{ cm}$ ) . احسب تكبير هذا المنظار في الحالتين :

(أ) عندما يحكم المنظار بحيث تتلقى العين الأشعة المتوازية .  
(ب) عندما يحكم المنظار بحيث ترى العين الأخيلة متوضعة عند حد الرؤية الأمثل (على بعد 25 سم من العين) .

— (أ) عندما تتلقى العين الأشعة متوازية ، يجب أن ينطبق محرق الجسمية الخلفي على المحرق الأمامي للعينية . ويعطى التكبير في هذه الحالة بالعلاقة :

$$\frac{u_2}{u_o} = \frac{f_1'}{f_2} = \frac{20}{5} = 4 \quad \text{مره}$$

(ب) يجب في الحالة الثانية أن تشكل العينية للخيال الذي



شكل 26.1

تشكله الجسمية خيالا وهميا ، أي يجب أن يقع خيال الجسم في الجسمية على بعد من العينية اقل من بعدها المحرقي (الشكل 26.1) :

$$u_o = \frac{y_1}{f_1'} \quad , \quad u_2 = \frac{y_2}{a_2}$$

حيث  $y_1$  خيال الجسم في الجسمية و  $y_2$  الخيال المتشكل في العينية ،  $a_2$  بعد الخيال  $y_2$  عن العينية . ومنه :

$$\frac{u_2}{u_o} = \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{a_2}{f'_1}$$

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f'_2} \quad , \quad \frac{y_2}{y_1} = \frac{a_2}{a_1} \quad : \text{ من العلاقتين :}$$

حيث  $a_1$  بعد الخيال المتشكل في الجسمية عن العينية ، نجد :

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{a_2} - \frac{1}{f'_2} = \frac{1}{-25} - \frac{1}{5} = -\frac{6}{25} \Rightarrow$$

$$a_2 = -\frac{26}{5} \text{ cm}$$

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{25}{\frac{25}{6}} \cdot \frac{25}{20} \approx \frac{25 \cdot 6}{20} = \frac{40}{3} \quad \text{مره}$$

27 - مجهر مؤلف من جسمية (  $f_1 = 3 \text{ cm}$  ) وعينية (  $f_2 = 9 \text{ cm}$  )

تبعدان عن بعضهما 24 سم . أين يجب وضع الجسم المراقب حتى يتشكل خياله النهائي في اللانهاية ؟ ماهو مقدار تكبير هذا المجهر اذا استخدم من قبل شخص الرؤية الاقرب بالنسبة له تقع علي بعد 235 سم ؟ حدد أفضل وضع لعين ذلك المراقب ، وفسر لماذا .

— حتى يتشكل الخيال النهائي في اللانهاية ، يجب أن يقع الخيال المتشكل بواسطة الجسمية في المستوي المحرقى للعينية .  
نفرض  $a_2$  بعد الخيال المتشكل عن الجسمية

و  $a_1$  بعد الجسم عن الجسمية . عندئذ :

$$\frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{f'_1}$$

$$a_2 = 24 - 9 = 15 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{a_2} - \frac{1}{f'_1} = \frac{1}{15} - \frac{1}{3} = -\frac{4}{15}$$

$$a_1 = -3.75$$

$$\frac{u}{u_o} = \frac{235 f_2}{f_1 f_2} = \frac{235}{3}$$

شكل 27.1

يمكن أن يضع الشخص المذكور عينه قرب العينية الآن عينه قاعدة والخيال يتشكل في اللانهاية ، وبالتالي لايهمه التصحيح .

## الفصل الرابع

### المفاهيم الفوتومترية ووحدات قياسها

#### 17 - المفاهيم الاساسية .

إن تأثير الضوء على العين أو على أي مستقبل ضوئي آخر ، ينحصر في منح هذا الجهاز المستقبل طاقة تحملها الموجة الضوئية . ولهذا السبب لابد من أخذ فكرة عن القياسات الضوئية التي تقود بدورها الى قياس الطاقة التي تحملها الموجة الضوئية ، أو الى قياس مقادير تتعلق بشكل أو بآخر بالخواص الطاقية . ولا بد كذلك من اعطاء تعريف للمقادير التي تستخدم في القياسات التطبيقية . ويرتبط اختيار هذه المقادير بخواص الاجهزة المستقبلة التي تستجيب بشكل مباشر لهذا المقدار أو ذاك . من الممكن ايضا اتخاذ بعض المعايير (واحدات عيارية) لاستحداث هذه المقادير . ويبدو في اثناء صياغة القوانين النظرية أو النتائج التجريبية في مختلف حقول الفيزياء ( نظرية الاشعاع ، التقنية الضوئية ، التقنية البصرية والفيزيولوجيا البصرية ... الخ ) ، أنه من المريح استعمال هذه المقادير احيانا أو تلك في الاحيان الاخرى من المقادير المستحدثة .

ويتضح مما تقدم وجود الكثير من المفاهيم الفوتومترية التي تستخدم لقياس الشدة الضوئية ، وسنقوم بعرضها فيما يلي :

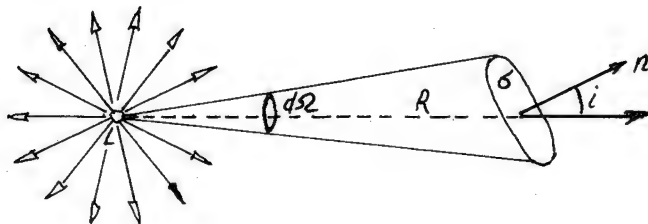
(آ) تدفق الطاقة الاشعاعية  $\Phi$  (Radiant energy Flux) :

لنتصور منبعاً ضوئياً صغير الأبعاد ، بحيث يمكن اعتبار سطح الموجة الصادرة عنه سطحاً كروياً ، وذلك على بعد كاف من هذا المنبع ان مثل هذا المنبع يدعى بالمنبع النقطي .

لنضع في طريق الطاقة الاشعاعية الصادرة عن المنبع المذكور  $L$  (الشكل 4.1) سطحاً صغيراً  $S$  ، ولنقوم بقياس كمية الطاقة  $Q$  التي تعبر هذا السطح خلال الفترة الزمنية  $\tau$  . يمكن لهذه الغاية تغطية السطح  $S$  بمادة قادرة على امتصاص جميع الطاقة الساقطة على هذا السطح (كالهباب الاسود مثلاً) . ثم قياس الطاقة الممتصة بطريقة قياس ارتفاع درجة الحرارة مثلاً . تدعى النسبة :

$$d\Phi = \frac{Q}{\tau} \quad (17-1)$$

بتدفق الطاقة الاشعاعية عبر السطح  $S$  ، وهي تمثل كمية الطاقة الاشعاعية التي تعبر السطح  $S$  خلال واحدة الزمن (اي الاستطاعة التي تعبر السطح  $S$  ) .



شكل 4.1

بما أن الطاقة الاشعاعية في الوسط المتجانس تنتشر وفق خطوط مستقيمة ، لذلك نحصل بتمديد مجموعة من الاشعة التي تنطلق من النقطة  $L$  وتستند الى محيط السطح  $S$  على مخروط يحدد جزء التدفق الذي يعبر السطح  $S$  . واذا انعدم امتصاص الطاقة داخل الوسط ، فإن قيمة التدفق الذي يعبر أي مقطع عرضي من مقاطع المخروط السابق تبقى نفسها . ويعطي مقطع المخروط بسطح كروي يقع مركزه في النقطة  $L$  ونصف قطره يساوي الواحد قياسا للزاوية المجسمة للمخروط  $d\Omega$  . فاذا صنع الناظم  $\vec{n}$  على السطح  $S$  الزاوية  $i$  مع محور المخروط وكانت المسافة عن  $L$  الى السطح  $S$  تساوي  $R$  فإن :

$$d\Omega = \frac{S \cos i}{R^2} \quad (17-2)$$

نكون بهذا الشكل قد فرزنا جزء التدفق الموافق للزاوية  $d\Omega$  . وقد فرضت اثناء ذلك الابعاد الخطية للسطح  $S$  صغيرة بالمقارنة مع  $R$  ، بشكل تكون معه قيمة  $d\Omega$  صغيرة جدا ، ويمكن اعتبار التدفق داخل  $d\Omega$  منتظما . وتعطى قيمة التدفق الصادر عن  $L$  في جميع الاتجاهات بالعلاقة :

$$\Phi = \int d\Phi$$

ويعتبر التدفق مفهوما أساسيا لا بد منه لتقدير كمية الطاقة التي

تستقبلها اجهزتنا البصرية . وتكون معرفة التدفق ضرورية لاجراء الحساب في كثير من المسائل الضوئية . فالمستقبل الضوئي الذي يدعى خلية ضوئية ، يعاير بشكل مباشر استنادا الى مفهوم تدفق الطاقة .  
(ب) شدة الضوء  $J$  (Luminous intensity) :

إن مقدار التدفق الذي ينحصر في واحدة الزاوية الصلبة يدعى بشدة الضوء . فاذا كان التدفق  $\Phi$  الذي يصدره المنبع المدروس في جميع الاتجاهات متساويا ، فان :

$$J = \frac{\Phi}{4\pi} \quad (17-3)$$

وتكون هذه القيمة متساوية في جميع الاتجاهات . وعندما يكون توزع التدفق غير منتظم فان القيمة  $\Phi/4\pi$  تمثل في هذه الحالة شدة الضوء الوسطى ، وتدعى "شدة الضوء الكروية الوسطى" . ولتحديد القيمة الدقيقة لشدة الضوء في اتجاه ما مختار ، يجب فرز (فصل) زاوية صلبة عنصرية  $d\Omega$  صغيرة جدا وذلك وفق ذلك الاتجاه ، وقياس التدفق الضوئي  $d\Phi$  الذي يوافق هذه الزاوية . وتحدد شدة الضوء

$$J = \frac{d\Phi}{d\Omega} \quad \text{في الاتجاه المعني بالعلاقة :} \quad (17-4)$$

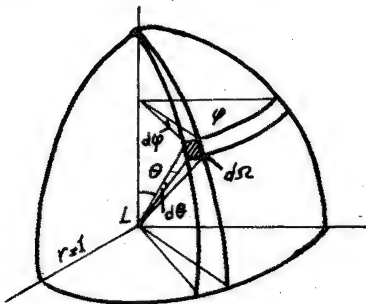
واذا وصفنا الاتجاه المختار بالزاوية العرضية  $\theta$  وبالزاوية الطولية  $\varphi$  في جملة احداثيات قطبية (الشكل 4.2) ، ورمزنا لشدة الضوء وفق الاتجاه السابق بـ  $J_{\theta,\varphi}$  ، فان هذا المقدار يكون تابعا للمتحولين  $\theta$  و  $\varphi$  . ويتضح من الرسم أن :

$$d\Omega = \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

وبالتالي

$$d\Phi = J_{\theta,\varphi} \cdot \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$$

والتدفق الكلي :



$$\Phi = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} J_{\theta,\varphi} \cdot \sin\theta \cdot d\theta \quad (17.5) \quad \text{شكل 4.2}$$

فاذا كانت  $J$  لاتتعلق بـ  $\varphi$  و  $\theta$  (تدفق منتظم) فان العلاقة السابقة تصبح :

$$\Phi = 4\pi J \quad (17.6)$$

وهذا يتفق مع (3-17) .

ويعتبر التدفق الكلي قيمة مميزة للمنبع الضوئي المشع، ولا يمكن زيادة هذه القيمة بأية جملة بصرية كانت . وينحصر تأثير الجمل البصرية فقط باعادة توزيع التدفق الضوئي ، اي يجعل كثافته أكبر مايمكن في اتجاه مختار مثلاً . بهذه الطريقة يمكن زيادة شدة الضوء في اتجاه ما على حساب نقصان هذه الشدة في اتجاه آخر . واستناداً على ما ذكره، يقوم مبدأ أجهزة الانذار أو الكشف الضوئية التي تسمح بالحصول على شدة ضوئية تتعدى ملايين القنديلات الضوئية وفق محور الكشف ، وذلك باستخدام منابع ضوئية تملك شدة كروية وسطى لاتتعدى بضع مئات من القناديل . وتعتبر واحدة شدة الضوء القياس العياري الاساسي في التقنية الضوئية .

(ج) الاضاءة  $E$  (Illumination) :

تعرف الاضاءة بأنها مقدار التدفق الذي يعبر واحدة السطوح، ويعبر عن اضاءة السطح  $S$  بالعلاقة :

$$E = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{J d\Omega}{S} = \frac{J \cos i}{R^2} \quad (17-7)$$

(ان الرموز المستخدمة هنا هي نفس الرموز المبينة على الشكل 4.1)، وقد استخدمنا في المساوتين الاخيرتين العلاقة (4) لشدة الضوء  $J$  والعلاقة (2) .

تظهر العبارة الاخيرة أن الاضاءة التي يحدثها منبع نقطي ( اي المنبع الذي ابعاده صغيرة بالمقارنة مع المسافة التي تفصل بينه وبين السطح المضاء ، والذي يكون تدفقه الضوئي متساوياً في جميع الاتجاهات ) تتناسب بشكل عكسي مع مربع المسافة الفاصلة بين المنبع والسطح ، وتتناسب طرذاً مع جيب الزاوية المحصورة بين اتجاه التدفق (محور المخروط الضيق الذي ينتشر عبره التدفق) والناظم على السطح المضاء . ويعتبر هذا القانون القانون الأساسي للاضاءة التي يحدثها

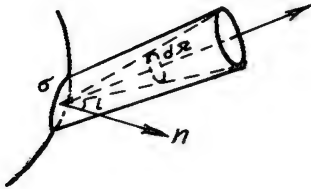
منبع نقطي (ويدعى بقانون التربيعات العكسية) .  
ويمكن في حالة المصادر الحقيقية (الحجمية) تجزئة سطح المنبع الى اجزاء عنصرية ( صغيرة بشكل كاف بالمقارنة مع المسافة  $R$  )  
وتحديد الاضاءة التي يحدثها كل منها ، باستعمال قانون التربيعات العكسية . ومن ثم اجراء التكامل على جميع سطح المنبع ، آخذين بعين الاعتبار تعلق شدة الضوء بالاتجاه . ويظهر أن تابعة الاضاءة لـ  $R$  في هذه الحالة معقدة نوعا ما ، غير أنه من اجل المسافات الكبيرة (بالمقارنة مع ابعاد المنبع ) يمكن استخدام قانون التربيعات العكسية ، اي اعتبار المنبع نقطيا . وتعطي هذه الحسابات التقريبية عمليا نتائج تجريبية جيدة ، اذا كانت الابعاد الخطية للمنبع لا تتجاوز  $1/10$  من المسافة بين المنبع والسطح المضاء . فعلى سبيل المثال ، اذا كان المنبع عبارة عن قرص مضيء متجانس ، قطره 50 سم ، فان الخطأ في الحساب باستعمال الصيغة التقريبية في نقطة تقع على الناطم لمركز القرص وتبعد عنه بالمسافة 50 سم يقع في حدود 25% . ومن اجل بعد يساوي مترين فان الخطأ لا يتجاوز 1,5% ، اما من اجل مسافة 5 م ، فان الخطأ يكون حوالي 25,0% فقط.

ويمكن بواسطة مجموعة من العدسات والمرآيا اعادة توزيع التدفق الضوئي وتركيزه وفق اجزاء محددة من السطح ، مما يؤدي الى زيادة اضاءتها ، وتتناقص بنفس الوقت اضاءة الاجزاء الاخرى . وهذا المبدأ بالذات تقوم عليه جميع الاجهزة الضوئية المستخدمة لاضاءة بعض الأماكن كالشوارع وطاولات مكاتب العمل... الخ .  
بما أننا في اغلب الاحيان لانستعمل ضوء المادة نفسها ، وانما اضاءتها ، لذلك يتمتع مفهوم الاضاءة بأهمية كبيرة . وتنحصر أغلب مسائل التقنية الضوئية بالحصول على اضاءة ملائمة . وفي معايير الاضاءة يطلب عادة اضاءة محددة ومناسبة لأمكنة العمل ، وذلك حسب نوع العمل أو الغاية من اضاءة المكان .

#### (د) سطوع المنبع $B$ (Brightness) :

يمكن في كثير من مسائل الحسابات الضوئية ، كما رأينا ، اعتبار بعض المصادر نقطية ، أي أننا نستطيع اهمال ابعاد هذه المصادر بالمقارنة مع المسافة الفاصلة بين المنبع ومكان مراقبة تأثير هذا

المنبع . غير أن الكثير من هذه المنابع أيضا كبيرة الى درجة نستطيع معها تمييز اشكالها من اجل المسافات العادية وذلك بواسطة العين المجردة ، وبعبارة اخرى : تقع الابعاد السطحية لهذه المنابع في حدود القدرة الفاصلة للعين أو جهاز الاستقبال ، بحيث تبدو مختلفة عن كونها نقطية . وقد وضع مفهوم يصف مثل هذه المنابع الكبيرة يدعى بالسطوع السطحي أو "بالسطوع" فقط . ولا تنتسب الى هذه الفئة المنابع الكبيرة التي تقع خارج القدرة الفاصلة للعين نتيجة لبعدها كالنجوم مثلا . ويعرف السطوع السطحي  $B_i$  "بأنه المقدار المميز لاشعاع السطح المضيء وفق اتجاه معطى ، ويحدد هذا الاتجاه بالزاوية  $i$  التي يصنعها مع الناظم المقام على جزء السطح المضيء المعطى" . لنقطع حزمة ضيقة تستند الى عنصر السطح  $\sigma$  ، وتشكل الزاوية المجسمة  $d\Omega$  ، ويصنع محور الحزمة مع الناظم على السطح  $\sigma$  الزاوية  $i$  (الشكل 4.3) . ان السطح المرئي للعنصر  $\sigma$  في اتجاه محور الحزمة يساوي  $\sigma \cos i$  . ولنفرض أن التدفق المرسل خلال الزاوية  $d\Omega$  يساوي  $d\Phi$  . ان قيمة التدفق



شكل 4.3

تتناسب مع السطح المرئي المشع  $\sigma \cos i$  ومع قيمة الزاوية الصلبة  $d\Omega$  . ويتعلق ثابت التناسب بخواص السطح المشع ، ويمكن أن يختلف باختلاف اتجاهات الزوايا  $i$  بالنسبة للناظم . لنرمز للثابت المذكور بـ  $B_i$  ، فنجد أن :

$$d\Phi = B_i \sigma \cos i d\Omega$$

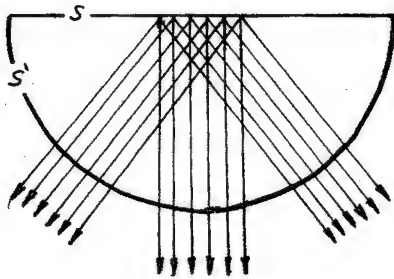
$$B_i = \frac{d\Phi}{\sigma \cos i d\Omega} \quad (17-8)$$

يدعى الثابت  $B_i$  بسطوع المنبع وفق الاتجاه المحدد بالزاوية  $i$  ، وهكذا ندعو التدفق المرسل في الاتجاه المعطى من قبل واحدة السطوح المشاهدة ضمن واحدة الزاوية المجسمة بالسطوع . وتتعلق قيمة  $B_i$  عادة بالاتجاه ، إلا أنها تكون مستقلة عنه من



اجل بعض المنابع . وتدعى مثل هذه المنابع "بالمنابع التي تحقق قانون لامبرت". ويعتبر هذا المنبع على وجه التحديد الجسم الاسود المطلق فقط . فالسطوح الخشنة والمغبرة أو الاوساط العاتمة ، التي يساهم كل جزء منها بتشتيت الضوء بشكل منتظم في جميع الاتجاهات تعتبر منابع لامبرتية بشكل كلي أو جزئي . وتدعى الاوساط بالاوساط المشتتة المثالية اذا حققت قانون لامبرت . وتعتبر السطوح المضاعة من الداخل والمطلية باكسيد المنغنيز أو بطبقة من مسحوق الزجاج الناعم أمثلة للمنابع التي تحقق قانون لامبرت بتقريب جيد . ويشع سطح الشمس تقريبا وفق قانون لامبرت ، وقد أثبت بوهرBoher تجريبيا أن سطوع الشمس يتناقص من المركز باتجاه الحواف ، حيث يتبقى حوالي 80% من سطوع مركز قرص الشمس على بعد من مركزها يساوي  $\frac{3}{4}$  نصف قطر قرصها .

لنعتبر قرصا سطحيا مضيئا S ( الشكل 4.4 ) ونصف كرة مضيئة ايضا S'. ولنفرض أن كلا السطحين يخضعان لقانون لامبرت ، ويملكان نفس السطوع B . عندئذ يكون التدفقان الضوئيان الصادران عن الجزأين الموافقين من القرص والكرة في أي اتجاه متساويين ، مادام سطحاهما المرئيان متساويين ،



شكل 4.4

وسطوعهما مستقل عن الاتجاه بالفرض . وهكذا يتبين أنه لا يوجد اختلاف بين القرص المضيء ونصف الكرة المضيئة ، اذا حقق كلاهما قانون لامبرت . فالشمس تبدو لنا مثلا ( في حالة المراقبة الغير دقيقة

تماما ) بشكل قرص سطحي سطوعه منتظم ، مما يؤكد على امكانية اعتبار الشمس منبعا محققا لقانون لامبرت .

إن معرفة السطوع جوهرية عند دراسة المواد التي تضيء من ذاتها ، وعلى وجه التحديد المنابع الضوئية . فالعين تستجيب مباشرة لسطوع المنبع ، ويستعمل مفهوم السطوع في نظرية الاشعاعات .

هـ \_ الضياء S (luminous): يرتبط مفهوم السطوع ارتباطا

وثيقا بمفهوم الضياء  $S$  ، الذي يعتبر مقدارا تكامليا . ويساوي "التدفق الاجمالي الذي ترسله واحدة السطوح الى خارج المنبع في جميع الاتجاهات (داخل زاوية صلبة مقدارها  $2\pi$  )". وهكذا يعطى الضياء بالعلاقة :

$$S = \frac{\Phi}{\omega} \quad (17-9)$$

حيث  $\Phi$  التدفق الكلي الذي يصدره السطح المضيء  $\omega$  الى خارجه في جميع الاتجاهات .

ويرتبط السطوع بالضياء بعلاقة بسيطة ، حيث يعطى التدفق الموجود ضمن الزاوية المجسمة  $d\Omega$  وفق الاتجاه  $i$  بالعلاقة :

$$d\Phi = B_i \omega \cos i \, d\Omega = B_i \omega \cdot \sin i \cdot \cos i \cdot di \cdot d\varphi$$

ذلك لأن

$$d\Omega = \sin i \cdot di \cdot d\varphi$$

حيث  $\varphi$  الزاوية السميتية . وللحصول على التدفق الذي يصدره السطح  $\omega$  يجب مكاملة العبارة السابقة في مجال كل قيم  $i$  و  $\varphi$  التي تحدد الاتجاه ضمن نصف الكرة ، أي نكامل بالنسبة لـ  $i$  من الصفر الى  $\frac{\pi}{2}$  وبالنسبة لـ  $\varphi$  من الصفر الى  $2\pi$  . وهكذا يكون التدفق الكلي (يفرض أن  $B_i$  مستقلة عن  $\varphi$ )

$$\begin{aligned} \Phi &= \int d\Phi = \omega \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} B_i \cdot \sin i \cos i \, di = \\ &= 2\pi \omega \int_0^{\pi/2} B_i \cdot \sin i \cdot \cos i \cdot di \end{aligned}$$

بالاضافة الى ماتقدم يمكن التعبير عن التدفق بدلالة الضياء  $S$  :

$$\Phi = \omega \cdot S$$

وهكذا نحصل على العلاقة التالية بين السطوع والضياء :

$$S = 2\pi \int_0^{\pi/2} B_i \cos i \cdot \sin i \cdot di \quad (17-10)$$

ويكون من اجل المنابع التي تخضع لقانون لامبرت  $B_i = B$  ، أي أن  $B$  لاتتعلق بـ  $i$  وينتج أن :

$$S = 2\pi B \int_0^{\pi/2} \cos i \cdot \sin i \cdot di = \pi B \quad (17-11)$$

ويعتبر مفهوم الضياء مهما لكثير من الحسابات والنظريات وخاصة نظرية الاشعاعات . وتظهر العلاقة  $\Phi = ES$  أن الضياء يملك نفس أبعاد الاضاءة  $E$  ، أي أنه عبارة عن تدفق على واحدة السطوح . ويميز الضياء الاشعاع الذي يصدره السطح ، أي التدفق الصادر عن واحدة السطوح ، بينما تميز الاضاءة الاشعاع الذي يتلقاه السطح أي التدفق الوارد على واحدة السطوح .

(و) شدة التدفق الضوئي  $R$  (Intensity of Luminous flux)

لكي نميز أو نصف الحقل الضوئي ، ندخل مفهوم شدة التدفق الضوئي  $R$  . ويعني مقدار التدفق الذي يخترق واحدة المقطع المرئي وفق الاتجاه الذي تحدده الزاوية  $\angle$  المحصورة بين اتجاه التدفق والناظر على ذلك المقطع ، وذلك ضمن واحدة الزوايا الصلبة . أي أن

$$R = \frac{d\Phi}{\sigma \cdot \cos i \cdot d\Omega} \quad (17-12)$$

وهكذا تلعب شدة التدفق الضوئي نفس الدور الذي يلعبه السطوع لتمييز السطح المضيء . ولهذا السبب تدعى أحيانا بسطوع التدفق الضوئي .

يتضح مما تقدم أن اغلب المفاهيم المذكورة ، والمرتبطة بالطاقة التي يحملها الضوء ، تستند الى قانون الانتشار المستقيم الذي يسمح بالقول : إن الطاقة الضوئية يمكن أن تنتقل بأشكال مختلفة وفي اتجاهات متعددة عبر عناصر السطح الواقعة في النقاط المختلفة . ويعتبر السطوع (أو الشدة) الذي يحدد الاستطاعة المنتشرة في الاتجاه المعطى بالجوار من نقطة معينة في الفضاء أهم القيم التفاضلية المميزة للحقل الضوئي . وتصف شدة الضوء كذلك الاستطاعة المنتشرة في الاتجاه المعطى والصادرة عن جميع نقاط سطح المنبع اللانقطي . وتصف الاضاءة والضياء الاستطاعة التي تنتشر بجوار نقطة ما في الفضاء في جميع الاتجاهات . ويعتبر التدفق الضوئي المقدار التكاملي الأهم ، ويعني الاستطاعة المحمولة في جميع الاتجاهات عبر السطح المعطى بأكمله . وتبين العلاقات بين المقادير الضوئية التي استعملت وبين السطوع بجلاء المفاهيم التي اوردها آنفا :

$$\bar{J} = \int_{\Omega} B_i \cos i \, d\Omega$$

$$E = \int_{\Omega} B_i \cos i \, d\Omega$$

$$\Phi = \iint_{\Omega, \Sigma} B_i \cos i \cdot d\Omega \cdot d\Sigma$$

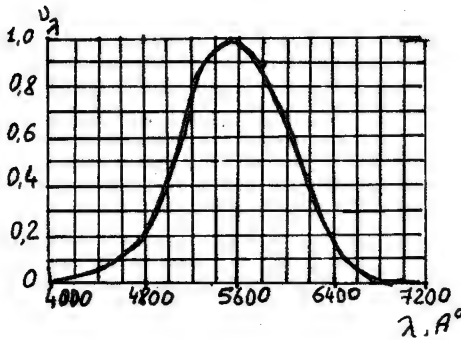
ومن الطبيعي أن نعبر عن نتائج قياس ما بالمقدار الضوئي المناسب ، وذلك حسب غاية وتصميم الجهاز المستعمل في القياس .  
عندما نراقب النجوم مثلا ، تستجيب العين للضوء الصادر عن سطح النجم ككل في اتجاه المراقب ، وبالتالي من المناسب في هذه الحالة التحدث عن شدة ضوء النجم . ومن غير المهم في آلات التصوير تحديد الاتجاه الذي وصل منه الشعاع الضوئي الى لوح التصوير وأحدث فيه التأثير ، إذ أن لوح التصوير يستجيب لتكامل الطاقة بدلالة الزاوية وبالتالي تسجل في هذه الحالة الاضاءة . ويقاس في الخلايا الكهروضوئية والمستقبلات الحرارية للاشعاع التدفق الكلي الوارد على السطح الكلي للمستقبل من جميع الاتجاهات .

وتتعلق وحدات قياس المقادير الضوئية التي عرضناها باختيار جملة الواحدات . ففي الجملة الدولية ، يقاس التدفق بالواط ( W ) والاضاءة والضيء بالواط / م<sup>2</sup> ( W / m<sup>2</sup> ) وقوة الضوء بالواط/ستي راديان ( W / sr )<sup>\*</sup> ونشير هنا الى ندرة الحالات التي يحسب فيها التدفق الذي يخترق سطحا بأبعاد خطية من رتبة المتر . حيث نتعامل مع سطوح أبعادها من رتبة السنتيمترات (عدسات ، مرايا... الخ) أو من رتبة المليمترات ، لذلك تستعمل في أغلب المراجع الواحدات التالية واط/سم<sup>2</sup> ، واط/ ملم<sup>2</sup> . والسطوع والشدة في SI ← (Watt/m<sup>2</sup>sr) .  
الانتقال من المقادير الطاقة الى المقادير الضوئية .

لقد أشرنا فيما مضى الى استخدام الواحدات الشائعة للطاقة والاستطاعة كالجولوات والواطات . الخ في قياس قيمة التدفق وجميع المقادير الأخرى المرتبطة به . ويتحقق هذا النوع من القياسات الطاقة عندما يكون المستقبل الضوئي مستقبلا عاما ، كالعنصر الحراري مثلا الذي<sup>(\*)</sup>

الستيراديان : هي الزاوية المجسمة التي يقع رأسها في مركز كرة ، والتي تقطع على سطح الكرة مساحة تساوي مربع نصف قطر الكرة .

يقوم على اساس تحول الطاقة الضوئية الممتصة من قبله الى طاقة حرارية . غير أنه من الضروري الأخذ بعين الاعتبار ، أننا نستعمل في الغالب مستقبلات ضوئية ذات تصميم خاص ، بالمعنى الآتي : وهو أن استجابتها لاتتعلق بالطاقة التي تحملها الاشعة الضوئية فقط ، وإنما بالتركيب الطيفي لهذه الاشعة . وتنتشر مثل هذه المستقبلات الانتقائية بكثرة ، كأفلام التصوير والخلايا الكهروضوئية مثلاً ، وعلى الأخص عين الانسان التي تلعب دوراً هاماً ومميزاً في الادراك الحسي للضوء العادي في حياتنا اليومية ، وك مستقبل ضوئي في كثير من أجهزة علم البصريات ، وتمشياً مع ما ذكر يجب أن نأخذ بعين الاعتبار ، أثناء اجراء القياسات الضوئية المتعددة ، خصوصيات العين التي تجعلها قادرة على تمييز جزء ضيق ومحدود فقط من الأطوال الموجية من بين جميع الأمواج الكهرطيسية الممتدة في مجال واسع للأطوال . وتستعمل غالباً كلمة الضوء كما ذكرنا ذلك آنفاً ، للدلالة على مجال ضيق للأطوال الموجية يتراوح بين 0,4 - 0,8 ميكرون تقريباً . ومن وجهة النظر هذه تتأتى أهمية الادراك الضوئي للطاقة ، وليس ادراك الطاقة فقط . وبالتالي يجب ايجاد طريقة للانتقال من المقادير الطاقة الى مقادير تصف وتميز الادراك الضوئي ، وانشاء جملة واحداث خاصة ومناسبة ، تتلاءم مع خواص عين الانسان .



شكل 4.5

يمكن تمثيل احساس العين للضوء ذي الأطوال الموجية المختلفة بواسطة منحنى الرؤيا . حيث تحمل على محور السينات الأطوال الموجية  $\lambda$  وعلى محور العينات الاحساسات النسبية للعين ، أي القيم المتناسبة عكساً مع استطاعة الاشعاعات احادية اللون ،

والتي تعطي نفس الاحساسات للرؤيا (الشكل 4.5) . وبغض النظر عن ذاتية هذه الطريقة في عملية التقدير (المعيارية) إلا أن قابلية

استنساخها (أي إمكانية تكرارها بنتائج متطابقة) جيدة بشكل كاف ، ولا يختلف منحنى الرؤيا ، كما أظهرت القياسات ، اختلافا كبيرا من مراقب الى مراقب آخر . ولا يخلو الامر من وجود بعض الاشخاص الذين تختلف رؤيتهم بوضوح عن الشكل الطبيعي .

لقد وضع منحنى الرؤيا الذي يخص العين العادية للانسان استنادا الى قياسات عديدة . ويتميز هذا المنحنى باحتوائه على نهاية عظمى من اجل الطول الموجي  $\mu = 0,555 \text{ \AA}$  ، وقد اتفق على اعطاء هذه النهاية القيمة 1 . ويبين الشكل 4.5 منحنى الرؤيا المعتمد من قبل اللجنة العالمية للانارة . ويتضمن الجدول 4.1 القيم العددية المحملة على محوري الخط البياني المذكور . ويظهر الجدول أن الاستطاعة اللازمة

$\lambda, nm$	$\nu_{\lambda}$	$\lambda, nm$	$\nu_{\lambda}$	$\lambda, nm$	$\nu_{\lambda}$
400	0,0004	520	0,710	640	0,175
410	0,0012	530	0,710	650	0,107
420	0,0040	540	0,862	660	0,061
430	0,0116	550	0,954	670	0,032
440	0,023	560	0,995	680	0,017
450	0,038	570	0,995	690	0,0082
460	0,060	580	0,952	700	0,0041
470	0,091	590	0,870	710	0,0021
480	0,139	600	0,757	720	0,00105
490	0,208	610	0,631	730	0,00052
500	0,323	620	0,503	740	0,00025
510	0,503	630	0,381	750	0,00012

#### الجدول 4.1

لاحداث نفس الشعور بالرؤيا عند الطول الموجي  $\mu = 0,76 \text{ \AA}$  اكبر بـ  $2.10^4$  مرة من الاستطاعة اللازمة عند الطول الموجي  $\mu = 0,55 \text{ \AA}$

#### 18 - وحدات القياس الضوئية . القياسات الضوئية .

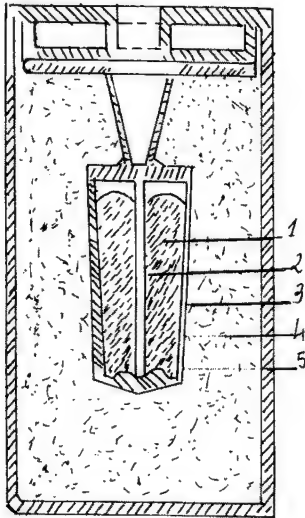
لقد حددت اللجنة الضوئية للانارة التدفق الضوئي بأنه الطاقة الاشعاعية المقدرة بواسطة الاحساس البصري ، وذلك باعتمادها العين كمستقبل للطاقة الضوئية . واحتفظت الطريقة المذكورة للتقدير (للمعايرة) ، بغض النظر عن

ادخال مفهوم العين الوسطية ، ببعض العلاقة مع المفاهيم البسكيولوجية مادام الاحساس بالرؤيا قد شارك في طريقة القياس . ويسمح استبدال العين الوسطية بمستقبل فيزيائي مكافئ - خلية كهروضوئية مثلاً ، تتمتع بمنحني حساسية مماثل لمنحني الرؤيا - باجراء القياسات الضوئية بموضعية أكثر وذلك عن طريق قياس شدة تيار الخلية الناتج .

وقد اعتمد في عام 1948 لتحديد التدفق الضوئي والمقادير التقنية الضوئية الاخرى العيار الضوئي الاصطلاحي ، المنفذ على شكل مادة الجسم الأسود المطلق المأخوذة في درجة حرارة انصهار البلاتين النقي (  $2046,6^{\circ}K$  ) . ويجب أن يكون العيار المذكور موجود ضمن ترتيب محدد وشروط خاصة للمحافظة على النظافة المطلقة للبلاتين .

ويبين الشكل 4.6 تركيب وابعاد المنبع المشع الذي يعتبر العيار الضوئي الاصطلاحي ، حيث يتم تسخين البلاتين الى درجة الانصهار بواسطة تيار عالي التواتر . وتعتبر الانبوبة 2 التي تحافظ جدرانها على نفس درجة الحرارة نتيجة ل تماسها مع البلاتين المصهور منبعاً ضوئياً .

تساوي واحدة شدة الضوء التي تدعى قنديل ( *Candle* )  $1/60$  من شدة الضوء الذي يشعه العيار الضوئي المشار اليه بشكل ناظمي من مساحة قدرها  $1/60$  سم 2 .



- 1- بلاتين
- 2- انبوبة من اكسيد الثوريوم المسخن .
- 3- وعاء من اكسيد الثوريوم المسخن .
- 4- مسحوق غامر من اكسيد الثوريوم .
- 5- وعاء من الكوارتز .

شكل 4.6

تدعى واحدة قياس التدفق الضوئي باللومن (  $\text{lumen}$  ) وتساوي التدفق الذي يرسله منبع ضوئي شدته 1 قنديل ضمن زاوية مجسمة قدرها 1 ستييراديان . وإذا كانت شدة المنبع الضوئي قنديلا واحدا في أي اتجاه ، فإن التدفق الضوئي الاجمالي يساوي  $4\pi \text{lm} = 12,5 \text{lm}$  . ويشع العيار الضوئي الجديد وفق اتجاه ناظمي من مساحة قدرها 1 سم<sup>2</sup> تدفقا يساوي  $60 \text{lm/sr}$  .

تدعى واحدة قياس الاضاءة لكسا (  $\text{lux}$  ) وتساوي الاضاءة الموافقة لتدفق قدره 1 لومن موزع بانتظام على مساحة 1 م<sup>2</sup> .

$$1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2$$

وهكذا يكون اللكس الواحد مساويا الاضاءة الناشئة عن سطح كرة نصف قطرها 1 م ، يوجد في مركزها منبع يشع شدة قدرها قنديلا واحدا بشكل منتظم في جميع الاتجاهات .

يعبر عن الضياء كما هو الحال في الاضاءة باللومن /م<sup>2</sup> . ولكن ينتسب المقدار في هذه الحالة الى التدفق الصادر عن المنبع وليس الى التدفق الوارد على المستقبل .

يستخدم كواحدة لقياس السطوع ، سطوع السطح الذي يعطي شدة ضوئية مقدارها قنديلا واحدا من كل متر مربع في اتجاه ناظمي على ذلك السطح . وبهذا الشكل تكون واحدة السطوع قنديلا/م<sup>2</sup> .

بالاضافة الى واحدة السطوع المذكورة ، تصادف في المراجع العلمية مجموعة من الواحدات نوردها في الآتي :

القيمة بالقنديل/م	الرمز	التسمية
1	Nit	Nit نت
$10^4$	sb	ستيلب stilb
$\frac{1}{10^4}$	asb	ايبوستيلب Apostilb
$10^4$	lb	Lambert لامبرت

والنت ليس إلا تسمية اخرى للقنديل /م<sup>2</sup> . والستيلب هو سطوع سطح يعطي شدة ضوئية مقدارها 1 قنديل/سم<sup>2</sup> . ويرتبط المغزى الفيزيائي للايبوستيلب واللامبرت بسطوع مشتت مثالي تنشأ عليه اضاءة محددة . يدعى السطح الذي يشته التدفق الضوئي الوارد عليه بشكل كامل



ومنتظم وفق جميع الاتجاهات بالمشتت المثالي ، أي أنه يحقق قانون لامبرت (لايتعلق سطوعه بالاتجاه) . ويشتت المشتت المثالي الذي تبلغ اضاءته لكسا واحدا من كل متر مربع في جميع الاتجاهات جميع الضوء الساقط عليه ، أي 1 لومن من كل كتر مربع .

هكذا يملك المشتت المذكور استنادا الى العلاقة  $S = \pi B$  سطوعا مقداره  $0,318 \text{ Cd/m}^2 = \frac{1}{\pi}$  . وبالتالي نستطيع أن نكتب المساواة  $1 \text{ asb} = 0,318 \text{ Cd/m}^2$  ، وهذه القيمة هي سطوع مشتت مثالي اضاءته لكسا واحدا .

ويعني اللامبرت سطوع مشتت مثالي تكونت عليه اضاءة مقدارها  $1 \text{ lm/cm}^2 = 10^4 \text{ lx}$  . ويتفاوت سطوع المواد المضيئة بشكل كبير ، ويعطي الجدول 4.2 فكرة عن ذلك . ويعبر عن شدة الاضاءة ، كما هو الحال في السطوع بالقنديل / م<sup>2</sup> .

المنبع الضوئي	السطوع بالقنديل / م <sup>2</sup>
السماء في الليالي الغير مقمرة	$10^{-4}$
مصباح النيون	$10^3$
السماء الصافية في النهار	$1,5 \cdot 10^4$
فوهة القوس الفحمية العادية	$1,5 \cdot 10^8$
الشمس	$1,5 \cdot 10^9$
المصباح الستروبوسكوبي الوماض (*)	$10^{11}$

#### جدول 4.2

إذا أمكن امتلاك عيار ما يعطي تدفقا ضوئيا محدا معبرا عنه باللومينات ، فان ذلك يمكننا بنفس الوقت من تحديد هذا التدفق بالطاقت ، وبالتالي ايجاد علاقة بين الواحدات الضوئية والطاقت ولكن يجب الإنتباه الى أن التباين الشديد في حساسية العين للأطوال الموجية المختلفة ، يؤدي الى كون المقارنة المذكورة تميز فقط اقتصادية العيار المستعمل ، ولا يمكن لهذه المقارنة من اعطاء أية معلومات حول الحساسية الطاقية للعين . وبالتالي يستخدم مضروب الانتقال (التحويل) الذي يحدد بالطاقت الاستطاعة الضرورية للحصول على احساس ضوئي يحده تدفق قدره 1 لومن ، مقاس من اجل مجال ضيق للأطوال الموجية . (\*) (stroboscope) منظار دوامي يرى به الجسم الدائر بنفس السرعة وكأنه ساكن .

- وموافق للحساسية العظمى للعين ، وعلى وجه التحديد من اجل الطول الموجي  $\lambda = 0,555 \mu$  . ويدعى مضروب التحويل  $A$  "بالمعادل الميكانيكي للضوء" ، ويساوي وفق القياسات الحديثة :  $A = 0,0016 \text{ w/lm}$  ونظرا لصعوبة قياس قيمة  $A$  وضرورة أخذ المتوسط لمعطيات العديد من المراقبين ، فان الدقة في تعيين قيمة  $A$  لا تتجاوز 2-3% .
- ويتضمن الجدول 4.3 مقارنة بين الواحدات الضوئية والواحدات الطاقةية .

الواحدة	الطاقةية	المقابلة	رمز الواحدة	الواحدة	الرمز المقدار
واط	$w$		$lm$	لومن	$\Phi$ التدفق
واط/ستيراديان	$w/sr$		$cd$	قنديل	$J$ الشدة
واط/ستيراديان <sup>2</sup>	$w/sr^2$	$cd/m^2$		قنديل/م <sup>2</sup>	$B$ السطوع
واط/م <sup>2</sup>	$w/m^2$	$lm/m^2$		لومن/م <sup>2</sup>	$S$ الضياء
واط/م <sup>2</sup>	$w/m^2$	$lux$		لكس	$E$ الاضاءة

#### جدول 4.3

وتعطي جملة المفاهيم والمقادير الفوتومترية التي يعبر عنها بواحدات تتفق مع القياسات المجراة ، الامكانية لوصف تأثير الضوء على أجهزتنا ومستقبلاتنا المستخدمة .

#### — القياسات الضوئية (Photometry) : —

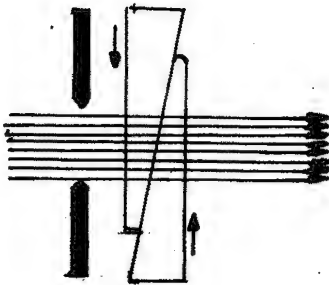
- تقسم القياسات الضوئية الى قسمين : أ- موضوعية (وهي التي تجري بمساعدة الأجهزة دون اشراك العين ، كالخلايا الضوئية مثلا) ب- ذاتية أو بصرية (وهي التي تتم بها القياسات على أساس مشاهدات العين) .
- تطورت القياسات الضوئية الموضوعية في السنوات الاخيرة بشكل كبير ، وضيق على القياسات المجراة على أساس المشاهدة . ونشير هنا الى أن جميع هذه القياسات تعتمد على التناسب الطردي بين شدة التيار الكهربائي المتولد في الخلية الكهروضوئية وبين التدفق الضوئي الذي تمتصه الخلية . وهكذا يمكن بشكل مباشر تدريج سلم الجهاز الموصول مع الخلية والذي يقيس شدة التيار الكهربائي بواحدات القياس الضوئية المناسبة (كالكس مثلا) .

تجري القياسات الذاتية باستخدام العين مباشرة . وأثناء إجراء مثل هذه القياسات يجب أن ندرك أن العين تستطيع أن تحدد تساوي اضاءة سطحين متلاصقين ، بشكل جيد ، ولكنها تقدر بشكل خاطئ عدد المرات التي تكون بها اضاءة أحد السطحين اكبر من اضاءة السطح الآخر . ولهذا السبب تصمم الأجهزة التي تستخدم لمقارنة منبعين ضوئيين (والتي تدعى فوتومترات) بحيث يكون دور العين مقصور على تقدير تساوي اضاءة سطحين متجاورين يضيئهما المنبعان الخاضعان للمقارنة . ولتحقيق التساوي بين الاضاءتين المدروستين ، تستخدم طرق استقبال مختلفة . وتعتمد هذه الطرق على تخفيض الاضاءة التي يسببها المنبع الأشد ضياء . ويعتبر تخفيض الاضاءة الذي يتم بابعاد المنبع عن المستقبل ، من حيث المبدأ ، أبسط الطرق المتبعة . وتطبق في هذه الحالة العلاقة التالية :

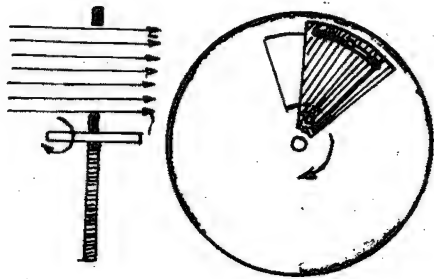
$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (18-1)$$

حيث  $r_1$  و  $r_2$  بعدا المنبعين عن المستقبل .

ويقتضي عدم امكانية التحكم في تغيير نسبة المسافة في مجال كبير ، اتباع طرق اخرى لاضعاف التدفق الضوئي . ونذكر من هذه الطرق تخفيض التدفق بواسطة مرشح (فلتر) متغير السماكة يقوم بامتصاص الضوء (اسفين الامتصاص ، الشكل 4.7) . أو بواسطة شبكات تكون نسبة ابعاد اسلاكها الى ثقبها متغيرة وفقا لمتطلبات القياس . وتوضع هذه الشبكات على قطاع متغير الاتساع من قرص دوار حول محور (الشكل 4.8) .



شكل 4.8



شكل 4.7

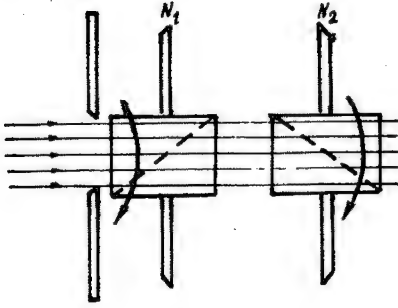
وتتم عملية اضعاف الضوء كذلك بواسطة جملة مواشير استقطاب (شكل 4.9) .

يدخل ضمن استخدام الطرق المذكورة بعض التحفظات ، لأن قانون التربيعة العكسية صحيح من أجل المنابع النقطية فقط (انظر الفقرة 17) . ويجب أن تمتص المرشحات المستعملة للأضواء من مختلف الأطوال الموجية بنفس النسبة (مرشحات محايدة) .

عند تساوي الاضاعتين اللتين يحدثهما المنبعان الخاضعان للمقارنة يمكن إيجاد العلاقة بين شدتي هذين المنبعين :

$$\frac{J_1}{J_2} = K$$

وإذا كانت شدة ضياء أحد المنبعين معلومة (منبع عياري) فإننا نستطيع بالطرق الآتية الذكر قياس شدة ضياء المنبع



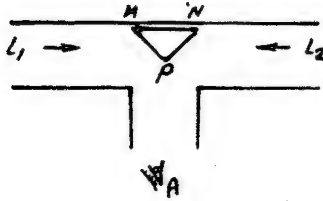
شكل 4.9

الآخر وفق اتجاه مختار . ويمكن حساب التدفق الضوئي لمنبع ما بقياس شدة المنبع وفق مختلف الاتجاهات ، ويمكن كذلك حساب الاضاءة... الخ . ويعتبر تقرير تساوي الاضاءة بواسطة العين دقيقا بشكل كاف إذا كان الحقلان المضاءان يملكان نفس اللون . وتكون المقارنة صعبة في الحالة المغايرة أو بالأحرى ليس لها معنى . ولكي نقارن منبعين يصدران لونين مختلفين ، يجب الانطلاق من تعريف تساوي الاضاءة الذي يعتمد على الملاحظات البسيكوفيزيولوجية المختلفة التي تدخل أصلا في أساس مثل هذه القياسات ، فعلى سبيل المثال تختفي ظاهرة الوميض أثناء الاضاءة بضوء متقطع يملك شدة مختلفة والوان مختلفة ) .

وتوجد قياسات ضوئية تسمح بتحديد التدفق الضوئي الكلي بشكل مباشر ، وبالتالي شدة الضياء الكروية الوسطى للمنبع (المقياس الضوئي الكروي (integrator) . واطاءة السطح ، وسطوع المنبع ... الخ .

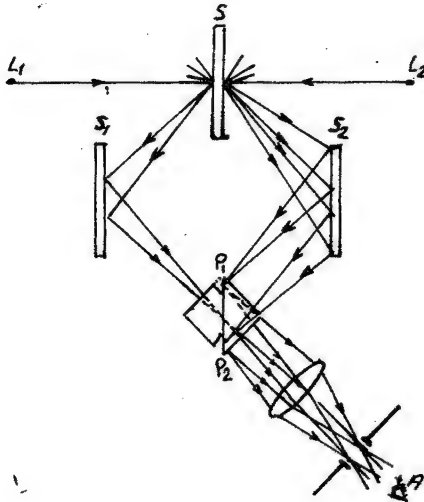
يوجد في كل مقياس ضوئي حقل ما يضيء أحد المنبعين جزءا منه ويضيء الجزء الآخر المنبع الثاني . ويركز الاهتمام في هذه الحالة بحيث يضاء الجزءان المتقارنان لحقل الفوتومتر من المنبعين الموافقين بنفس الزاوية ، بالإضافة الى أن عين المشاهد يجب أن تنظر الى الجزءين بنفس الزاوية . ويعرض الشكل 4.10 كيفية تحقيق ذلك في

في أحد نماذج الفوتومتريات البسيطة .  
 ويلاحظ أن تكوين الفوتومتر المذكور بسيطاً جداً . فعين الناظر  $A$   
 تراقب مؤشرًا ثلاثيًا أبيض اللون  $MPN$  موضوع ضمن أنبوبة سوداء ،  
 مضاء بالمنبعين  $L_1$  و  $L_2$  .

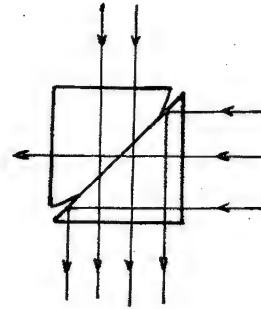


شكل 4.10

وبتغيير المسافة بين المنبعين  
 والمؤشر يمكن الحصول على  
 إضاءة متساوية لوجهي المؤشر  
 $MP$  و  $PN$  . ولتسهيل قياس  
 البعدين  $L_1P$  و  $L_2P$  تركيب  
 أقسام الجهاز على جسر ضوئي .  
 ويتمتع الفوتومتر المدعو  
 بفوتومتر لومير - برودهن بدقة جيدة . ويعتبر الجزء الهام في المقياس  
 المذكور مكعب لومير الذي يلعب الدور الأساسي في كثير من الفوتو  
 مترات الأخرى . ويتألف مكعب لومير (الشكل 4.11) من مؤشرين قائمين  
 والوجه الوترى لأحد هذين المؤشرين مستوي في المركز فقط ، بينما تصنع



شكل 4.12



شكل 4.11

حوافه بشكل منحني كما هو مبين في الشكل . ويصقل المؤشوران السابقان  
 بشكل جيد ، ويضغطان على بعضهما بشكل محكم ، بحيث يمكن اعتبارهما

في منطقة الالتصاق قطعة واحدة (تماس ضوئي) .

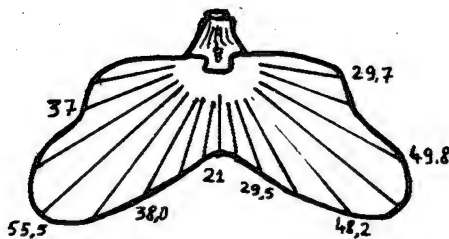
ويعرض الشكل 4.12 مخططا لفوتومتر يستخدم فيه مكعب لومير .  
ويمثل  $L_1$  و  $L_2$  المنبعين الضوئيين المتقارنين ، و  $S$  شاشة بيضاء  
ناشرة للضوء يفترض أن وجهيها مثاليان ،  $S_1$  و  $S_2$  مرأتان مساعدتان  
 $P_1 P_2$  مكعب لومير ، و  $A$  عين الناظر ،  $V$  عدسة مقربة تسمح بالتصويب  
على سطح انشطار المكعب .

ونرى أثناء ملاحظة مركز المكعب الذي تضيئه الأشعة الصادرة عن  
المنبع  $L_1$  والجزء الخارجي للحقل الذي تضيئه الأشعة الصادرة عن  $L_2$  ،  
هذه الأشعة التي تعاني انعكاسا داخليا كليا على السطح  $P_1 P_2$  . فإذا  
كانت الإضاءة على وجهي الشاشة  $S$  متساوية ، فإن الحدود بين  
الحقلين تختفي . وبتحديد البعدين الموافقين  $L_1 S$  و  $L_2 S$  يمكن  
إيجاد النسبة بين شدتي ضياء المنبعين . ويعتبر السؤال المهم في  
التقنية الضوئية إيجاد أفضل إضاءة لسطح معين أو لمكان عمل ما  
(القراءة ، الرسم ، الخياطة ... الخ) .

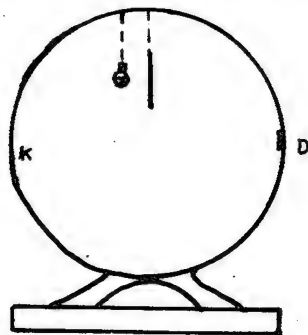
تقاس الإضاءة كما ذكرنا سابقا بعدد اللكسات . وقد أقر عمليا  
توفير إضاءة لطاولات المكاتب ، من أجل أي عمل كان لاتقل عن عشرة  
لكسات . وهذه الإضاءة المريحة للقيام بعمل الخياطة مثلا ، تساوي  
الإضاءة التي يحدثها ضوء النهار المنتشر والمساوية تقريبا عشرة لكسات .  
ويستطيع الإنسان أن يقرأ في إضاءة من رتبة لكس واحد ولكن ذلك يجهد  
العين . وتكون الإضاءة ليلا عندما يكون القمر بدرا من رتبة 0,1-0,2  
لكس ، وهذه الإضاءة كافية للطيارين للقيام بعمليات في الغارات  
الجوية . ولذلك لايسمح في حالة الحرب ، إلا بإضاءة من رتبة أجزاء من  
الألف من الكس (سماء صافية بدون قمر) . ويمكن الاهتداء ليلا بصعوبة  
عندما تكون الإضاءة من رتبة 10<sup>-4</sup> لكس .

ويوجد نماذج خاصة من الفوتومترات مكيفة بحيث تسمح بتقدير  
الإضاءة بشكل مباشر (لكسمترات) . ويستعمل في الوقت الحاضر خلية  
ضوئية بمثابة لكسمتر درج سلمه بحيث يعطي قيمة الإضاءة مباشرة .  
تعطي المصادر النقطية فقط شدة ضياء متساوية في جميع الاتجاهات  
وبالتالي يمكن دراسة ميزات مثل هذه المصادر بإجراء القياسات على جسر  
ضوئي وفق اتجاه واحد فقط . أما في حالة المصادر الحقيقية (الحجمية)

فان شدة ضيائها تختلف باختلاف الاتجاه ، وبالتالي تتطلب دراسة خواص هذه المصادر بشكل كامل اجراء القياسات في مختلف الاتجاهات . ويكون مخطط هذا النوع من القياسات (في الاحداثيات القطبية ) مميز جداً (انظر الشكل 4.13) . وفي الحالات التي يكون فيها المنبع الضوئي على شكل مصباح موضوع في هيكل ما ، يأخذ التوزيع البياني للضياء شكلاً غير متماثل (مصباح السيارة مثلاً) .



شكل 4.13



شكل 4.14

وتكفي في كثير من الحالات معرفة شدة الضوء الكروية الوسطية ، أي معرفة التدفق الكلي الذي يشعه المنبع دون التعرض الى توزيعه في الاتجاهات المختلفة . ويمكن اجراء مثل هذه القياسات بواسطة اجهزة تدعى بالفوتومترات التكاملية . ويعتبر الفوتومتر الكروي أحد هذه الاجهزة ، حيث يعلق المنبع المدروس داخل الكرة  $K$  (الشكل 4.14) التي تغطي سطحها الداخلي بطلاء أبيض خشن ، وتحجب الشاشة البيضاء الغير مصقولة الورود المباشر للأشعة الضوئية من المنبع الى الثقب  $O$  . فاذا خضع انعكاس الأشعة الضوئية على السطح الداخلي للكرة  $K$  الى قانون لامبرت ، فان الاضاءة  $E$  للثقب  $O$  يجب أن تتناسب مع التدفق الكلي  $\Phi$  للمصباح . أي :

$$E = c \Phi \quad (18-2)$$

حيث  $c$  مضروب تناسب ، يتعلق بأبعاد الكرة ونوع الطلاء . ويحدد هذا المضروب بطريقة تجريبية ، وذلك بتبديل المنبع الضوئي المدروس بمنبع عياري . ويغطي الثقب  $O$  عادة بصفيحة من مسحوق الزجاج . ولقياس  $E$  يحدد سطوع الصفيحة المذكورة بواسطة فوتومتر عادي .

وتستعمل عادة كرة اولبرفت التي يتجاوز قطرها 1 م ، وأحيانا كرات أقطارها أكبر من هذه القيمة .

وتعتبر طريقة "الاطفاء" من افضل الطرق الذاتية المتبعة لقياس أضعف سطوع يمكن الاحساس به . وتعتمد الطريقة المذكورة على المقدرة الجيدة للعين في تحديد عتبة السطوع (أي اقل سطوع يمكن للعين المرتاحة ادراكه) . وقد اتضح أن قيمة العتبة تبقى ثابتة من اجل أي مراقب كان . وتتلخص طريقة الاطفاء بتخفيض السطوع الملاحظ بأحدى الطرق المذكورة حتى قيمته العتبية . وبمعرفة عدد المرات التي تم بها تخفيض السطوع يمكن معرفة السطوع البدئي . وتمكن هذه الطريقة من تقدير سطوع لايتجاوز جزء من عشرة آلاف من القنديل/م<sup>2</sup> .



## مسائل وتطبيقات

- 1 - مكشاف ضوئي (برجكتور) مجهز بمرآة مقعرة مصححة من الزيغ الكروي، بعدها المحرقي  $f = 100 \text{ cm}$  ، وقطر فتحتها  $D = 100 \text{ cm}$  . تستعمل كمنبع ضوئي في المكشاف فوهة قوس كهربائية ، يمكن اعباؤها قرصا قطره 4 مم ، ينطبق مركزه على محور المرآة . فاذا علمت أن سطوع الفوهة 18 قنديل/م<sup>2</sup> ، ويخضع اشعاعها لقانون لامبرت . يطلب تحديد الشدة الضوئية الكروية المتوسطة للمنبع . وشدة الضوء وفق محسب نور المكشاف (يهمل تأثير الحجب الذي تسببه القوس الكهربائية) .  
— تعصى الشدة الكروية الوسطى بالقانون :

$$\langle J \rangle = \frac{\Phi}{4\pi}$$

حيث  $\Phi$  التدفق الكلي .

بما أن المنبع لامبرتي ، يكون

$$\Phi = S \cdot \sigma \Rightarrow \Phi = \pi B \sigma$$

حيث  $\sigma$  سطح القوس الكهربائية .

$$\Phi = \pi \cdot 10^8 \pi (2 \cdot 10^{-3})^2 = 4\pi^2 \cdot 10^2 \text{ lm}$$

$$\langle J \rangle = \frac{4\pi^2 \cdot 10^2}{4\pi} = \pi \cdot 10^2 \text{ cd}$$

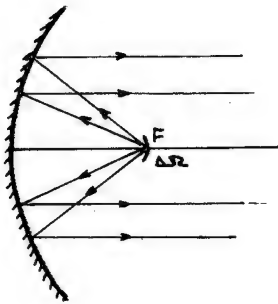
إن جميع **التحقق** الوارد من القوس الكهربائية الى المرآة ينعكس بكامله ( انظر الشكل 1.1 ) ، وتكون الشدة :

$$J = \frac{\Phi}{\Delta \Omega} , \Delta \Omega \cdot f^2 = \sigma$$

حيث  $\sigma$  سطح المرآة .

$$J = \frac{\Phi f^2}{\sigma} = \frac{\Phi f^2}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 10^2 \cdot f^2}{\pi \frac{D^2}{4}} =$$

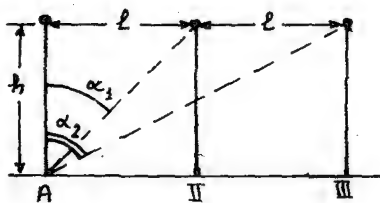
$$= 16 \pi \cdot 10^2 \text{ cd}$$



شكل 1.1

- 2 - ثلاثة مصابيح معلقة على ثلاثة أعمدة ، ارتفاع كل منها عن سطح الارض 4 م وتقع على استقامة واحدة ، ويفصل بين كل اثنتين متوالين 20 م (الشكل 2.1) . فاذا علمت أن الاستطاعة المستهلكة

في كل مصباح  $N_0 = 1 \text{ Kwatt}$  . جد الاضاءة في نقطة على سطح الارض واقعة تحت المصباح الاول ، مع العلم أن تدفق الاشعاع الطاقى لكل مصباح  $\Phi = 15 \cdot 10^3 \text{ lm}$  . واحسب مساهمة كل من المصباحين الاول والثالث في اضاءة تلك النقطة .



شكل 2.1

— تعطى الاضاءات الناتجة عن المصباح الثالث في النقطة المعنية A بالعلاقات :

$$E_1 = \frac{J}{R^2} = \frac{J}{h^2}$$

$$E_2 = \frac{J \cos \alpha_1}{\sqrt{l^2 + h^2}} = \frac{J h}{(l^2 + h^2)^{3/2}}$$

$$E_3 = \frac{J \cos \alpha_2}{\sqrt{4l^2 + h^2}} = \frac{J h}{(4l^2 + h^2)^{3/2}}$$

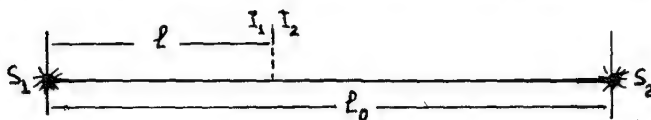
$$J = \frac{\Phi}{4\pi h^2} , \quad l = 20 \text{ m} , \quad h = 4 \text{ m}$$

$$E = E_1 + E_2 + E_3 = \frac{\Phi h}{4\pi} \left( \frac{1}{h^3} + \frac{1}{(l^2 + h^2)^{3/2}} + \frac{1}{(4l^2 + h^2)^{3/2}} \right) = 75 \text{ lx}$$

$$\beta_1 = \frac{E_1}{E} = 75\% \quad \text{مساهمة المصباح الاول :}$$

$$\beta_2 = \frac{E_2}{E} = 0,1\% \quad \text{مساهمة المصباح الثالث :}$$

3 - مصباحان كهربائيان شدتا ضوئيهما  $J_1 = 15 \text{ cd}$  و  $J_2 = 60 \text{ cd}$  واقعان على مسافة  $l = 180 \text{ cm}$  من بعضيهما . على أي بعد من المصباح الأول وعلى الخط الواصل بين المصباحين ، يجب وضع ورقة عليها بقعة من الزيت بحيث لا يتمكن من رؤية البقعة . (الشكل 3.1) .



شكل 3.1

— لا يتمكن من رؤية البقعة ، إذا كانت الاضاءة على جانبي الورقة

$$\cdot E_1 = E_2 \quad \text{متساوية :}$$

$$\frac{J_1}{l^2} = \frac{J_2}{(l_0 - l)^2}$$

$$l = \frac{l_0}{\pm \sqrt{\frac{J_2}{J_1}} - 1} = \frac{180}{3} = 60 \text{ cm} \quad \text{ومنه}$$

نرفض الجذر السالب .

4 - يوضع مصباح كهربائي في قمة مخروط زاويته المجسمة  $1,2 \text{ sr}$  ستيراديان . فإذا كان التدفق الضوئي الذي يخرج من المخروط يساوي  $\Phi = 60 \text{ lm}$  ، جد شدة الضوء  $J$  . وجد التدفق الضوئي الكلي الذي يصدره المصباح .

$$\Delta \Phi = J \Delta \Omega \quad , \quad J = \frac{\Phi}{\Omega} = 50 \text{ cd} \quad -$$

$$\Phi = 4\pi J = 200\pi \text{ lm} \quad \text{التدفق الكلي}$$

5 - يبلغ المنح الضوئي لمصباح كهربائي  $\eta = 18,8 \text{ lm/Watt}$

(نسبة التدفق الضوئي الاشعاعي الى الاستطاعة المستهلكة من الدارة

الكهربائية) . يصدر المصباح من الفضاء المحيط به  $N = 12 \text{ K Joule/h}$

(كيلو جول / ساعة) من الطاقة الضوئية . جد شدة الضوء لهذا المصباح

وعامل التحويل الميكانيكي الضوئي ، إذا كان استهلاك الطاقة الكهربائية

من قبل المصباح  $N_0 = 100 \text{ Watt}$  .

$$- \text{ بما أن } \Phi = 4\pi J \text{ و } \eta = \frac{\Phi}{N_0} \text{ تعريفا . فإن}$$

$$\eta = \frac{4\pi J}{N_0} \quad \text{ومنه}$$

$$J = \frac{N_0 \eta}{4\pi} = \frac{100 \cdot 18,8}{4\pi} = 150 \text{ cd}$$

$$\Phi = 4\pi J = 1880 \text{ lm}$$

عامل التحويل الميكانيكي  $A$  :

$$A = \frac{N}{\Phi} = \frac{1200}{3600 \cdot 1880} = 0,18 \text{ Watt/lm}$$

6 - يتلقى المتر المربع الواحد من سطح الأرض المضاء بنور الشمس في حالة الورود الناطمي تدفقا مقداره 1,35 كيلو واط ، وذلك باهمال امتصاص الغلاف الجوي .

آ - احسب التدفق الذي يصدره  $1 \text{ m}^2$  من سطح الشمس ، معتبرا أن الشمس تصدر اشعاعها وفق قانون لامبرت . حيث أن القطر الزاوي للشمس الذي نقره من الأرض يساوي  $2\alpha = 32'$  .

ب - احسب مقدار الخسارة في كتلة الشمس في الثانية الواحدة نتيجة للاشعاع ، معتبرا أن المسافة بين الشمس والأرض  $15.10^7 \text{ km}$  .

ج - نعتبر أن سطح الأرض يشته بشكل منتظم الجزء  $\frac{1}{4}$  من التدفق الاشعاعي الوارد ، احسب سطوع سطح الأرض .

— بما أن الشمس تشع وفق قانون لامبرت ، فإن سطوعها يكون ثابتا  $B = \text{const}$  . وهكذا تكون الانارة :

$$S = \frac{\Phi}{\sigma} = B \cdot \pi$$

حيث  $\sigma$  سطح قرص الشمس .

إن التدفق الذي يرسله عنصر السطح  $d\sigma$  من الشمس ضمن الزاوية  $d\Omega$  والذي يرد ناظميا على العنصر  $d\sigma'$  من سطح الأرض الواقع على بعد  $r$  من الشمس يعطى بالشكل :

يعرف السطوع بالعلاقة

$$B = \frac{d^2\Phi}{d\sigma \cdot d\Omega \cos i}$$

حيث  $i$  الزاوية بين الناظم على السطح ومحور الزاوية المجسمة  $d\Omega$  .  
 $i = 0$  ومنه  $\cos i = 1$  ، والتدفق

$$d^2\Phi = B \cdot d\sigma \cdot d\Omega$$

غير أن  $d\Omega = \frac{d\sigma'}{r^2}$  وبالتالي :

$$d^2\Phi = B \cdot d\sigma \cdot \frac{d\sigma'}{r^2}$$

$$\frac{d^2\Phi}{d\sigma'} = dE = B \cdot \frac{d\sigma}{r^2}$$

ومنه

$$E = B \cdot \frac{\sigma}{r^2} = \frac{\pi}{4} B \left(\frac{D}{r}\right)^2 = \frac{\pi}{4} \cdot B (2\alpha)^2$$

$$E = \pi B \alpha^2$$

وبالتالي :

$$S = \frac{E}{\alpha^2} = \frac{1,35 \cdot 10^3}{\left(\frac{16}{60} \cdot \frac{\pi}{180}\right)^2} \approx 6,32 \cdot 10^7 \text{ Watt/m}^2$$

ب - إن مقدار الاشعاع الكلي يساوي الى الاشعاع الذي يصل الى سطح كرة نصف قطرها  $r$  البعد بين الارض والشمس :

$$\Phi = 1,35 \cdot 10^3 \cdot 4\pi (15)^2 \cdot 10^{20} \approx 3,815 \cdot 10^{26} \text{ watt}$$

ومنه يكون مقدار نقصان الكتلة

$$\Delta m = \frac{\Delta W}{c^2} = \frac{3,815 \cdot 10^{26}}{(3 \cdot 10^8)^2} \approx 0,424 \cdot 10^{10} \text{ Kg}$$

وهذا يوافق نقصان في كتلة الشمس مقداره  $1,4 \cdot 10^{13}$  طن كل عام (إن كتلة الشمس تقدر بحوالي  $10^{27}$  طن ) .

ج - يشع سطح الارض الذي يتلقى تدفقا مقداره  $d\Phi$  الى الوسط الخارجي التدفق  $d\Phi' = \epsilon d\Phi$  . وبالتالي يكون :

$$S' = \frac{d\Phi'}{d\omega'} = \epsilon \frac{d\Phi}{d\omega} = \epsilon E$$

ومنه ، يكون سطوع الارض :

$$B' = \frac{\epsilon E}{\pi}$$

7 - ( أ ) منبع ضوئي نقطي شدة ضوئه  $J = 100 \text{ cd}$  موضوع في محرق مكشاف ، نصف قطر تقوس مرآته  $R = 2 \text{ m}$  . توضع على مسافة  $L = 5 \text{ m}$  من المنبع الضوئي شاشة  $A$  ، مستويها عمودي على المحور البصري للمكشاف .

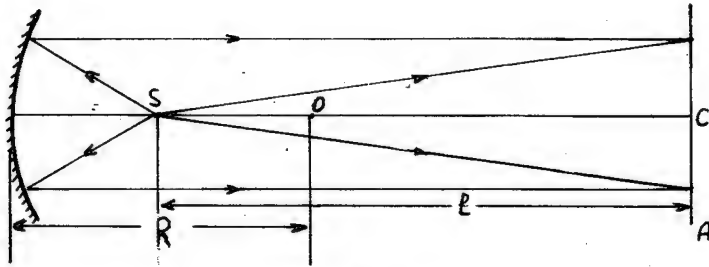
جد الاضاءة في نقطة من الشاشة تقع على المحور البصري ، اذا كان ضياع الطاقة الضوئية اثناء الانعكاس يساوي 25% من الطاقة الواردة الى المرآة (  $\alpha = 0,25$  ) .

ب ) حل المسألة السابقة عندما يوضع المنبع على بعد  $d = 1,5 \text{ m}$  من المكشاف .

ج ) اعد حل المسألة من اجل بعد للمنبع عن المكشاف يساوي  $0,5 \text{ m}$  .  
— إن الاضاءة في النقطة المعنية  $C$  ( الشكل 7.1 ) تساوي مجموع الاضاءة المباشرة  $E_1$  التي يسببها المنبع ، والاضاءة  $E_2$  التي يحدثها الضوء المنعكس عن المرآة :  $E = E_1 + E_2$

$$E_2 = \frac{\Phi'}{\sigma} = \frac{\Phi(1-\alpha)}{\sigma} \quad , \quad E_1 = \frac{J}{\ell^2}$$

حيث  $\Phi'$  التدفق الضوئي المنعكس عن المرآة ، و  $\Phi$  التدفق الوارد



شكل 7.1

من المنبع الى المرآة ،  $\sigma$  سطح صغير من الشاشة الى جوار المحور البصري للمكشاف .

إن التدفق الوارد الى مساحة موافقة من المكشاف  $\Phi = \pi J$  ، حيث  $\pi$  الزاوية المجسمة المساوية عدديا الى نسبة سطح القبة الكروية ذات نصف القطر  $\frac{R}{2}$  على مربع هذه المسافة . ويمكن من اجل مساحة صغيرة  $\sigma$  اعتبار سطح القبة الكروية مساويا لهذه المساحة

$$E_2 = \frac{4(1-\alpha)J}{R^2} \quad , \quad \pi = \frac{\sigma}{(R/2)^2} = \frac{4\sigma}{R^2}$$

$$E = E_1 + E_2 = J \left[ 1 - \ell^2 + 4(1-\alpha)/R^2 \right] = 79 \text{ lux}$$

(ب) ، إن الاضاءة المباشرة التي يحدثها المنبع :

$$E = \frac{J}{\ell^2} = 4 \text{ lux} .$$

لكي نعين الاضاءة التي يحدثها الضوء المنعكس ، يجب أن نوجد موضع خيال المنبع الذي تشكله مرآة المكشاف (الشكل 7.2) . نستفيد من دستور

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} \quad \text{المرايا الكروية :}$$

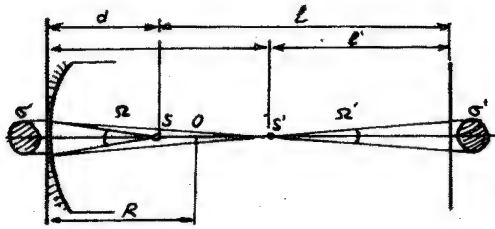
$$d' = 3 \text{ m} \quad \text{ومنه}$$

وهكذا تكون المسافة بين الخيال الحقيقي للمنبع  $S'$  والشاشة مساوية:

$$\ell' = (\ell + d) - d' = 3,5 \text{ m}$$

بالأخذ بعين الاعتبار ضياع الطاقة نتيجة الانعكاس ، يكون:  $\Phi' = (1-\alpha)\Phi$  ،  
نورد الحل بطريقتين :

(1) ان التدفق الضوئي  $\Phi$  الصادر عن المنبع ضمن الزاوية المجسمة  $\Sigma$  ينعكس على المرآة معطيا التدفق  $\Phi'$  ، ويرد الى الشاشة ضمن



شكل 7.2

الزاوية المجسمة  $\Sigma'$  ، وبالتالي تعين نسبة اضاءة المنطقة المركزية من  $S'$  بواسطة الضوء المنعكس الى اضاءة المنطقة المركزية  $S$  من المكشاف بواسطة ضوء المنبع بالعلاقة :

$$\frac{E}{E'} = \frac{\Phi'/S'}{\Phi/S} = (1-\alpha) \frac{S}{S'} = (1-\alpha) \cdot \left(\frac{d'}{d}\right)^2$$

وبما أن  $E = \frac{J}{d^2}$  يكون :

$$E' = J(1-\alpha) \left(\frac{d'}{d}\right)^2 = 24.5 \text{ lux}$$

(2) ان الاضاءة الناتجة عن المنبع  $S'$  (خيال المنبع  $S$ ) ضمن الزاوية المجسمة  $\Sigma'$  توافق الاضاءة الناتجة عن منبع شدة ضوئه  $J' = \frac{\Phi'}{\Sigma'}$  و  $\Phi' = (1-\alpha)\Phi$  حيث  $\Phi = J\Sigma$  .

وهكذا يكون :

$$J' = J(1-\alpha) \frac{\Sigma}{\Sigma'} = J(1-\alpha) \left(\frac{d'}{d}\right)^2$$

ومنه تعطى اضاءة مركز الشاشة بالعلاقة

$$E' = \frac{J'}{d'^2} = J(1-\alpha) \left(\frac{d'}{d}\right)^2$$



ونحصل على الإضاءة الكلية بجمع الإضاءتين السابقتين :

$$E = E_1 + E' = 24,5 + 4 = 28,5 \text{ lux}$$

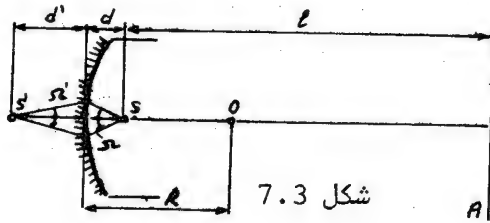
(ج) إن الإضاءة التي يحدثها المنبع مباشرة تعطى ، كالسابق :

$$E_1 = \frac{J}{d^2} = \frac{100}{5^2} = 4 \text{ lux}$$

لتعيين الإضاءة الناتجة عن الانعكاس نتبع الأسلوب السابق ، غير أن خيال المنبع في هذه الحالة يكون وهميا (الشكل 7.3). نعين موقع هذا الخيال :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} \Rightarrow d' = -1 \text{ cm}$$

إن الإضاءة الناتجة عن الخيال الوهمي تماثل إضاءة منبع شدة ضوئه



والتالي  $J' = \frac{\Phi'}{\pi}$  حيث  $\Phi' = (1-\alpha)\Phi$  و  $\Phi = J\pi$  . وبالتالي

$$J = J(1-\alpha) \frac{\pi}{\pi} = J(1-\alpha) \left(\frac{d'}{d}\right)^2$$

وهكذا تكون الإضاءة في مركز الشاشة والناتجة عن الانعكاس :

$$E' = \frac{J'}{(l + |d'| + d)^2} = J(1-\alpha) \left[ \frac{d'}{d(l + |d'| + d)} \right]^2 = 7,1 \text{ lux}$$

الإضاءة الكلية :

$$E = E_1 + E' = 11,1 \text{ lux} .$$

## الفصل الخامس الاستقطاب

### 19 - استقطاب الضوء .

يمكن أن يتخذ الشعاع الكهربائي  $\vec{E}$  للموجة الضوئية مناحي مختلفة في الفضاء ، ويمكن أيضا أن تملك تغيراته الدورية في مستوي معامد لاتجاه انتشار الضوء صفات مختلفة . فعلى سبيل المثال يكون الشعاع للموجة المستوية معامدا لاتجاه انتشارها ، ويتغير توافقا (جيبيا ) محتفظا بمنحاه في أي مستوي عرضي . وبعبارة أخرى يغير الشعاع  $\vec{E}$  في نقطة معطاة من الفضاء طويلته من  $E_0$  الى  $E_0 \cos \theta$  - وفق اتجاه محدد وتدعى الموجة من الشكل المذكور بالموجة المستقطبة خطيا . اذا حقق الشعاع  $\vec{E}$  حركة دورانية في مستوي معامد لاتجاه الانتشار ، فان الموجة تملك استقطابا دورانيا . ويبرز السؤال التالي : هل يوجد تغير دوري لشدة الحقل الكهربائي بتابعية الزمن في حالة الاستقطاب الدوراني ، مادام الشعاع الدوار في هذه الحالة يحافظ على طويلته ؟ نتلخص الاجابة على هذا السؤال في التالي : ان أي دوران لشعاع وفق دائرة يتألف من مجموع شعاعين متعامدين يتغيران توافقا وبينهما خلاف في الطور بمقدار  $\frac{\pi}{2}$  ، وذلك كما هو معلوم لدينا من تركيب الحركات الاهتزازية (الشكل 5.1) . وفي الواقع العملي يحدث تغير مركبتي شعاع دوار  $\vec{a}$  على المحورين  $x$  و  $y$  وفق القانون :

$$a_x = a \cos \omega t$$

$$a_y = a \sin \omega t = a \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (19-1)$$

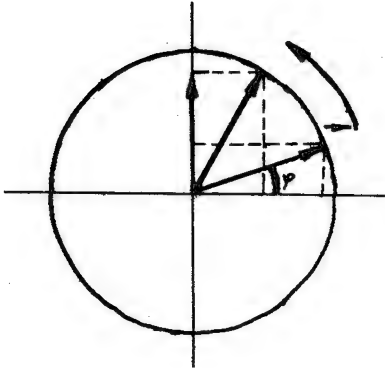
تمثل كل من هاتين الاهتزازتين اهتزازا مستقطبا خطيا . ويعطي مجموعهما الشعاع الدوار  $\vec{a}$  (يعرض الشكل 5.1 هذا الشعاع الذي يدور عكس اتجاه عقارب الساعة ) .

وهكذا تنشأ الموجة المسقطبة دورانيا نتيجة لجمع موجتين مستقطبتين خطيا ، لهما نفس السعة والتواتر ، ومزاحتين عن بعضهما بفرق في الطور مقداره  $\frac{\pi}{2}$  . وكل من هاتين الموجتين المسقطبتين خطيا تمثل حادثة مكانية - زمانية معروفة لدينا سابقا .

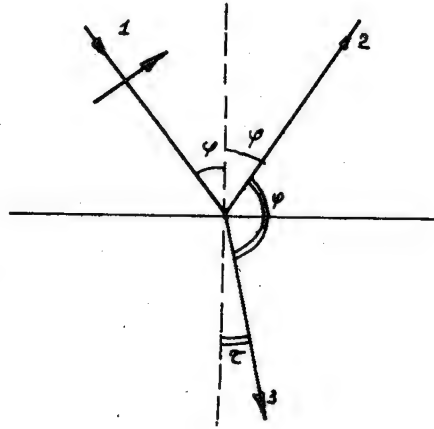
اذا مثلت الموجة مجموعة امواج لامترابطة ، وغير الشعاع  $\vec{E}$  اتجاهه وطويلته بشكل عشوائي ، فان الاستقطاب يختفي . وتدعو الضوء

في هذه الحالة باللامستقطب .

ندرس ورود امواج مستقطبة خطيا على السطح الفاصل بين وسطين مختلفين (الشكل 5.2) . يمثل الشعاع 1 على هذا الرسم اتجاه انتشار موجة مستوية مستقطبة خطيا ، أي أن الشعاع  $\vec{E}$  معامد للشعاع الضوئي



شكل 5.1



شكل 5.2

1 ويحافظ على منحاه . وسوف ندرس نوعين لهذا التوجيه : (1) الشعاع  $\vec{E}$  مواز للسطح الفاصل وعمودي على مستوي الشكل (2) الشعاع  $\vec{E}$  موجود في مستوي الشكل . وتدعى الحالة الاولى بالاستقطاب الافقي  $\vec{E}_{\parallel}$  ، ويدعى الاستقطاب الآخر بالاستقطاب العمودي  $\vec{E}_{\perp}$  . ويدعى المستوي المار من الشعاع الضوئي 1 والمعامد للشعاع  $\vec{E}$  بمستوي الاستقطاب (يمثل هذا المستوي في حالتنا مستوي الشكل ، إذا كان  $E$  معامدا لمستوي الشكل اي موازيا للسطح الفاصل) .

يمكن تمثيل جميع الحالات الوسطية لاستقطاب الشعاع  $\vec{E}$  على شكل مجموع مركبات استقطابات عمودية وأفقية .

نعود الى الشكل 5.2 . نقوم بتغير زاوية الورود  $\varphi$  ، فنبلغ وضعاً تكون فيه الزاوية  $\varphi$  بين الشعاعين المنعكس والمنكسر مساوية  $\frac{\pi}{2}$  . ويعرض الشكل 5.3 هذا الوضع . وتدعى زاوية الورود التي

تحقق الشرط المذكور بزاوية بروستر  $\varphi_B$  (Brewster) :

$$\varphi_B + \frac{\pi}{2} + \tau = \pi$$

$$\varphi_B + \tau = \frac{\pi}{2} \quad , \quad \tau = \frac{\pi}{2} - \varphi_B \quad (19-2)$$

ونحصل من قانون الانكسار على

$$\frac{\sin \varphi_B}{\sin \tau} = n \quad (19-3)$$

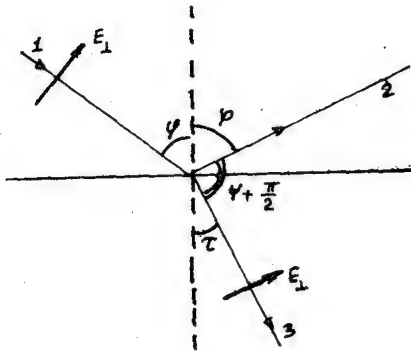
بالتعويض عن  $\tau$  بقيمتها من (2)، نجد :

$$\frac{\sin \varphi_B}{\sin (\pi/2 - \varphi_B)} = \frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_B} = \tan \varphi_B = n \quad (19-4)$$

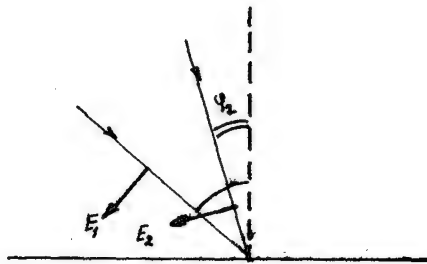
وهكذا إذا علمنا قرينة الانكسار  $n$  فاننا نستطيع تعيين زاوية بروستر من اجل الوسط المعطى (هذا، بطبيعة الحال ، اذا كان الوسط الاول الهواء  $n_1 = 1$ ) :

$$\tan \varphi_B = n \quad (19-5)$$

نلاحظ أن تغيير الزاوية  $\varphi$  الى القيمة  $\varphi_B$  ، لا يؤثر على التوجيه المتبادل بين الشعاع  $\vec{E}$  والسطح الفاصل ، الا في حالة الاستقطاب العمودي ، أي عندما يكون الشعاع  $\vec{E}$  واقعا في مستوي الشكل ، حيث أن تغيير الزاوية  $\varphi$  يؤدي الى تغيير الزاوية بين  $\vec{E}$  والسطح الفاصل بين الوعطين (الشكل 5.4) . أما في حالة الاستقطاب الافقي ، فان تغيير الزاوية  $\varphi$  لا يحدث أي تأثير على التوجيه المتبادل بين الشعاع  $\vec{E}$  و سطح الفصل ، حيث يبقى الشعاع  $\vec{E}$  موازيا لهذه الحدود . وبالتالي فان شروط الانعكاس لهذين النوعين من الاستقطاب تكون مختلفة . وإن ورود الموجة المستقطبة عموديا الى السطح الفاصل وفق زاوية بروستر



شكل 5.3



شكل 5.4

يؤدي الى اختفاء الشعاع المنعكس 2 (انظر الشكل 5.3) . ويرتبط ذلك بأن الشعاع المنعكس من اجل زاوية  $\varphi = \varphi_B$  يصنع مع الشعاع المنعكس 3

زاوية مقدارها  $\frac{\pi}{2}$  . وعند تحقق مثل هذا التوجيه للشعاع  $\vec{E}_1$  في الوسط ، تنفذ جسيمات الوسط اهتزازات وفق منحى الشعاع 2 . ولا تنتج اهتزازات الجسيمات المشحونة أية اشعاعات كهربية وفق منحى محور الاهتزاز ، وبالتالي عندما يرد الضوء على الوسط بزواوية بروستر تختفي المركبة ذات الاستقطاب العمودي في الاشعة المنعكسة بشكل تام تقريبا .

وهكذا ، إذا ورد ضوء غير مستقطب على سطح عاكس وفق زاوية بروستر فان الضوء المنعكس يكون مستقطبا (افقيا) . وبطبيعة الحال لا يحدث اختفاء تام للاستقطاب العمودي في الشروط الواقعية (فهذا الاستقطاب يضعف بشكل كبير ، إلا أنه لا يختفي نتيجة لانحرافات السطح الواقعي عن السطح المثالي) . وتؤدي الانعكاسات المتتالية ، إلى الحصول على أشعة ضوئية مستقطبة عمليا بشكل تام . ويتضح مما قيل سابقاً أن الموجة العابرة (الشعاع 3) أثناء الورد وفق زاوية بروستر تعاني ايضاً استقطاباً جزئياً (المركبة التي تستبعد بشكل اكبر هي المركبة العمودية) . وتجدر الإشارة الى أن الاشعة المنعكسة والمنكسرة تعاني من أجل أية زاوية ورود كانت من استقطاب جزئي ، غير أن درجة الاستقطاب تبلغ نهايتها العظمى من اجل زاوية بروستر ، وتقترب في الاشعة المنعكسة من الاستقطاب التام .

ندعو الجهاز أو المادة التي يصبح الضوء اللامستقطب نتيجة لعبورها أو الانعكاس عليها مستقطبا ، ندعوها بالمقطب (Polarizer) . ونسوق الآن بعض الأمثلة على هذه الترتيبات .

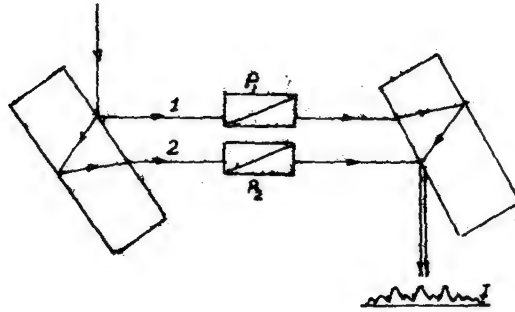
تملك المقطبات خاصة مشتركة ، حيث أنها تسمح فقط بعبور ضوء ذي استقطاب محدد . إذا وضعنا مقطبا في طريق الضوء المستقطب ، فاننا نحصل بتدوير هذا المقطب على تغير لشدة الضوء النافذ من نهاية عظمى (مساوية لشدة الضوء الوارد) الى نهاية صغرى معدومة (عندما يدور المقطب بزواوية 90 درجة بالنسبة لوضعه من اجل النهاية العظمى) .

إذا وضعنا في طريق أي ضوء كان مقطبين متصالبين (محروفين بزواوية 90) ، فان مثل هذا الترتيب يمثل جملة معتمة (غير شفافة) . وتعطى شدة الضوء النافذ من مقطبين يصنع مستويا العبور لهما زاوية

ما  $\varphi$  بالعلاقة :

$$I = I_0 \cos^2 \varphi \quad (19-6)$$

وتنتج هذه العلاقة من أن المركبة التي تعبر المقطبين هي مسقط الشعاع  $\vec{E}$  للضوء البارز من المقطب الاول على مستوي المقطب الثاني، وأن الشدة تتناسب مع مربع السعة للحقل الكهربائي . وتعرف العلاقة السابقة في الضوء بقانون مالوس ( *Malus* ) .  
يمكن بمساعدة المقطبات أن نبرهن تجريبيا على أن الامواج الضوئية أمواجاً عرضية . وقد أجرى هذه التجارب العالمان ارغو وفرنل .  
إن مبدأ هذه التجارب بسيط ، فإذا وضعنا في طريق شعاعي



شكل 5.5

مقياس جامان لمقطبين  $P_1$  و  $P_2$  بحيث يكون توجيههما متوازيين (أي عندما يخرج الشعاعان منهما مالكين لنفس الاستقطاب) ، فإن اللوحة التداخلية  $I$  على شكلها (الشكل 5.5) .

عندما نجعل المقطبين متصلين ، فإن أهداب اللوحة التداخلية تختفي . وهكذا تتراكم في الحالة الأخيرة امواج عرضية الهيئة ، ذلك لأن الشدات تتراكم متحررة من الطور ومن الترابط ، فقط ، في حالة الجمع العمودي للاهتزازات العرضية التوجيه .

نبين ذلك على مثال للاهتزازات الميكانيكية . لنفرض أن جسيمة مادية كتلتها  $m$  تشترك في حركة توافقية وفق المحورين  $x$  و  $y$  :

$$x = a \cos \omega t$$

$$y = b \cos (\omega t + \varphi) \quad (19-7)$$

وتحقق هذه الحركة تجريبيا اذا وجدت قوى مرونة مسلطة على الجسيمة

وفق قانون هوك . إن طاقة الجسيمة تساوي مجموع طاقتها الحركية والكامنة :

$$W = \left( \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}^2 \right) + \frac{1}{2} (Kx^2 + Ky^2) \quad (19_8)$$

حيث  $K$  ثابت النابض . ونملك وفق قانون هوك :

$$F = - Kx \quad (19_9)$$

وبالتالي

$$- Kx = m \ddot{x} = -m\omega^2 a \cos \omega t = -m\omega^2 x \quad (19_{10})$$

وفنه  $K = m\omega^2$  . ونحصل من العلاقات السابقة على :

$$W = \frac{1}{2} m \omega^2 \{ a^2 \sin^2 \omega t + b^2 \sin^2 (\omega t + \varphi) \} + \\ + \frac{1}{2} m \omega^2 \{ a^2 \cos^2 \omega t + b^2 \cos^2 (\omega t + \varphi) \} \quad \text{أو}$$

$$W = \frac{1}{2} m \omega^2 (a^2 + b^2) \quad (19_{11})$$

وتظهر هذه العلاقة أن شدة مجموع موجتين مستقطبتين عموديا ، لا تتعلق بالطور . وبما أن تجارب ارغو وفرنل قد أثبتت عدم وجود هذه التبعية في الضوء ، فهذا يعني أن الاهتزازات الضوئية اهتزازات عرضية .

## 20 - الانكسار المضاعف .

لقد بينا في الفقرة 19 ، كيف ينشأ الضوء المستقطب دورانيا ويمكن دراسة الحالة الأكثر عمومية ، وهي حالة الاستقطاب القطعي الناقصي ، والتي تنشأ نتيجة لتركيب اهتزازتين مترابطتين ومتعامدتين ومختلفتين في السعة :

$$x = a \cos \omega t \\ y = b \cos(\omega t + \varphi) \quad (20_1)$$

وتظهر هاتين المعادلتين أن احداثيي المركبتين  $x$  و  $y$  لشعاع ما يتغيران توافقيا بسعتين  $a$  و  $b$  وبفرق في الطور مقداره  $\varphi$  .  
نوجد الآن المنحني الذي ترسمه نهاية الشعاع :

$$y = b ( \cos \omega t \cos \varphi - \sin \omega t \cdot \sin \varphi ) \\ \frac{y}{b} = \cos \omega t \cos \varphi = \frac{y}{b} - \frac{x}{a} \cos \varphi = - \sin \omega t \cdot \sin \varphi$$

نضيف الى هذه العلاقة عبارة  $x$  من (1) بعد ضربها بـ  $\sin \psi$  :

$$\frac{x}{a} \sin \psi = \cos \omega t \cdot \sin \psi$$

فنحصل على معادلتين

$$-\sin \omega t \cdot \sin \psi = \frac{y}{a} - \frac{x}{a} \cos \psi$$

$$\cos \omega t \cdot \sin \psi = \frac{x}{a} \sin \psi$$

نقوم بتربيعهما وجمعهما ، فنحصل على :

$$\sin^2 \psi = \frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab} \cos \psi + \frac{y^2}{b^2} \quad (20-2)$$

وهذه تمثل معادلة قطع ناقص . عندما  $\psi = 0$  فان القطع يتحول الى

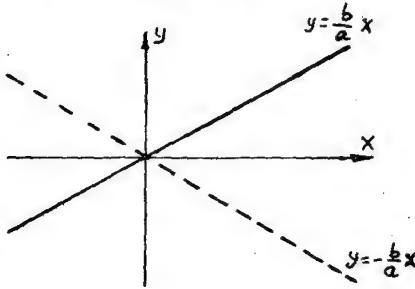
مستقيم (الاستقطاب الخطي) ، معادلته :

$$y = \frac{b}{a} x \quad (20-3)$$

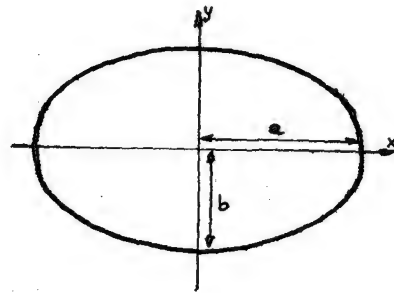
ونجد من اجل  $\psi = \pi$  (الاهتزازتان على تعاكس في الطور) أن :

$$y = -\frac{b}{a} x \quad (20-4)$$

وهذه ايضا معادلة مستقيم يمر من الربعين الثاني والرابع (الشكل 5.6).



شكل 5.6



شكل 5.7

وتعتبر حالة الاستقطاب القطعي الذي يحصل عندما تكون  $\psi = \frac{\pi}{2}$

من الحالات الممتعة للدراسة ، حيث تأخذ المعادلة (2) الشكل :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (20-5)$$

اي معادلة قطع ناقص في شكلها القانوني المنسوب الى المحورين  $x$

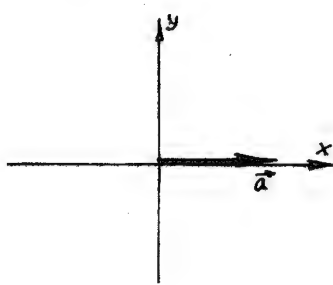
و  $y$  (الشكل 5.7) . ويمثل  $a$  و  $b$  هنا نصفي قطري القطع . ويلاحظ

أنه عندما  $a = b$  و  $\psi = \frac{\pi}{2}$  يتحول القطع الى دائرة ، ويصبح الاستقطاب

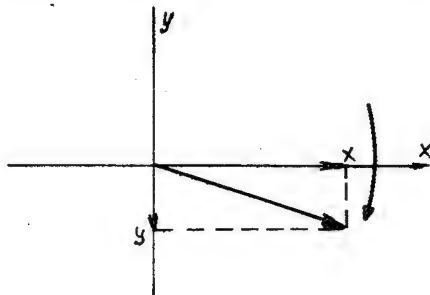


دائريا . ويطرح السؤال التالي : في أي اتجاه يحصل دوران الشعاع، وفق عقارب الساعة أم عكسها ؟

إذا كانت  $\psi = \frac{\pi}{2}$  فهذا يعني أن الاهتزاز وفق المحور  $x$  يكون متخلفا في الطور عن الاهتزاز وفق  $y$  بـ  $\frac{\pi}{2}$  (انظر المعادلتين 1) . وهكذا تكون نهاية الشعاع في اللحظة  $t=0$  موجودة على المحور  $x$  في النقطة  $x=a$  ، بينما تكون المركبة  $y$  معدومة (الشكل 5.8) . وتبدأ المركبة  $x$  بالتناقص بمرور الزمن ، بينما تبدأ المركبة  $y$  بالنمو في الاتجاه السالب ، وذلك ناتج عن اضافة  $\omega t$  الى المقدار  $\psi = \frac{\pi}{2}$  (الشكل 5.9) . وبالتالي يحدث دوران الشعاع وفق عقارب الساعة (بالنسبة لمراقب ينظر الى الشكل) . وقد جرت العادة



شكل 5.8

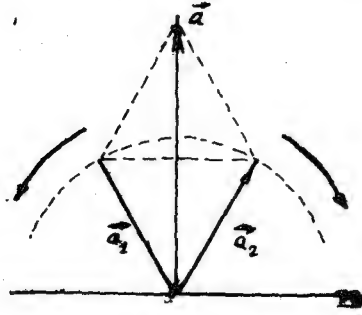


شكل 5.9

على أن يتم تعيين جهة الدوران في الضوء واتجاه انتشار الامواج الراديوية بالنسبة لمراقب ينظر الى الامواج التي تقترب منه . يستعمل في حالة دوران الشعاع  $\vec{E}$  وفق عقارب الاصطلاح "الدوران اليميني" . والدوران عكس عقارب الساعة "بالدوران اليساري" . وهكذا اذا كانت الموجة مستقطبة دورانيا وفقا للشكل 5.9 وتنتشر باتجاه مراقب ينظر الى الرسم ، فاننا نقابل استقطابا دورانيا يمينيا ، واذا كانت الموجة مبتعدة الى خلف الرسم فان الاسقطاب يكون يساريا .

وليس صعبا أن نجيب الآن على السؤال التالي : كيف يمثل مجموع اهتزازين مستقطبين دورانيا ومختلفين فقط باتجاه الدوران ؟ لنفرض وجود شعاعين لهما نفس الطويلة  $\vec{a}_1$  و  $\vec{a}_2$  ، يدوران بنفس السرعة باتجاهين متعاكسين : احدهما وفق عقارب الساعة والآخر باتجاه معاكس (الشكل 5.10) .

يأخذ الشعاعان المذكوران في اية لحظة وضعاً متناظراً بالنسبة للمحور  $y$  (أو بالنسبة لأي اتجاه آخر، وذلك تبعاً للحالة البدئية).



شكل 5.10

وبالتالي فإن مجموعهما  $\vec{a}$  يكون دائماً محمولاً على المحور  $y$ ، أي أنه يمثل اهتزازاً مستقطباً خطياً.

وهذه النتيجة هامة جداً : إن الموجة المستقطبة خطياً تمثل مجموع موجتين مستقطبتين دورانياً ومختلفتين فقط باتجاه الدوران .

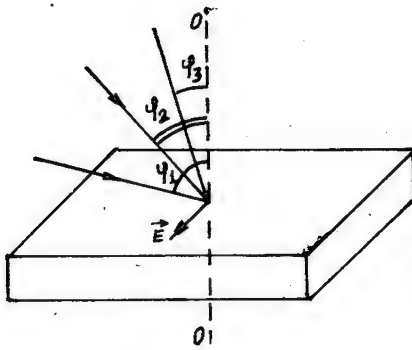
الانكسار المضاعف : يوجد في الطبيعة مواد تكون فيها سرعة انتشار الأمواج مختلفة من أجل الاستقطاب اليساري واليميني . فإذا حدث في مثل هذه المواد انتشار لموجة مستقطبة خطياً ، فإن هذه الموجة التي تمثل ، كما رأينا ، مجموع موجتين مستقطبتين دورانياً ، يمكن أن تتوزع إلى هاتين الموجتين اللتين تكون من أجلهما قرينة الانكسار مختلفة . وبالتالي تنكسر الأمواج بشكل مختلف ، ويحدث ما يسمى "بالانكسار المضاعف" .

تلاحظ اللوحة المذكورة عند عبور الأمواج الكهرطيسية ، مثلاً ، لغاز متأين ، أو لمركبات حديدية موجودة في حقل مغناطيسي . ويخضع الضوء للانكسار المضاعف عند مروره خلال بعض البلورات . وتلاحظ هذه الظاهرة بشكل جيد في بلورات الحجر الأيسلندي ( $\text{CaCO}_3$ ) . وقد اكتشفت هذه الظاهرة منذ عام 1670 . وتستعمل هذه الظاهرة بكثرة في الضوء ، حيث أن العديد من البلورات الطبيعية أو الصناعية يحدث فيها الانكسار المضاعف .

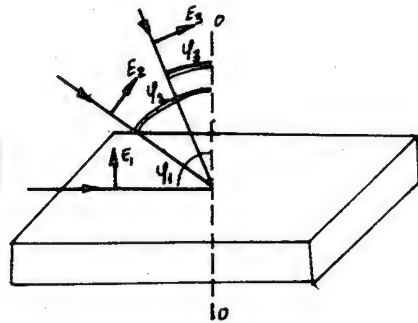
نقوم بدراسة الخواص الضوئية الأساسية لتلك البلورات . يبدو أن هذه البلورات تملك منحى أو منحنيين يتمتعان بالخاصة التالية : وهي أن الأمواج التي تنتشر وفق هذه المناحي لا تخضع للانكسار المضاعف وتدعى هذه المناحي "بالمحاور الضوئية للبلورة" . ونشير إلى أن كلمة "محور" في هذه الحالة لاتعني خطأ وإنما اتجاه (منحى) . فإذا وجد مثل ذلك الاتجاه في البلورة ، فإن الضوء المنتشر وفق أي خط

يوازي ذلك الاتجاه ليعاني انكسارا مضاعفا . ويدعى أي مستوي يمر من المحور الضوئي "بالمقطع الرئيسي للبلورة" . ويعتبر عادة المقطع الرئيسي (الأصلي) ذلك المستوي الذي يمر من الشعاع الى البلورة وفق منحى المحور الضوئي .

ندرس حالتين لتوجيه الشعاع  $\vec{E}$  بالنسبة للمقطع الرئيسي : حالة تعامد  $\vec{E}$  مع ذلك المقطع ، وحالة تموضع  $\vec{E}$  في ذلك المقطع اذا كان  $\vec{E}$  معامدا للمقطع الرئيسي فان تغير زاوية الورود  $\psi$  لا يغير من التوجيه المتبادل بين  $\vec{E}$  والمحور الضوئي  $OO$  (الشكل 5.11) . وتنشأ اللوحة الثانية من اجل  $\vec{E}$  موجود في المقطع الرئيسي (الشكل 5.12) . وعندما تتغير هنا زاوية الورود  $\psi$  تتغير الزاوية بين المحور الضوئي واتجاه الشعاع  $\vec{E}$  ، وهذا يؤدي الى تابعة قرينة انكسار



شكل 5.11



شكل 5.12

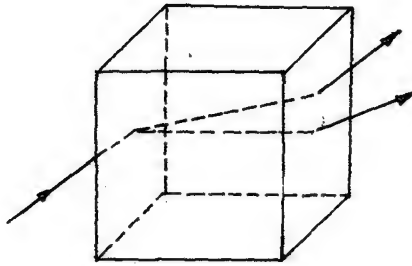
البلورة لزاوية الورود . وتدعى مثل هذه المواد التي تتعلق خواصها بالاتجاه بالمواد اللامتماثلة المناحي (الاييزوتروبية) . نتصور الآن شعاعا ذا استقطاب خطي واتجاه كيفي يرد الى البلورة . يمكن في هذه الحالة أن نوزع الشعاع  $\vec{E}$  الى مركبتين : مركبة معامدة للمقطع الرئيسي وأخرى واقعة في هذا المقطع . إن المركبة الاولى لاتعاني من تابعة قرينة الانكسار لزاوية الورود ، حيث تبقى من اجلها قرينة الانكسار ثابتة . وتنتشر المركبة الثانية بسرعة اخرى متعلقة بزاوية الورود . وبالتالي فان الشعاع ينقسم الى شعاعين : احدهما ينتشر بسرعة ثابتة لاتتعلق بزاوية الورود ، ويدعى بالشعاع

العادي ( Ordinary ) والثاني "بالشعاع الشاذ" أو الغريب ( Extraneous ) . وجرت العادة على أن يرمز للشعاع العادي بالدليل ( o ) ، وللشاذ بـ ( e ) .

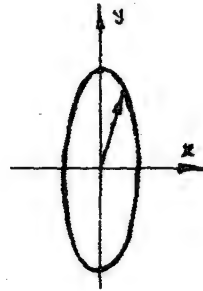
إذا كانت الزاوية  $\alpha$  بين الشعاع  $\vec{E}$  والمقطع الرئيسي معلومة ، فانه من السهل ايجاد نسبة شدة الشعاع العادي  $I_o$  الى شدة الشعاع الشاذ  $I_e$  : إن مركبة شدة الحقل المعامد للمقطع الرئيسي تساوي  $E_o \sin \alpha$  ، والمركبة الواقعة في المقطع تكون مساوية لمسقط  $E_o$  على هذا المستوي  $E_o \cos \alpha$  ، ومنه نجد أن نسبة الشدتين :

$$\frac{I_o}{I_e} = \frac{E_o^2 \sin^2 \alpha}{E_o^2 \cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha \quad (20-11)$$

ويتضح مما قيل آنفا ، أن الضوء اللامستقطب عندما يرد على بلورة غير متماثلة المناحي يعاني من إنقسامه الى مركبتين (العادية والشاذة) مستقطبتين خطيا . وتنتشر هاتان المركبتان نتيجة لاختلاف قرينتي انكسارهما في مسارين مختلفين ، وتخرجا من البلورة على شكل شعاعين مستقطبين خطيا (الشكل 5.13) . وبالتالي تستخدم البلورة الغير متماثلة المناحي كمقطب للضوء .



شكل 5.13



شكل 5.14

يستعمل من اجل تمييز استقطاب الضوء (ذلك لان الاستقطاب لا يكون خطيا بشكل تام) ما يدعى "بدرجة الاستقطاب"  $P$  . فاذا كان على سبيل المثال ، استقطاب الضوء غير تام الخطية (الشكل 5.14) ، إلا أن السعات الأساسية تقع وفق منحنى المحور  $y$  ، فان شدة الاشعة المستقطبة تكون عظمى وفق المحور  $y$  وصغرى وفق المحور  $x$  . وتعرف

درجة الاستقطاب بالعلاقة :

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

وتستخدم البلورات الغير متماثلة المناحي أو ترتيبات معينة لها للحصول على الضوء المستقطب خطيا. ونعني هذه الترتيبات عادة بالمواشير المقطبة . نقوم بدراسة بعضها .  
1- موشور نيكول (Nicol Prism) :

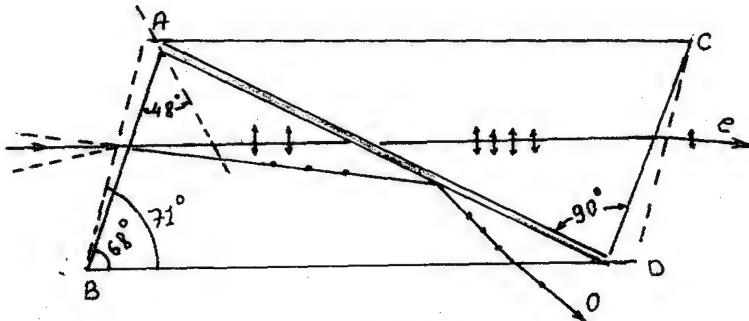
يصنع هذا الموشور عادة من بلورة البلق ، ويمكن التخلص من احد الشعاعين المنكسرين داخل البلورة كما هو مبين على الشكل 5.15 .  
 تؤخذ بلورة البلق بحيث يكون طولها يعادل ثلاثة أمثال عرضها ، ويقطع بشكل تجعل معه أحد زوايا المقطع الرئيسي تتراوح قيمتها بين  $68^\circ$  و  $71^\circ$  . ثم تقطع البلورة قطريا وفق المستوي  $AD$  العمودي على المقطع الاصيل . يوصل بعد ذلك الوجهان  $AB$  و  $CD$  حتى يصبحا مستويين استواء ضوئيا ، وبعد ذلك يتم تثبيتهما بواسطة مادة شفافة ، قرينة انكسارها متوسطة القيمة بين قرينتي انكسار الشعاع العادي والشعاع الشاذ ، فمن اجل ضوء الصوديوم مثلا ، نجد أن :

قرينة انكسار الشعاع العادي  $n_o = 1,65836$

قرينة انكسار الشعاع الشاذ  $n_e = 1,48641$

وقرينة انكسار المادة اللاصقة (بلسم كندا)  $n_g = 1,550$

وهكذا ينكسر الشعاع الشاذ مرتين الاولى في بلورة البلق والاخرى

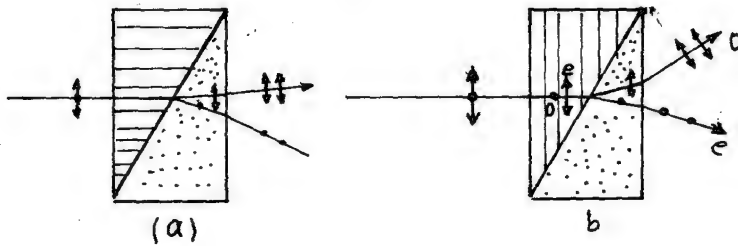


شكل 5.15

في المادة اللاصقة . أما الشعاع العادي  $o$  فيمكن التخلص منه

وذلك من اجل زوايا ورود كبيرة (أي اكبر من الزاوية الحدية للانعكاس الكلي) ، وتساوي الزاوية الحدية للشعاع  $O$  في حالتنا  $69^\circ$  ، وهي توافق زاوية بدئية  $SMS_0$  تساوي  $14^\circ$  . فاذا ورد الشعاع الضوئي بزوايا ورود أكبر من هذه الزاوية فان جزءا من الشعاع  $O$  سوف ينفذ .  
2- موشورا روشن وولاستون (Rochon and Wollaston Prism) :

يمكننا أن نجزأ حزمة ضوئية إلى مركبتين مستقطبتين استقطابا مستويا بعدة طرق أهمها طريقتي موشور روشن وموشور وولاستون . ففي موشور روشن (الشكل 5.16-a) يرد الضوء ناظميا على الوجه الاول وينتشر موازيا للمحور الضوئي للموشور الاول ، ويعاني هذا الضوء انكساراً مضاعفاً عندما يدخل الموشور الثاني الذي يكون فيه المحور الضوئي معامداً



شكل 5.16

لمستوي الشكل .

أما في حالة موشور وولاستون (الشكل 5.16) فان الضوء يرد ناظميا على الوجه الاول ، وينتشر عموديا على المحور الضوئي للموشور الاول . ويحدث الانكسار المضاعف للضوء عندما يدخل الموشور الثاني الذي يكون فيه المحور الضوئي عموديا على مستوي الشكل .

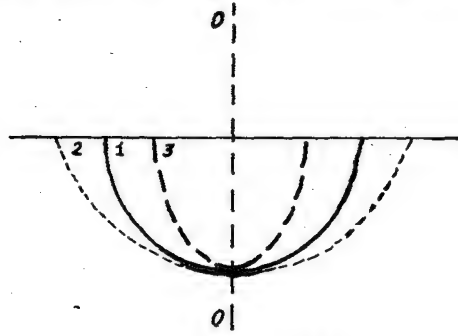
## 21 - الصفائح البلورية اللامتاثلة المناحي .

إذا مثلنا بيانيا تابعة قرينة انكسار البلورة للاتجاه ، بحيث نُحْمِل قيم المقدار  $n$  في مقياس ما وفق جميع الاتجاهات ، فإننا نحصل من اجل الشعاع العادي داخل البلورة على نصف كرة . ويعرض الشكل 5.17 نصف الكرة هذه (المنحني 1) .

ويوجد من اجل الشعاع الشاذ اماكنيتين : المنحني 2 الموافق

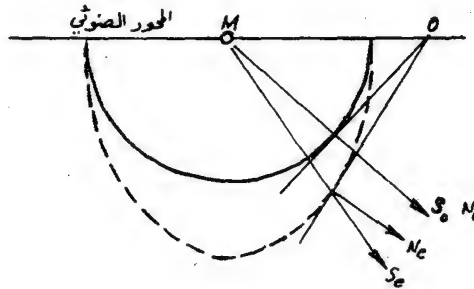
للبلورة الموجبة (  $n_e > n_o$  ) ، والمنحني 3 للبلورة السالبة (  $n_e < n_o$  ) .

ندرس حادثة انتشار الموجة في البلورة اللامتماثلة المناحي نوجه المحور الضوئي افقيا ، ونأخذ بلورة سالبة مثلا . بما أن  $n_e < n_o$



شكل 5.17

في البلورة السالبة ، لذلك تكون سرعة الموجة الشاذة اكبر من سرعة العادية . وبالتالي فان خارطة مسقطي الجبهتين الموجيتين لهاتين الموجتين على مستوي الشكل ستمثل في دائرة من اجل الشعاع العادي وقطع ناقص من اجل الشعاع الشاذ (الشكل 5.18) .  
نقوم برصد طريق الاشعة في مثل هذه البلورات . تنتشر الموجة

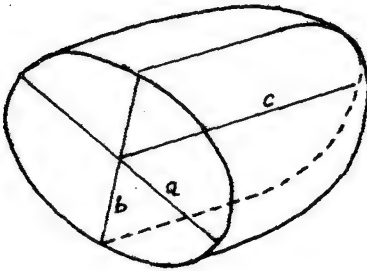


شكل 5.18

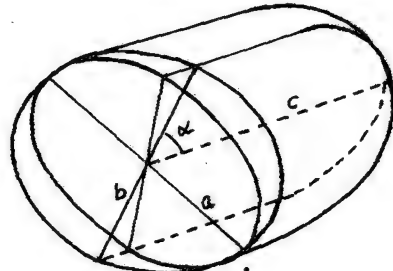
العادية من النقطة M بسرعة مستقلة عن الاتجاه . وبالتالي تكون جبهة هذه الموجة كروية (مسقطها دائرة) ، وتكون جبهة الموجة الشاذة قطعية ناقصة . ننشأ من النقطة O مماسين للدائرة والقطع ، ونقيم ناظمين عليهما . إن الناظم على جبهة الموجة العادية  $\vec{N}_o$  ينطبق

على اتجاه انتشار الطاقة الضوئية  $\vec{S}_0$  (شعاع باونتغ) . ولا يتحقق الانطباق من اجل الموجة الشاذة ، وبالتالي يشكل الشعاع الضوئي  $\vec{S}_e$  مع شعاع الناظم  $\vec{N}_e$  في حالة الاوساط اللامتماثلة المناحي زاوية ما . وتتساوى سرعتا انتشار الموجة العادية والموجة الشاذة وفوق اتجاه المحور الضوئي . وتكون تابعة قرينة الانكسار للاتجاه في مستوي معامد للمحور الضوئي على شكل دائرة وذلك من اجل الموجتين . وإذا كانت تابعة  $n_e$  للاتجاه في الفضاء على شكل قطع ناقص دوراني فان المحور الضوئي يمر من محور تناظر القطع .

نقوم الآن بعرض تابعة  $n_e$  للاتجاه ، والتي يمثلها مجسم قطع ناقص ذو شكل عام . إن وصف هذا القطع يتطلب اعطاء انصاف محاوره  $a$  ،  $b$  و  $c$  (الشكل 5.19) . ويلاحظ أن الموجة (الشاذة) المنتشرة وفق المحور  $c$  لاتحقق تابعة دائرية متناظرة لـ  $n_e$  بدلالة الاتجاه ، ولا تتفق سرعة انتشارها في هذه الحالة مع سرعة الموجة العادية ، أي أن الاتجاه وفق المحور  $c$  لا يمكن اعتباره الآن محورا ضوئيا للبلورة . أين يمر إذن المحور الضوئي في مثل هذه البلورات ؟



شكل 5.19



شكل 5.20

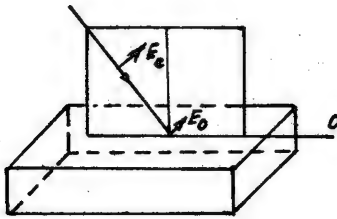
لنصور أننا قمنا بتدوير مقطع مجسم القطع ، بحيث تتناقص الزاوية بين المحورين  $b$  و  $c$  من الاعلى مثلاً وتزيد من الاسفل . إن مثل هذا التدوير حول المحور  $a$  ، يماثل قيامنا بتمديد (تكبير) أبعاد المقطع وفق الاتجاه  $a$  . وبالنسبة لـ  $b$  . وبالنتيجة يتحول القطع الى دائرة . وبطبيعة الحال سوف يكون مستوي ذلك المقطع عموديا على المحور الضوئي للبلورة المدروسة (الشكل 5.20) . وإذا قمنا بتدوير المقطع بحيث تتناقص الزاوية بين المحورين  $b$  و  $c$  من الاسفل ، فإننا نحصل ايضا على



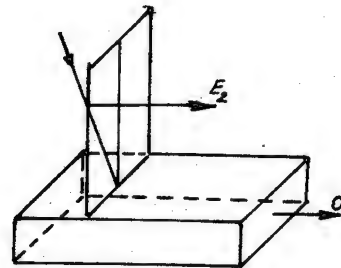
هيئة دائرية . وهذا يعطي اتجاهها آخراً يعتبر أيضاً محوراً ضوئياً .  
وبالتالي فإن بلورات كهذه تملك محورين ضوئيين ، وتدعى " بالبلورات  
ثنائية المحور " ، وذلك خلافاً للبلورات أحادية المحور (التي تتميز  
بكون تابعة  $n_e$  للاتجاه على شكل قطع ناقص دوراني) . ويجب التأكيد  
على أن البلورات ثنائية المحور لا يمكن أن يكون بالنسبة لها أي شعاع  
ضوئي عادياً .

ويمكن السبب الفيزيائي لوجود عدم التماثل بالمواصفات البنيوية  
للشبكة البلورية ، وبطريقة التأثير المتبادل بين الضوء وهذه الشبكة .  
وتسمح معرفة القوانين الأساسية لانتشار الضوء في البلورات الغير  
متماثلة المناحي ، والمالكة لخاصة الانكسار المضاعف ، بالاجابة عن  
السؤال حول تأثير الصفائح المقطعة من بلورات كهذه على خواص الضوء  
الذي يعبر هذه الصفائح .

نأخذ كمثال على ذلك صفيحة مقطعة بشكل مواز للمحور الضوئي  
(الشكل 5.21) . ولنفرض أن مستوي الورود ينطبق على المستوي الرئيسي  
للبلورة . إن  $\vec{E}$  للشعاع الشاذ تقع في مستوي الورود . وتعين زاوية  
الورود الزاوية المحصورة بين  $\vec{E}$  والمحور الضوئي ، أي أن  $n_e$  تتعلق



شكل 5.21



شكل 5.22

بزاوية الورود . وإذا كان مستوي الورود معامداً للمحور الضوئي  
(الشكل 5.22) فإن  $\vec{E}$  للشعاع الضوئي الشاذ لا يغير اتجاهه بالنسبة  
للمحور الضوئي عندما تتغير زاوية الورود (حيث يبقى دائماً موازياً  
للمحور الضوئي) . وبالتالي فإن قرينة الانكسار  $n_e$  لا تتعلق بتلك  
الزاوية .

ويمكن بأسلوب مماثل دراسة الحالة التي تكون فيها الصفيحة

مقطعة بشكل معامد للمحور الضوئي ، وذلك من اجل الورود في اي مستوى كان .

- الصفائح ربع ونصف الموجية : نستطيع بواسطة الصفائح تشكيل فرق في المسير بين الشعاعين العادي والشاذ . لنفرض ، على سبيل المثال ، أن سماكة الصفيحة تساوي  $d$  . فاذا كان الفرق بين قرينتي الانكسار للشعاعين العادي والشاذ يأخذ قيما تتحقق معها العلاقة

$$(n_o - n_e) d = \frac{\lambda}{4} \quad (21-1)$$

فان ذلك يوافق فرقاً في الطور مقداره  $\frac{\pi}{2}$  . وبالتالي فان الشعاعين العادي والشاذ الخارجين من الصفيحة يختلفان في الطور بمقدار  $\frac{\pi}{2}$  ، ويكون شعاعا الحقلين الكهربائيين  $\vec{E}$  لهما متعامدين . ويعطى مجموع هاتين الموجتين المتعامدتين موجة مستقطبة استقطاباً قطعياً ناقصاً . فاذا ورد على الصفيحة التي تؤمن الشرط (1) والمدعوبة بالصفيحة "الربع موجية" ، موجة مستقطبة خطياً بشكل يصنع معه الشعاع  $\vec{E}$  زاوية 45 مع المستوي الرئيسي ، فان هذه الموجة تتوزع الى مركبتين مختلفتين : احدهما تقع في المستوي الرئيسي (الشعاع الشاذ) والاخرى معامدة له (الشعاع العادي) . ونحصل في هذه الحالة عند خروج الاشعة من الصفيحة الربع موجية على موجة مستقطبة دائرياً . ويمكن الحصول بسهولة على سماكة الصفيحة الربع موجية ، فمن اجل مادة الكوارتز مثلاً ، حيث ( $n_o = 1,543$  و  $n_e = 1,552$ ) وفي حالة الضوء الاحمر  $\lambda = 6500 \text{ \AA}$  ، يكون :

$$d = \frac{0,65}{4 \cdot 0,009} = 18 \mu$$

اذا كانت سماكة الصفيحة  $d$  تحقق العلاقة :

$$(n_o - n_e) d = \frac{\lambda}{2} \quad (21-2)$$

فان ذلك يوافق فرقاً في الطور مقداره  $\pi$  . وتدعى مثل هذه الصفائح التي تحقق العلاقة (2) "بالنصف موجية" . فعندما ترد على الصفيحة نصف الموجية موجة مستقطبة خطياً ، وتنقسم الى مركبتين متساويتين فان واحدة من المركبتين (المعامدتين لبعضهما البعض) تختلف عن الاخرى عند الخروج من الصفيحة بطور مقداره  $\pi$  ، أي يحدث دوران

المستوي الاستقطاب مقداره  $90^\circ$  .

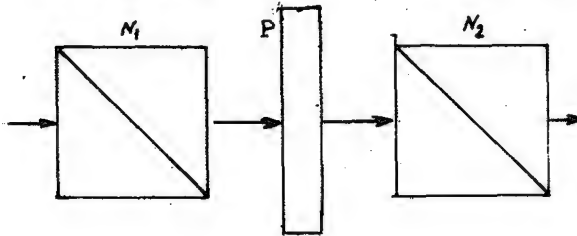
لنفرض الآن أن موجة مستقطبة قطعيا ترد على الصفيحة، فإن مثل هذه الموجة يمكن اعتبارها مجموع اهتزازين  $E$  متعامدين بينهما فرق في الطور مقداره  $\frac{\pi}{2}$  . تكتسب هاتان المركبتان بعد عبورهما لصفيحة ربع موجية فرقا اضافيا في الطور مقداره  $\pm \frac{\pi}{2}$  ، أي يصبح فرق الطور الاجمالي إما معدوما أو  $\pi$  ، وهذا يعني أن الموجة العابرة تصبح مستقطبة خطيا .

ويقوم التحليل التجريبي لاستقطاب الضوء استنادا على هذه الخاصة للمصانع . ولا يسمح النيكول (المقطب) لنا أن نميز، مثلا، بين الضوء الطبيعي (أي الاهتزازات المختلطة مختلفة الاستقطاب) والضوء المستقطب دائريا : حيث أن تدوير النيكول لا يغير من شدة الضوء الذي يجتازه . ولا يمكن ايضا بواسطة النيكول (أو أي من المواشير المقطبة) أن نميز بين الضوء المستقطب قطعيا والمستقطب جزئيا .

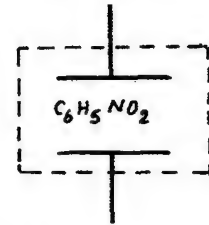
تحل هذه المشكلة بتكوين مجموعة مؤلفة من صفيحة ربع موجية ونيكول : فالضوء المستقطب قطعيا يتحول بعد عبوره للصفيحة الى ضوء مسقطب خطيا ، ويمكن بسهولة اكتشاف هذا الضوء بواسطة النيكول بينما يبقى الضوء المستقطب جزئيا بعد عبوره للصفيحة مستقطبا جزئيا وهذا ايضا يمكن اكتشافه بواسطة النيكول .

ويمكن بواسطة ترتيب مؤلف من نيكولات وصفائح أن نشاهد تداخل الاشعة المستقطبة .

نحضر الترتيب المبين على الشكل 5.23 . إن أي شعاع 1 يعبر



شكل 5.23



شكل 5.24

النيكول  $N_1$  يمتلك استقطابا خطيا ، ويرد هذا الشعاع 2 الى الصفيحة  $P$  ليخرج منها مستقطبا قطعيا ناقصا (الشعاع 3) ، أي يمثل مجموع اهتزازين مستقطبين خطيا متعامدين فيما بينهما ومختلفين في الطور .

وعند عبور هذه الموجة النيكول  $N_2$  ، فان كلتا المركبتين تعطيان عند الخروج مساهمة ما في الموجة الحاملة المستقطبة خطيا ، ويكون بينهما فرق في الطور سببه الصفيحة ، أي تنشأ شروط التداخل . فاذا كانت الصفيحة متموضعة بشكل يرد معه الشعاع 2 عليها كشعاع عادي أو كشعاع شاذ ، فان التداخل يختفي ، ذلك لأن الأشعة تخرج في هذه الحالة من الصفيحة مستقطبة خطيا (لا تتوفر في الصفيحة شروط لتوزيع الشعاع 2 الى شعاعين ) .

تلاقي المواد التي تكتسب خواصا غير متماثلة المناحي بفعل التأثيرات الخارجية (كتعريضها للضغط أو للحقول الكهربائية مثلا ) تطبيقات واسعة في عصرنا الحالي . ويعتبر النتروبنزول ( $C_6H_5NO_2$ ) واحدة من المواد الأكثر انتشارا والتي تتحول الى مادة غير متماثلة المناحي بنتيجة تسليط حقل كهربائي عليها . ويدعى الترتيب المؤلف من مكثفة تحوي بين لبوسيتها مادة النتروبنزول بصندوق كير (Kerr) ويدعى المفعول المذكور بمفعول كير ، (الشكل 5.24) .

تظهر التجربة (وقد برهن ذلك نظريا) أن فرق قرينتي الانكسار ( $n_e - n_o$ ) في صندوق كير يتناسب طردا مع مربع شدة الحقل الكهربائي الكائن بين لبوسي المكثفة :

$$n_e - n_o = K E^2 \quad (21-3)$$

واذا كان طول المسار الهندسي للشعاع الضوئي في صندوق كير يساوي  $l$  ، فان فرق المسير الضوئي يعطى بالعلاقة :

$$\Delta = l (n_e - n_o) = l K E^2 \quad (21-4)$$

ويكون فرق الطور

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} l (n_e - n_o) = \frac{2\pi}{\lambda} l K E^2 \quad (21-5)$$

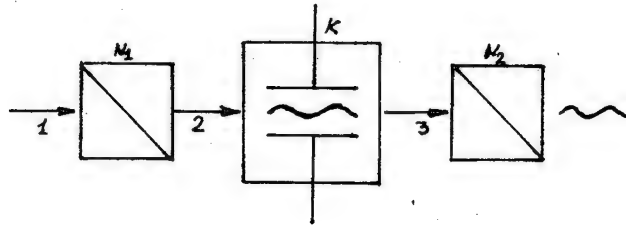
أو

$$\Delta \varphi = 2\pi l b E^2 \quad (21-6)$$

حيث تدعى  $b = \frac{K}{\lambda}$  بثابت كير . وتساوي قيمة هذا الثابت من أجل النتروبنزول  $2,2.10 \text{ cm/v}^2$  .

يلاقي مفعول كير تطبيقات عملية في التكييف اللاعطالي للاهتزازات

الضوئية عالية التواتر ( زمن الارتخاء في صندوق كير  $10^{-10}$  ثانية ) .  
 يهيو من اجل ذلك الترتيب المبين على الرسم 5.25 . يعبر  
 الشعاع الضوئي 1 النيكول  $N_1$  ويصبح مستقطبا خطيا . ويدخل بعدئذ  
 الى صندوق كير  $K$  ، حيث يسقط عليه تواترا مكيفا . فاذا كان التوتر  
 معدوما فان الضوء يبقى مستقطبا خطيا ، ويعبر الصندوق ليبرد الى  
 النيكول  $N_2$  ، الذي يشكل مع النيكول  $N_1$  جملة مختزلة ، أي لاتسمح



شكل 5.25

لاتسمح بعبور الضوء (النيكول  $N_1$  محروف بالنسبة لـ  $N_2$  بزاوية  
 مقدارها  $90^\circ$  ) . إذا سلط توتر على صندوق كير ، فان الوسط يصبح  
 غير متماثل المناحي (كما هو الحال في الصفائح البلورية ) ، ويخرج  
 الضوء عندئذ من الصندوق مستقطبا قطعا ، وينفذ بعدئذ من  $N_2$   
 جزئيا (وذلك لوجود مركبتين متعامدتين ) . وهكذا فان التوتر المكيف  
 يحول وفق اهتزازه شدة الضوء العابر للجملة .

وقد وضعت الاسس النظرية لمفعول كير عام 1910 على يد العالم  
 لانجفن . إن التأثيرات المتبادلة بين الجزيئات والشعاع  $\vec{E}$  ، في كثير  
 من الحالات ، تتعلق بتوجيه هذه الجزيئات ، أي يوجد عدم تماثل مناحي  
 ضوئي للجزيء . ويجعل التوزيع العشوائي لتوزيع الجزيئات المادة  
 متماثلة المناحي ضوئيا ، بيد أن تطبيق حقل كهربائي على المادة وفق  
 المحور  $z$  مثلا ، يؤدي الى نشوء انتظام جزئي في توجيه الجزيئات  
 أي ينشأ اختلاف تماثل المناحي . واثناء ذلك يبقى المحوران  $x$  و  
 $y$  وحيدتي القيمة ، أي تبقى مركبتا الثابت الكهربائي  $\epsilon_x$  ( او  
 قرينة الانكسار  $n$  ، ذلك لأن  $n = \sqrt{\epsilon}$  ) وفق المحورين  $x$  و  $y$   
 مالتين لنفس القيمة  $\epsilon_x = \epsilon_y$  . وبالتالي تنشأ البلورات احادية

المحور .

لقد فرض لانجشن ، كنتقريب أولي ، تابعة خطية للعزم الكهربائي للجزييء بالنسبة للحقل الكهربائي  $E$  ، أي

$$\mu = \alpha E$$

حيث أن  $\alpha$  ثابت متعلق بالاتجاه . ويولد الحقل الكهربائي ، وفقاً لهذه النظرية ، محورا ضوئيا يؤدي الى العلاقة

$$n_e > n_o$$

غير أن هذه النظرية بقيت عاجزة عن تفسير الحالة  $n_e < n_o$  (البلورات السالبة) . وأتى بوران ليكمل نظرية لانجشن ، مفترضا وجود عزم كهربائي ذاتي ثابت وكبير للجزييء لا ينطبق اتجاهه على اتجاه التقطيبية العظمى . نشيـنر أيضا إلى أن الانكسار المضاعف ينشأ في كثير

من المواد عندما يسלט عليها حقل مغناطيسي (مفعول كوتون-موتون) (Cotton-Mottan) ، حيث وجدت علاقة مشابهة لعلاقة كير :

$$n_e - n_o = c \lambda B^2 \quad (21-7)$$

حيث  $B$  حقل التحريض المغناطيسي . ويسبب الحقل المغناطيسي أيضا دوران مستوي استقطاب الامواج (مفعول فارادي) .

ويصادف في حالات كثيرة امتصاص لأحد شعاعي الانكسار المضاعف اكثر من الشعاع الآخر . وتدعى هذه الظاهرة بالدهريزم . وتحضر على اساس هذه الظاهرة الصفائح الديهروومية للحصول على اشعة مستقطبة .

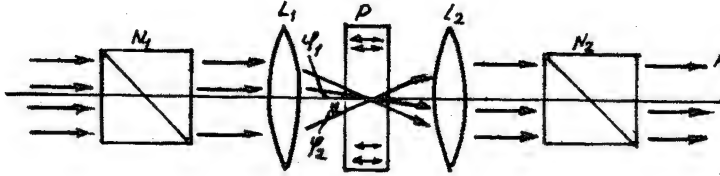
ندرس اخيرا الظواهر الضوئية في البلورات اللامتماثلة المناحي عندما ترد عليها اشعة متباعدة أو متقاربة لضوء مستقطب . ونعرض واحدا من أبسط الترتيبات : نيكولان وعدستان وصفيحة مقتطعة بشكل تعامد معه المحور الضوئي (الشكل 5.26) .

يرد ضوء طبيعي من اليسار على النيكول  $N_1$  ليخرج منه مستقطبا خطيا . وتقوم العدسة  $L_1$  بتجميع الضوء وتوجيهه على شكل حزمة متقاربة على الصفيحة  $P$  . وبالتالي ترد الاشعة على هذه الصفيحة وفق زوايا ورود مختلفة . وتكون قرائن الانكسار بالنسبة للشعاع الشاذ مختلفة ، وبالتالي تصبح فروق المسير الضوئية مختلفة بين الاشعة

العادية والشاذة . ونحصل من اجل قيمة معينة لـ  $\psi$  على العلاقة :

$$\Delta\psi = (n_e - n_o) d\psi$$

وهكذا تتشكل بعد خروج الاشعة من  $P$  ، في مخروط الاشعة المتباعدة دوائر متساوية بفروق الطور بين الاشعة العادية والشاذة . وتكون



شكل 5.26

هذه الدوائر متمركزة على المحور الرئيسي للجملة . نتصور الآن أن واحدا من تلك الاشعة ، الشعاع  $A$  مثلا، يتألف من شعاعين عادي وشاذ مختلفين بفرق في الطور مقداره  $\delta$  . يرد هذان الشعاعان على النيكل  $N_2$  الذي يسمح للاشعة بالخروج مستقطبة خطيا . وبما أن مايرد عليه في حالتنا شعاعان متعامدان فيما بينهما ، فإن هذا النيكل يسمح فقط لمركبتيهما الممثلتين لمسقطيهما على اتجاه وحيد بالعبور ، أي ينشأ عند مخرج النيكل  $N_2$  شعاعان مترابطان مستقطبان خطيا بنفس الشكل وبينهما فرق في الطور . وهكذا يتوفر شرط التداخل . عندئذ تنشأ بعض الظواهر الملحقة : فاللوحة المتناظرة دائريا (حلقات تداخلية) تضاف اليها اهداب متعامدة فيما بينها ليتشكل في النهاية هيئة متصالبة . نفس سبب حدوث ذلك : إن الاشعة الخارجة من النيكل  $N_1$  مستقطبة خطيا ، ولنفرض أن الشعاع  $\vec{E}$  يقع في مستوي الشكل معامدا لمحور الجملة .

بما أن مستويات الورود في مخروط الحزمة المتقاربة بعد العدسة  $L_1$  مختلفة ، فإن المقاطع الرئيسية (المستويات المارة من الاشعة والمحور الضوئي) مختلفة ايضا . إن الاشعة الواقعة في مستوي الشكل تعطي من اجل المقطع الرئيسي المعامد لمستوي الشكل شعاعا عاديا فقط ، ويعبر هذا الشعاع الصفحة دون أن يعاني أي تغيير . فإذا كان

النيكول  $N_2$  موازيا لـ  $N_1$  فاننا نرى في الاتجاه المعامد للمحور  
 الضوئي والمار من مركز اللوحة هدبا مضيئا . واذا كان النيكولان  
 متصالبين فاننا نرى هدبا مظلما . ومن اجل الاتجاه المعامد (المقطع  
 الرئيسي ينطبق على مستوى الشكل ، والشعاع  $\vec{E}$  يقع في المستوى  
 الرئيسي) تخرج الاشعة من الصفيحة (التي تكون شاذة فقط) محتفظة  
 باستقطابها الخطي ولا تعاني أي توزع (انقسام) . وبالتالي فهي تعبر  
 النيكول  $N_2$  بتمامها فيما إذا كان  $N_2$  موازيا لـ  $N_1$  . أو تحجز  
 بتمامها اذا كان النيكولان متصالبين . وهكذا سوف تقطع عند مخرج  
 النيكول  $N_2$  الحلقات المضيئة والمظلمة المتتابعة بهيئة متصالبة :  
 مضيئة إذا كان النيكولان متوازيين ، ومعتمة اذا كانا متعامدين .



## مسائل وتطبيقات

1 - موجتان مستويتان وحيدتا اللون مستقطبتان استقطابا خطيا لهما نفس التواتر ، وتنتشران وفق المحور  $z$  . الموجة الأولى مستقطبة وفق  $x$  ، وتملك السعة  $a$  ، والثانية مستقطبة وفق  $y$  وتملك السعة  $b$  ، وتتقدم على الأولى في الطور بمقدار  $\alpha$  . جد نوع استقطاب الموجة الحاصلة .

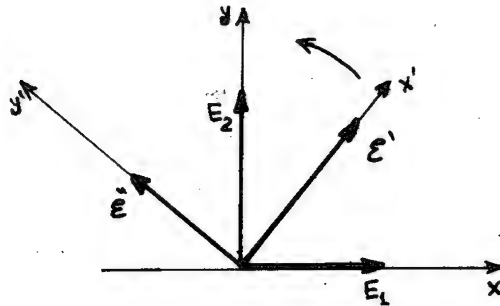
— نرمز لسعة الموجة الأولى بـ  $\vec{E}_1 = a \vec{e}_x$  ، ولسعة الموجة الثانية بـ  $\vec{E}_2 = b e^{i\alpha} \vec{e}_y$  حيث أن  $a$  و  $b$  مقداران حقيقيان .  
إن سعة الموجة الحاصلة  $\vec{E}_0$  :

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = a \vec{e}_x + b e^{i\alpha} \vec{e}_y$$

لكي نوضح مواصفات الاستقطاب من المناسب أن نزيح بدايئة حساب الطور بحيث تحمل الاهتزازات في اتجاهين متعامدين يفصلهما فرق في الطور مقداره  $\frac{\pi}{2}$  . ندخل سعة جديدة :

$$\vec{E}'_0 = \vec{E}_0 e^{i\alpha} = \vec{E}'_1 - i \vec{E}''_1$$

ونحاول أن يكون الشعاعان  $\vec{E}'_1$  و  $\vec{E}''_1$  حقيقيين ، بالإضافة الى أن  $\vec{E}'_1 \cdot \vec{E}''_1 = 0$  (انظر الشكل 1.1) :



شكل 1.1

$$\begin{aligned} \vec{E}'_1 &= a \cos \beta \vec{e}_x + b \cos (\beta - \alpha) \vec{e}_y \\ \vec{E}''_1 &= a \sin \beta \vec{e}_x + b \sin (\beta - \alpha) \vec{e}_y \end{aligned} \quad (1)$$

نعين ازاحة الطور  $\beta$  من الشرط  $\vec{E}'_1 \cdot \vec{E}''_1 = 0$

$$a^2 \cos \beta \sin \beta + b^2 \sin (\beta - \alpha) \cos (\beta - \alpha) = 0$$

$$\tan 2\beta = \frac{b^2 \sin 2\alpha}{a^2 + b^2 \cos 2\alpha} \quad (2)$$

بتعيين قيمة الزاوية  $\beta$  من المعادلة (2) وتعويضها في (1) نجد  $\vec{E}'$  و  $\vec{E}''$ . ندخل في المستوي  $x'y'$  محورين جديدين  $x''y''$  و  $\vec{E}'$  و  $\vec{E}''$ ، فنحصل في هذه الجملة الجديدة على:

$$E_{x'} = E' \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \alpha)$$

$$E_{y'} = E'' \sin(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \alpha)$$

ونرى بسهولة أن

$$\frac{E_{x'}^2}{E'^2} + \frac{E_{y'}^2}{E''^2} = 1$$

أي أن نهاية الشعاع  $\vec{E}$  ترسم قطعاً ناقصاً.

في الحالة العامة  $E' \neq E''$ . وتكون الاهتزازات على المحور  $x'$  متقدمة على الاهتزازات المحمولة على  $y'$  بـ  $\frac{\pi}{2}$ . وإذا كان توجيه المحورين  $x'$  و  $y'$  كما هو الحال لـ  $x$  و  $y$  بمعنى أن  $x'$ ،  $y'$ ،  $z'$  تشكل جملة إحداثيات يمينية (وهذه هي الحالة المعروضة على الشكل 1.1)، يكون من أجل المراقب التي تتحرك بالنسبة له الموجة (الحركة وفق المحور  $x$ ) يكون دوران  $\vec{E}$  عكس اتجاه عقارب الساعة، ويدعى مثل هذا الاستقطاب "بالاستقطاب القطعي الناقصي ذي الدوران اليساري". وإذا شكلت المحاور  $x'$ ،  $y'$ ،  $z'$  ثلاثية يسارية، فإن دوران الشعاع  $\vec{E}$  يكون باتجاه عقارب الساعة، ويدعى استقطاب الموجة "بالاستقطاب القطعي الناقصي ذي الدوران اليميني".

من أجل  $E' = E''$  يكون الاستقطاب استقطاباً دائرياً، أما إذا

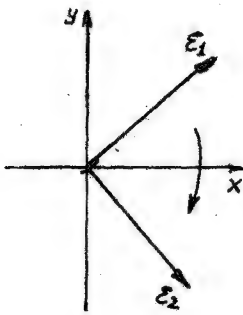
كانت  $E' = 0$  أو  $E'' = 0$  يكون الاستقطاب خطياً.

2 - ادرس في المسألة 1 تابعة الاستقطاب لفرق الطور  $\alpha$

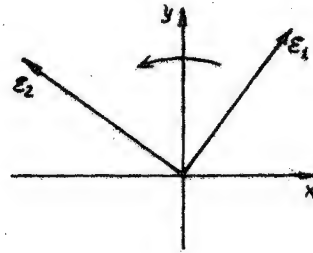
من أجل  $a = b$ .

— يكون الاستقطاب :

- من أجل  $\alpha = 0$  خطيا ، ويمر مستوي الاستقطاب من منتصف الزاوية المحصورة بين المحورين  $x$  ،  $y$  .
  - من أجل  $\alpha = \pi$  خطيا أيضا ، ويمر مستوي الاستقطاب من منتصف الزاوية المحصورة بين المحورين  $x$  ،  $-y$  .
  - من أجل  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  دائريا يمينيا (الشكل 2.1) .
  - من أجل  $\alpha = -\frac{\pi}{2}$  دائريا يساريا (الشكل 2.2) .
- ويكون الاستقطاب في الحالات المتبقية قطيعيا : يمينيا من أجل  $0 < \alpha < \pi$



شكل 2.1



شكل 2.2

(  $\sin \frac{\alpha}{2} > 0$  ،  $\cos \frac{\alpha}{2} > 0$  ) ويكون توجيه المحورين كما هو مبين على الشكل 2.1) . ويكون يساريا ، من أجل  $-\pi < \alpha < 0$  (الشكل 2.2) .

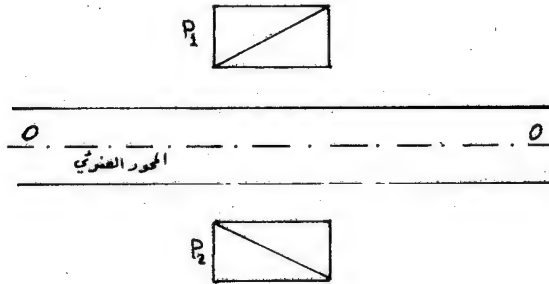
3 - موجتان احاديتا اللون ، لهما نفس التواتر ، مستقطبتان دورانيا ومتعاكستان باتجاه الدوران . تملك الموجتان نفس الطور وتنتشران بنفس الاتجاه . فاذا كانت سعة الموجة الاولى  $a$  (الموجة ذات الاستقطاب الدوراني اليميني) ، وسعة الاخرى  $b$  (الموجة ذات الاستقطاب اليساري) . جد تابعة مواصفات الاستقطاب للنسبة  $\frac{a}{b}$  (  $a$  ،  $b$  يمكن اختيارهما حقيقيين) .

— يكون الاستقطاب خطيا من أجل  $a = b$  . ويكون قطيعيا ناقصيا يمينيا من أجل  $a > b$  ، وقطيعيا ناقصيا يساريا من أجل  $a < b$  .  
ونحصل على الاستقطاب الدائري فقط من أجل  $b = 0$  أو  $a = 0$  ، ويكون يمينيا عندما  $b = 0$  ، ويساريا عندما  $a = 0$  .

4 - توضع صفيحة متوازية الوجهين مستوية ، سمكها 0,5 مم ،

قطعت من الكوارتز (بلورة موجبة) ، بحيث يكون محورها البصري موازيا لوجهيها ، توضع بين نيكولين متصلين بشكل يصنع معه محورها البصري زاوية  $45^\circ$  مع المقطعين الأصليين للنيكولين . فإذا علمت أن الفرق بين قرينتي الانكسار الاساسيتين للكوارتز 0,009 وأنه مستقل عن طول الموجة . عين الاطوال الموجية الواقعة في المجال المرئي التي لاتسمح لها الجملة من النفاذ خلالها . (الشكل 4.1) .

— يسمح النيكول  $P_1$  بمرور ضوء مستقطب استقطابا مستويا وفوق مقطعه الاصلي . وبالتالي يصنع مستوي الاهتزاز مع الصفيحة زاوية  $45^\circ$  .



شكل 4.1

ينتشر الشعاعان في الصفيحة بسرعتين مختلفتين : الشعاع العادي 0 ، اهتزازه عمودي على المقطع الاصلي ، والشعاع الشاذ e اهتزازه واقع في المقطع الاصلي . وتكون سعتهما الشعاعين المذكورين  $A_0 = A \sin \theta$  و  $A_e = A \cos \theta$  ، حيث  $\theta$  الزاوية المحصورة بين اهتزاز الشعاع الوارد والمحور البصري .

تحدث الصفيحة فرقا في الطور بين الشعاعين :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d$$

حيث أن  $n_e$  ،  $n_o$  قرينتا الانكسار العادية والشاذة ، d سمك الصفيحة ،  $\lambda$  طول موجة الضوء . وبالتالي :

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (0,009) \cdot 0,5$$

ويكون الضوء في الحالة العامة مستقطبا اهليلجيا .

عندما يرد الضوء على النيكول الثاني  $P_2$  ، فإن هذا النيكول

يسمح فقط للمركبات الموازية لمقطعه الاصلي بالعبور . وتكون الاطوال الموجية التي لاتنفذ منه هي تلك الاطوال التي من اجلها فرق الطور يساوي عددا فرديا من  $\pi$  :

$$(2K + 1) \pi = \frac{2\pi}{\lambda_K} (0,0045)$$

$$\lambda_K = \frac{0,0045}{2K + 1}$$

ونجد أن  $\lambda_2 = 0,92 \mu$  ،  $\lambda_1 = 1,5 \mu$  ،  $\lambda_0 = 4,6 \mu$  . وهذه الاطوال تقع خارج المجال المرئي . وتكون الاطوال الموجية الممنوعة في المجال المرئي مساوية :

$$\lambda_3 = 0,657 \mu \text{ ، } \lambda_4 = 0,5 \mu \text{ . وهكذا .}$$

5 - قطعت صفيحة من بلورة احادية المحور لاستخدامها في تحويل الضوء المستقطب استقطابا مستويا الى ضوء مستقطب دورانيا . احسب سماكة هذه الصفيحة اذا كانت مصنوعة من البلق .  $n_o = 1,658$  ،  $n_e = 1,486$  بالنسبة للطول الموجي  $\lambda^0 = 5890 \text{ Å}$  .

— حتى يتحول الضوء المستقطب استقطابا مستويا الى ضوء مستقطب دورانيا ، يجب أن يصبح فرق الطور بين الشعاعين العادي والشاذ أثناء خروجهما من الصفيحة عددا فرديا من  $\frac{\pi}{2}$  ، أي أن :

$$(2K + 1) \frac{\pi}{2} = (n_o - n_e) \cdot d \cdot \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$d = \frac{(2K + 1) \lambda}{4(n_o - n_e)} \quad \text{و منه} \quad K = 0, 1, 2, \dots$$

$$d_2 = 5 \times 8561 \text{ Å}^0 \text{ ، } d_1 = 3 \times 8561 \text{ Å}^0 \text{ ، } d_0 = 8561 \text{ Å}^0$$

بـ تبليغ درجة الاستقطاب  $P$  في ضوء مستقطب جزئيا  $P = 0,25$  .  
جد نسبة شدة المركبة المستقطبة لهذا الضوء الى شدة المركبة الطبيعية .

— نرمز بـ  $I_o$  لشدة مركبة الضوء المستقطب  $E_o$  ، وبـ  $I_n$  لشدة لشدة المركبة الطبيعية  $E_n$  . والمطلوب ايجاد النسبة  $I_n/I_o = \delta$  .

بما أن احتمال اتجاه اهتزاز الشعاع  $\vec{E}$  في الضوء الطبيعي متساويا في جميع الاتجاهات ( الشكل 6.1 ) ، فان مساهمة المركبة الطبيعية في شدة الضوء تكون  $I_n' = \frac{I_n}{2}$  . ويلاحظ من الشكل 6.1 أن

الشدتين العظمى والصغرى للضوء المار عبر محلل ، تساويتان على

الترتيب :

$$I_{max} = I_o + \frac{I_n}{2}$$

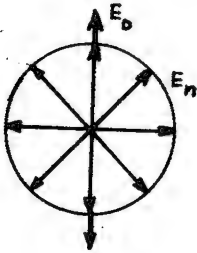
$$I_{min} = \frac{I_n}{2}$$

وبالتالي فان درجة الاستقطاب

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{I_o}{I_o + I_n} = \frac{\gamma}{\gamma + 1}$$

ومنه

$$\gamma = \frac{P}{1 - P} = \frac{1}{3}$$



شكل 6.1

## الفصل السادس معادلات ماكسويل والحقل الكهرومغناطيسي

22 - معادلات ماكسويل .

إن الخطوة الحاسمة في إقامة قوانين التأثير المتبادل بين الشحن والتيارات والحقول الكهرومغناطيسية وقوانين انتشار تلك الحقول قام بها العالم ماكسويل (1860-1865) . وقد حضرت لهذه الخطوة أعمال باحثين عديدين في مقدمتهم كولون ، أمبير ، أرستيد ، بيوسافار لابلاس وفارادي . وليس من المدهش أن نعلم أن اكتشاف الحقل كشكل من أشكال المادة ، أتى بعد صياغة تلك القوانين التي يخضع لها . إضافة الى أن فهم الحقيقة التالية وهي أن تلك القوانين تعبر كيفيا عن خواص موضوع جديد (الحقل الكهرومغناطيسي) تم فقط بعد إعادة النظر في التصورات العامة للطبيعة ككل والتي تمت في بداية القرن العشرين . وحدث ذلك التغير في النظرة الى الطبيعة بعد اكتشاف النظرية النسبية . ويتلخص مضمون القوانين التي صاغها ماكسويل والمطبقة على الحقول المجهريه بالتالي :

(أ) تدفق الحقل الكهربائي  $\vec{E}$  عبر أي سطح مغلق يتناسب مع الشحنة الكهربائية  $\oint_V \vec{E} \cdot d\vec{V}$  التي تقع في اللحظة المعطاة ضمن الحجم الذي يحدده ذلك السطح ، حيث  $q$  كثافة الشحنة .

(ب) تجوال الحقل الكهربائي وفق أي محيط (كنتور) مغلق متناسب مع سرعة تغير التدفق المغناطيسي  $\vec{B} \cdot d\vec{S}$  عبر أي سطح  $S$  يحدده المحيط  $L$  المعطى . ويملك في هذه الحالة تجوال الحقل الكهربائي وسرعة ازدياد التدفق المغناطيسي اشارتين متعاكستين .

(ج) تدفق الحقل المغناطيسي عبر أي سطح مغلق يساوي الصفر .

(د) تجوال الحقل المغناطيسي وفق أي محيط مغلق يساوي مجموع حدين . يتناسب الاول مع شدة التيار الكهربائي  $\vec{J} \cdot d\vec{S}$  (حيث  $\vec{J}$  كثافة التيار) الذي يجري في اللحظة المعطاة عبر ذلك المحيط مسط ويتناسب الحد الثاني مع سرعة تغير تدفق الحقل الكهربائي خلال اي سطح محدد بذلك المحيط .

ويعبر عن هذه القوانين رياضيا (من أ الى د) بمعادلات ماكسويل



المجهرية في صيغتها التكاملية . وتكتب هذه المعادلات في الجملة الدولية بالشكل :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dv$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (22-1)$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \int_S \vec{j} \cdot d\vec{s} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

وترمز  $c$  في هذه المعادلات الى سرعة الضوء في الخلاء و  $\epsilon_0$  معامل ثابت يساوي  $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$  . ويدعى هذا المعامل بالثابت الكهربائي . وإن السطح  $S$  في المعادلتين الاولى والثالثة سطحا اختياريا مغلقا ، بينما في الثانية والرابعة سطحا اختياريا . ويكون الحجم في المعادلة الاولى محددًا بالسطح  $S$  . ويكون المحيط في المعادلتين الثانية والرابعة مغلقا دوماً ويحدد السطح  $S$  . تحوي معادلات ماكسويل في الجملة CGS معاملات أخرى : يحل في الطرف الايمن للمعادلة الاولى  $4\pi$  بدلا من  $\epsilon_0$  . ويظهر في الطرف الأيمن للمعادلة الثانية  $\frac{1}{c}$  ، وفي المعادلة الرابعة يحوي الحد الأول من الطرف الأيمن الثابت  $\frac{4\pi}{c}$  والحد الثاني  $\frac{1}{c}$  . وبالتالي فهي تكتب على الشكل :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = 4\pi \int_V \rho \, dv$$

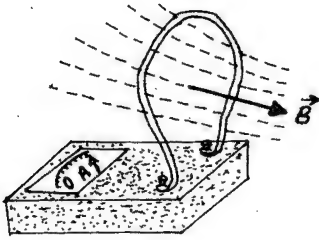
$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (22-1)$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \frac{4\pi}{c} \int_S \vec{j} \cdot d\vec{s} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

تعبّر معادلات ماكسويل عن الخواص التالية للحقل الكهرومغناطيسي :

تنص المعادلتان الأوليتان على أن الحقل الكهربائي ينشأ بطريقتين ، الأولى :تعتبر الشحنات الكهربائية التي تولد (تحدث ) تدفق الحقل الكهربائي منبعاً لذلك الحقل . ويدعى قانون التناسب بين تدفق الحقل الكهربائي عبر سطح مغلق والشحنة الموجودة في الحجم الذي يحدده ذلك السطح بدعوى غوص . والثانية : يتشكل الحقل الكهربائي دوماً عندما يحدث تغير مع الزمن للحقل المغناطيسي . وقد اكتشفت هذه الظاهرة لأول مرة من قبل العالم فارادي 1831 ، ودعيت بالحث الكهرومغناطيسي . ويمكن إظهاره تجريبياً بالطريقة الآتية : لنفرض أن مربطي الأمبيرمتر موصولان بواسطة سلك ناقل (الشكل 6.1) ، وبنفس الوقت تتشكل دائرة مغلقة . إذا



جعلت هذه الدائرة في حقل مغناطيسي متغير ، فإن إبرة الأمبيرمتر تنحرف مما يدل على مرور تيار كهربائي في هذه الدائرة ، وهذا التيار مرهون بولادته لتأثير حقل كهربائي على الإلكترونات الحرة داخل الناقل . وينشأ الحقل

شكل 6.1

الكهربائي المذكور نتيجة لتغير التدفق المغناطيسي الذي يخترق دائرة الكنتور المغلق .

تبين المعادلتان الأخريان أن الحقل المغناطيسي حقل اعصاري (دوامي) ، ويتشكل فقط في حالة وجود تيارات كهربائية أو حقل كهربائي متغير مع الزمن أو الاثنين معاً . ولا توجد منابع للحقل المغناطيسي مماثلة للشحنات الكهربائية ، بحيث كان من الملائم دعوتها بالشحنات المغناطيسية . ولو وجدت مثل تلك الشحنات لكان تدفق الحقل المغناطيسي خلال سطح مغلق غير معدوم في الحالة العامة . وبالتالي وبشكل مماثل للحقل الكهربائي ، يجب أن يولد الحقل المغناطيسي عند اختراقه لذلك السطح تدفقاً مغناطيسياً متناسباً مع الشحنة المغناطيسية الموجودة داخل هذا السطح ، غير أن ذلك يتناقض مع ما ذكرناه سابقاً .

وينتج من المعادلتين الثانية والرابعة للمجموعة (1-22) أنه

من المستحيل دراسة الحقلين الكهربائي والمغناطيسي كمقداريين مستقلين . ويكون لجملة الحقلين معا مفهوما محددا يصفه الحقل الكهربائي الوحيد . وسنرى لاحقا أن هذا الواقع يعتبر نتيجة من نتائج مبدأ النسبية لانتشتاين .

( ملاحظة : نشير الى أن الشكل اللامتناظر لمعادلات ماكسويل والتي تعبر بشكل لامتناهات عن الحقلين الكهربائي والمغناطيسي يثير حتى الآن لدى بعض الفيزيائيين شعورا بعدم الرضى . وقد حاول ديراك منذ عام 1933 إقامة هذه المساواة باقتراحه فرضية حول امكانية وجود شحن مغناطيسية . واقترح تسمية الجسيم العنصري للشحنة المغناطيسية "بالمونوبول" . ومنذ ذلك الحين تجري محاولات تجريبية لاكتشاف هذا الجسيم . حيث يتم البحث عنه في نواتج التفاعلات التي تحوي مختلف الجسيمات العنصرية المجهرية ، وتتم مثل تلك التجارب في المسرعات الضخمة . وتجري محاولات لاكتشاف المونوبول بين الجسيمات الكونية ، وفي أماكن مختلفة دون تسجيل أي نجاح . غير أن المحاولات لم تتوقف وليس ذلك بفضل السمعة العظيمة للفيزيائي ديراك ، ولكن بالأهمية البالغة لذلك الاكتشاف فيما لو تم . لأن ذلك سيؤدي الى إعادة النظر في تصوراتنا حول طبيعة المادة والتي تشكل معادلات ماكسويل حجر الزاوية في بنائها . وحتى الآن تبقى هذه القوانين راسخة ) .

2 - يمكن إعادة كتابة معادلات ماكسويل بالصيغة التفاضلية ، أي على شكل جملة معادلات تفاضلية . ويتم الانتقال الى تلك الصياغة باجراء خطوتين : نحول في الخطوة الاولى كل معادلة من المجموعة (22-1) الى ذلك الشكل الذي يحوي في طرفيه الأيمن والأيسر تكاملات وفق نفس المجال . وتتم هذه الخطوة في المعادلتين الاولى والثالثة بمساعدة دعوى غوص - أوستراغر ادسكي :

$$\int_V \text{div } \vec{a} \cdot dV = \oint_S \vec{a}(\vec{r}) \cdot d\vec{S} = \oint_S a_n(r) \cdot dS$$

وفي المعادلتين الثانية والرابعة بمساعدة دعوى ستوكس :

$$\int_S \text{rot } \vec{a}(\vec{r}) \cdot d\vec{S} = \oint_L \vec{a}(r) \cdot d\vec{r}$$

فعلى سبيل المثال يتحول في المعادلة الاولى من (22-1) الطرف

الأيسر ،وفقا لاستراغرادسكي الى تكامل حجمي :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \int_V \text{div } \vec{E} \cdot dV$$

بهذا الشكل تصبح المعادلة حاوية على تكامل حجمي فقط :

$$\int_V \text{div } \vec{E} \cdot dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \cdot dV$$

ويتحول في المعادلة الثانية من (22-1) الطرف الايسر بمساعدة ستوكس

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_S \vec{\text{rot}} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

ويتغير في الطرف الأيمن نظام التفاضل والتكامل :

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

بالنتيجة تصبح هذه المعادلة حاوية على تكامل سطحي فقط

$$\int_S \vec{\text{rot}} \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s}$$

ونقوم بتحويلات معادلة للمعادلتين الثالثة والرابعة من (22-1) .

نستخدم لاجراء الخطوة الثانية ، نظرية رياضية بديهية : اذا تساوى تكاملان لمقدارين وفق نفس المجال المختار ، فإن المقدارين الموجودين داخل اشارة التكامل متساويان . ومن هنا نحصل مباشرة على معادلات ماكسويل المجهرية بصياغتها التفاضلية (في الجملة الدولية) :

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{E} &= \frac{1}{\epsilon_0} \rho \\ \vec{\text{rot}} \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{B} &= 0 \\ \vec{\text{rot}} \vec{B} &= \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{j} + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (22-2)$$

يعطي استعمال دعوى غوص- اوستروغرادسكي مرة اخرى على المعادلات التفاضلية (22-2) ، يعطي من جديد المعادلات التكاملية

(22-1) . هذا يعني أن كلا الشكلين متكافئان ، وذلك في حالة التوزيع

المستمر للشحن والتيارات .

عند وجود تفرد (singularity) أو تمايز ، كتلك التي تحدث في حالة الحدود الفاصلة أو تمرکز الشحن ، تبقى المعادلات التكاملية (22-1) صحيحة ، بينما يمكن استخدام المعادلات التفاضلية (22-2) فقط على أساس النظرية الرياضية للتوابع المعممة التي لاندريتها هنا . وبالتالي أثناء وجود التوزيعات المتفردة للشحن والتيارات سوف نستخدم المعادلات التفاضلية في تلك المجالات التي يكون فيها التفرد معدوماً ، وحول التفردات سوف نستعمل الصيغ التكاملية .

تكتب معادلات ماكسويل المجهريّة في الجملة CGS بالشكل :

$$\text{div } \vec{E} = 4\pi\rho$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{rot } \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

نشير الى أن المقدار  $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  (أو  $\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  في الجملة CGS) يدخل في المعادلة الأخيرة لماكسويل بشكل متساو تماماً مع  $\vec{j}$  ويملك أبعاد كثافة التيار . لذلك يدعى المقدار  $\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  بكثافة تيار الازاحة . ونلاحظ أن تيار الازاحة يختلف عن الصفر في حالة الحقول الكهربائية المتغيرة فقط ، أما إذا كان الحقل الكهربائي مستقراً فإن تيار الازاحة يختفي .

تتلخص الفكرة الرئيسية لجملة المعادلات (22-2) في أن :

"معادلات ماكسويل تتضمن حركة الحقل الكهربائي".

هذا يعني أن الحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  يمكن ايجادهما في كل حالة بحل المعادلات (22-2) أو مايمثلها في الجملة CGS . ويستخرج كل حل بمساعدة الشروط البدئية والحدودية . تعين الشروط البدئية قيمة الحقل في لحظة زمنية معينة (ثابتة) والتي تؤخذ عادة مساوية للصفر (ومن هنا أتت تسمية الشروط البدئية) . وتكفي معرفة الحقل في

لحظة زمنية ما لتحديد قيمة ثوابت التكامل بالنسبة للزمن في جملة المعادلات (22-2) ، ذلك لأن هذه المعادلات تحوي على المشتق الاول فقط بالنسبة للزمن . وتعبر الشروط الحدودية عن الخصائص المتعلقة بوجود سطوح الفصل (أي تلك السطوح من مختلف الجهات التي تكون فيها خواص الجملة مختلفة) وبحصر مجال الحقل بسطوح ما . وتعطي الشروط الحدودية قيم الحقل في أية لحظة على السطوح من النوع المذكور . اذا كان مجال تواجد الحقل كبيراً جداً ، فان الشرط على الحدود الخارجية البعيدة تحول الى قيم الحقول المعطاة في النقطة البعيدة جداً ، بعبارة أخرى في اللانهاية .

لم نستخدم الدقة عندما قلنا أن معادلات ماكسويل تحوي فقط معادلات حركة الحقل الكهرومغناطيسي . بعبارة أخرى ليست جميع معادلات ماكسويل جوهرية لمعادلات حركة الحقل . وفي الواقع تتضمن معادلتان فقط من المعادلات الأربع (22-2) مشتقات بالنسبة للزمن . فلا يوجد في المعادلتين الأولى والثالثة مثل هذه المشتقات . بنفس الوقت تعتبر هاتين المعادلتين شروطاً مفروضة على الحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  . وهذه الشروط تربط بين مركبات الحقلين أثناء حدوث أي تغيرات مع الزمن . وبما أن عدد هذه الشروط اثنان فهذا يعني ان هناك أربعة مركبات مستقلة فقط لـ  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  من المركبات الست .

تشكل المعادلات (22-2) بالإضافة الى معادلة الحركة للجسيمات المشحونة تحت تأثير قوة لورانتز

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

الجملة الأساسية للمعادلات المجهرية لماكسويل-لورانتز . وجملة المعادلات هذه كافية من حيث المبدأ لايضاح جميع الظواهر الكهرومغناطيسية التي لا تظهر بها القوانين الكوانتية .

لكي تمتلك معادلات ماكسويل-لورانتز حلاً وحيداً ، اي لكي تعطيني تكهنات (توقعات) وحيدة عن سير الحادثة الكهرومغناطيسية المدروسة ، لابد من اعطاء :

( الحالة البدئية للجسيمات والحقول (اي أحداثيات وسرعات الجسيمات وكذلك الحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  في اللحظة البدئية  $t = 0$  ) .  
( الشروط الحدودية للحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  التي تبين سلوكهما على

حدود المجال المدروس والتي تعينها شروط المسألة .  
 هكذا بتثبيت الشروط البدئية والحدودية تملك جملة معادلات  
 ماكسويل-لورانتز المجهرية حلا وحيدا ، وتعطي توقعا وحيدا عن سلوكية  
 الجملة المدروسة . ويتعلق الشكل المحدد (الدقيق) للشروط البدئية  
 والحدودية الممكنة بخواص معادلات ماكسويل .

3 - نقوم بسرد هذه الخواص :

(a) ان معادلات ماكسويل معادلات خطية . فهذه المعادلات تحوي  
 فقط على المشتق الأول بالنسبة للزمن والاحداثيات المكانية ، اضافة  
 الى المراتب الاولى لكثافة الشحن الكهربائية والتيارات . وترتبط  
 الخاصة الخطية لمعادلات ماكسويل مباشرة بمبدأ التركيب . وفي  
 الواقع اذا فرضنا وجود جملتين للشحن الكهربائية تميزان على الترتيب  
 بالقيم  $\rho_1$  ،  $\vec{J}_1$  و  $\rho_2$  ،  $\vec{J}_2$  . ولنفرض ان الجملة الاولى في حالة  
 غياب الثانية تشكل الحقلين  $\vec{E}_1$  و  $\vec{B}_1$  ، والثانية في حالة غياب  
 الاولى  $\vec{E}_2$  و  $\vec{B}_2$  . عندئذ يكون :

$$\text{وهكذا} \quad \frac{\partial \vec{E}_2}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_2 \quad , \quad \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho_1$$

لنجمع الآن المعادلات المتوافقة ، نحصل بالنتيجة على :

$$\text{..... الخ} \quad \text{div } \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho$$

حيث  $\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$  ،  $\rho = \rho_1 + \rho_2$  ،  $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$  ،  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$   
 ونرى ان الحقلين الناتجين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  يتشكلان بالشحن التي يعطى  
 توزعها بالقيمتين الحاصلتين  $\rho$  و  $\vec{J}$  .

(b) تتضمن معادلات ماكسويل قانون انحفاظ الشحنة الكهربائية  
 من اجل ايضاح هذا ، نقوم بمفاضلة المعادلة الاولى من الجملة (22-2)  
 بالنسبة للزمن ، ونضرب طرفيها بـ  $\epsilon_0$  . وبما ان نظام التفاضل يجري  
 بالنسبة للزمن وليس بالنسبة للاحداثيات المكانية المستقلة عن

$$\text{الزمن فإن} \quad \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

لنأخذ الآن التفرق لكلا جزئي المعادلة الاخيرة من الجملة (22-2)  
ونضرب الناتج بـ  $\epsilon_0 c^2$  . نحصل على :

$$\epsilon_0 c^2 \cdot \text{div}(\text{rot } \vec{B}) = 0 = \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} + \epsilon_0 \cdot \text{div} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

وبالتعويض عن  $\epsilon_0 \text{div} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  في هذه المعادلة بقيمتها من المساواة  
نحصل على النتيجة المطلوبة

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{J} = 0$$

(c) ينتج من معادلات ماكسويل أن كل حقل كهرومغناطيسي يمكن تمييزه  
بكمون سلمي وكمون شعاعي ، وسنرمز لهذين المقدارين بـ  $\psi$  و  $\vec{A}$  .  
على الترتيب . ويكون الاول منهما تابعا سلميا والثاني تابعا شعاعيا  
للاحداثيات المكانية ، وفي حالة الحقول المتغيرة يتبعان كذلك  
الزمن . وهذان التابعان يرتبطان بالحقليين وفق المساواتين :

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\text{grad } \psi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \\ \vec{B} &= \text{rot } \vec{A} \end{aligned} \quad (22-3)$$

الصيحتين في الجملة SI . تستبدل في الجملة CGS فقط العلاقة  
بين  $E$  و  $\psi$  و  $\vec{A}$  ، لتصبح

$$\vec{E} = -\text{grad } \psi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

ولا تعرف المساواتان (22-3) فقط  $\psi$  و  $\vec{A}$  ، وانما يكمن فيهما

تأكيد على ان اعطاء اربع توابع فقط  $\psi$  ،  $A_x$  ،  $A_y$  ،  $A_z$   
يعين بشكل كامل التوابع الست  $E_x$  ،  $E_y$  ،  $E_z$  و  $B_x$  ،  $B_y$  ،  $B_z$  ،  
وذلك بشرط أن تحقق التوابع الاخيرة معادلات ماكسويل .

يبرهن على صحة هذا التأكيد بالتالي : من المعادلة الثالثة

للمجموعة (22-2) ووفقا للخاصتين التاليتين (أ) اذا كان  $\text{div } \vec{a} = 0$

في كل نقطة من الفضاء ، فان ذلك يؤدي الى وجود حقل شعاعيا  $\vec{b}(\vec{r})$

بحيث أن  $\vec{a}(\vec{r}) = \text{rot } \vec{b}(\vec{r})$



ويدعى الحقل الذي تفرقه معدوم بالحقل الأعصاري (الدوامي) . أي أن الحقل الأعصاري عبارة عن دوار حقل شعاعي آخر . ب) إذا كان  $\text{rot } \vec{a}(\vec{r}) = 0$  في كل نقطة من الفضاء ، فإن ذلك يؤدي الى وجود حقل سلمي  $\vec{f}(\vec{r})$  حيث  $\vec{a} = \text{grad } f$  ويدعى الحقل الذي يكون دواره معدوماً "بالحقل الكامن" . أي ان الحقل الكامن يعتبر تدرجا لحقل سلمي . اضافة الى ذلك يمكن ان يكون الحقلان  $\vec{b}(\vec{r})$  و  $\vec{f}(\vec{r})$  غير معدومين اذا كان الحقل  $a$  معدوماً .

ينتج مباشرة وجود كمون شعاعي  $\vec{A}(\vec{r})$  يحقق العلاقة الثانية من (22-3) . بادخال هذه العلاقة في المعادلة الثانية للجملة (22-2) ، وبتبديل نظام التفاضل بالنسبة للزمن والاحداثيات نحصل على :

$$\text{rot } \vec{E} = - \text{rot } \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0$$

أو

ومنه وفقا للخاصة (ب) ينتج وجود تابع سلمي من الشكل  $\varphi - (*)$  حيث

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = - \frac{\partial \varphi}{\partial r}$$

وهذه العلاقة مكافئة للمساواة الاولى (22-3) .

تتمتع الحقول الكامنة بخواص هامة ، حيث يمكن تغييرهم (تنويعهم) في حدود معينة دون أن يتغير في أثناء ذلك نفس الحقلان  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  . وعلى وجه الدقة يمكن أن نطرح من الكمون السلمي المشتق بالنسبة للزمن لتابع سلمي اختياري  $f(\vec{r}, t)$  ، وبنفس الوقت اضافة تدرج نفس التابع الاختياري الى الكمون الشعاعي . وتوصف الكمونات الحاصلة الجديدة نفس الحقل الكهروطيسي . ان الحديث عن الطرق المختلفة لاختيار الكمونات التي لاتغير الحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  يماثل الحديث عن الطرق المختلفة لمعايرة الكمونات . فالمعايرة تثبت باختيار التابع  $f(\vec{r}, t)$  ، ان صمود (ثبات) الحقول بالنسبة

(\*) توضع الإشارة السالبة امام  $\varphi$  ليصبح التعامل مع العلاقة اسهل وسوف نفهم القصد من ذلك لاحقا .

ل طرق المعاييرة المختلفة تدعى بخاصة التخرج أو الصمود المعايير .  
 تسمح هذه الخاصة باختيار الكمونات بشكل أكثر ملائمة ، أي بحيث  
 تصبح علاقات نظرية الحقل الكهروطيسي أكثر بساطة .  
 → لاثبات الصمود المعايير للحقل الكهروطيسي ، نحسب الحقلين  $\vec{E}'$   
 و  $\vec{B}'$  بواسطة الكمونين

$$\vec{A}' = \text{grad } \phi \quad , \quad \phi' = - \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

حيث  $\phi$  تابع اعتباطي لـ  $r$  و  $t$  . وفقاً لـ (22-3) يكون :

$$\vec{E}' = \text{grad } \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t} \text{grad } \phi = 0$$

$$\vec{B}' = \text{rot}(\text{grad } \phi) = \Delta \phi = 0$$

ومنه ( إضافة الى العلاقة الخطية بين الحقل والكمون ) ينتج مباشرة أن  
 الكمونين  $\phi - \frac{\partial \phi}{\partial t}$  و  $\vec{A}' + \text{grad } \phi$  يعينان نفس الحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  ،  
 كما هو في حالة كموني الانطلاق (الكمونين البدئيين)  $\phi$  و  $\vec{A}$  .  
 تشير امكانية التحويلات المعاييرة الى أن الكمونات خلافاً  
 للحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  لا تعتبر مقاديراً فيزيائية سليمة تماماً . مثلاً ،  
 لانستطيع الإشارة (حتى ولو بشكل مبدئي) الى طريقة لقياس الكمونين  
 $\phi$  و  $\vec{A}$  وذلك لعدم وحدانية قيم الكمونات .

د) لنعوض عبارتي الحقلين (22-3) بدلالة الكمونات في معادلات  
 ماكسويل (22-2) . نرى مباشرة أن المعادلتين الثانية والثالثة  
 تتحولان الى مطابقتين في هذه الحالة . وتصبح المعادلتان الاولى  
 والرابعة من الجملة (22-2) معادلات الحركة للكمونات :

$$\text{div} \left( - \text{grad } \phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = - \Delta \phi - \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \vec{A} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{A}) = - \Delta \vec{A} + \text{grad } \text{div } \vec{A} =$$

$$= \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{j} - \text{grad} \left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2}$$

ولقد استعملنا هنا المطابقتين :

$$\frac{\partial}{\partial r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \equiv \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\text{not not } \vec{b}(\vec{r}) = \text{grad} \cdot \text{div } \vec{b}(\vec{r}) = \Delta \vec{b}(\vec{r})$$

وأعدنا ترتيب  $\frac{\partial}{\partial r}$  و  $\frac{\partial}{\partial t}$  . لنختار الآن معادلة الكمونات بحيث تتحقق المساواة :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} + \text{div } \vec{A} = 0 \quad (22-4)$$

التي تدعى "بمعادلة لورانتز" . لندخل (22-4) في المعادلتين السابقتين فنجد أن معادلات الكمون من أجل المعادلة السابقة تأخذ

$$\begin{aligned} \Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} &= -\frac{1}{\epsilon_0} \rho \\ \Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} &= -\frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{j} \end{aligned} \quad (22-5)$$

وتكتب غالباً (22-5) اختصاراً بالشكل :

$$\begin{aligned} \square \varphi &= -\frac{1}{\epsilon_0} \rho \\ \square \vec{A} &= -\frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{j} \end{aligned} \quad (22-6)$$

حيث يعنى الرمز  $\square = \Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$  ، ويدعى بمؤثر دالامبير .

تأخذ المعادلتان (22-6) في الجملة CGS الشكل :

$$\square \varphi = -4\pi \rho \quad \square \vec{A} = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}$$

ونكون في حيلة عملنا هذا قد اقتنعنا بأن اختيار معادلة

لورانتز للكمونين  $\varphi$  و  $\vec{A}$  يعطي معادلتين لهما نفس التركيب الرياضي .

وهذا يعني أن طريقة الحل تكون واحدة . إن الشكل الموحد السابق

مريح لحل العديد من مسائل الالكتروديناميك . وهذا يشهد على فائدة

اسلوب دراسة خواص الحقل الكهربي بمساعدة الكمونات .

( E ) يستخلص من معادلات ماكسويل نتيجة هامة :

إن الحقل الكهربي قادر على التواجد في حالة غياب الشحن

والتيارات الكهربائية . وفي هذه الحالة تحمل ، حتماً ، تغير حالته

خاصة موجية . ويدعى مثل هذا الحقل بالأمواج الكهربية . وتنتشر

هذه الامواج في الخلاء دائما بسرعة الضوء .  
عند اختفاء الشحن والتيارات تكون  $\rho = 0$  و  $\vec{j} = 0$  ، وبالتالي  
تأخذ المعادلتان (22-6) الشكل :

$$\square \varphi = 0 \quad \square \vec{A} = 0$$

وتملكان حلا موجيا غير معدوم من الشكل :

$$\varphi = \varphi_0 \cdot e^{-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad , \quad \vec{A} = \vec{A}_0 \cdot e^{-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

وتعني  $\varphi_0$  هنا ثابتا سلميا اعتباريا ،  $\vec{A}_0$  و  $\vec{k}$  شعاعان ثابتان  
اعتباطيان  $\omega = c|\vec{k}|$  . ويحدد الحلان الموجيان  $\varphi$  و  $\vec{A}$  الحقلين  
الموجيين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  . وهذا ينتج من العلاقة (22-3) ومن الخاصة  
الأسية للتابع التي لاتغير شكلها في حالة التفاضل . إن علاقة المساواة  
بين سرعة الانتشار في الخلاء للأمواج الكهربية والضوء تنتج من  
قانون التشتت  $\omega = c|\vec{k}|$  .

لقد تكهن العالم ماكسويل لأول مرة بوجود الامواج الكهربية .  
وتوصل الى ذلك الاستنتاج بتحليل الخواص المصاغة ضمن معادلاته  
للحقل الكهربي . وأتى البرهان التجريبي على تكهنه عام 1888 أي  
بعد وفاته بتسع سنوات ، وذلك على يد العالم هرتز الذي لعبت تجاربه  
دورا حاسما في تاريخ تطور المعرفة لطبيعة الامواج الكهربية .

ثم التعامل اثناء دراستنا لايضاح الحقل الكهربي مع جملة  
عطالية ما . غير أنه من المعلوم أن الجمل العطالية المختلفة مكافئة  
لبعضها البعض (مبدأ النسبية) . وبالتالي فان معادلات ماكسويل يجب  
أن تتحقق في جميع جمل المقارنة العطالية ، وهذا ماتؤكدده مجموعة  
كبيرة من التجارب . ويملك هذا القانون الاساسي التقرير الآتي : إن  
الحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  حالهما في ذلك حال الكومنين  $\varphi$  و  $\vec{A}$  لايقيان  
ثابتين اثناء الانتقال من جملة عطالية الى اخرى ، وإنما تجري لهما  
تحويلات وفق قواعد محددة . لندرس تحويلات الحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$   
أثناء الانتقال من جملة مقارنة ساكنة الى جملة متحركة . وهذه الانتقالات  
جديرة بالاهتمام لأنها تظهر العلاقة المتبادلة بين الظواهر الكهربية  
والمغناطيسية .

يجب أن نشير منذ البداية إلى أن مبدأ نسبية انشتين وليس

مبدأ نسبية غاليليه هو الذي يطبق في حالة الحقول الكهروستاتيكية ،  
ويكفي أن نتذكر هنا أن الامواج الكهروستاتيكية تنتشر في جميع الجمل  
العطالية بنفس السرعة  $c$  .

لندرس الانتقال من الجملة الساكنة  $K$  الى الجملة المتحركة  
 $K'$  التي تكتب تحويلات لورانتز فيها بالشكل :

$$t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} , \quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} , \quad y' = y , \quad z' = z$$

حيث  $v$  سرعة الحركة النسبية لجمليتي المقارنة . تعطى في هذه  
الحالة تحويلات الحقل بالشكل :

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x , & B'_x &= B_x \\ E'_y &= \frac{E_y - vB_z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} , & B'_y &= \frac{B_y + \frac{vE_z}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ E'_z &= \frac{E_z + vB_y}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} , & B'_z &= \frac{B_z - \frac{vE_y}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \quad (22-7)$$

وفي الحالة العامة :

إذا كان  $\vec{E}_{||}$  و  $\vec{B}_{||}$  موازيين للسرعة  $\vec{v}$  ، فإن :

$$E'_{||} = E_{||} , \quad B'_{||} = B_{||}$$

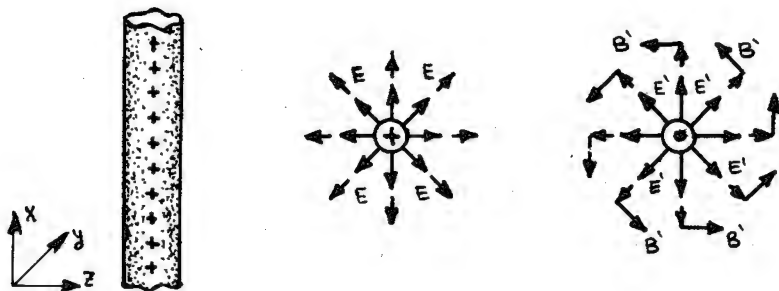
وإذا كان  $\vec{E}_{\perp}$  و  $\vec{B}_{\perp}$  معامدين لـ  $\vec{v}$  ، فإن :

$$\vec{E}'_{\perp} = \frac{(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})_{\perp}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} , \quad \vec{B}'_{\perp} = \frac{(\vec{B} - \frac{\vec{v} \wedge \vec{E}}{c})_{\perp}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

وتتنسب المركبات التي مهت بفتحة الى الجملة  $K'$  ، والتي بدون  
فتحة الى الجملة  $K$  .

إن استخراج العلاقات (22-7) يتم في اطار النسبية الخاصة ،  
لذلك سنوضح هنا كيفية التعامل معهم على مثال بسيط . لنفرض وجود  
اسطوانة لامتناهية في الطول مشحونة بانتظام بشحنة موجبة وذلك  
في الجملة  $K$  (ممثلة الى يسار الشكل 6.2) . من معطيات التناظر  
يرى بوضوح أن هذه الاسطوانة سوف تدفع بالجسيمات المشحونة ايجابيا

في اتجاهات معامدة لمحور الاسطوانة ، وبالتالي فان الحقل الكهربائي  $\vec{E}$  الذي تولده الاسطوانة يكون متجها بشكل معامد لمحور الاسطوانة وفق المستقيمت المارة من ذلك المحور (الجزء الوسطي من الشكل 6.2). لنوجه المحور  $x$  وفق محور الاسطوانة . عندئذ تكون المركبتان  $E_y$  و  $E_z$  غير معدومتين . لنجري التحويلات (22-7) . نلاحظ من تلك التحويلات أنه في الجملة  $K'$  المتحركة بالسرعة  $\vec{V}$  وفق المحور  $x$  يبرز حقلا مغناطيسيا مركباه  $B'_y$  و  $B'_z$  غير معدومتين ، بحيث أن  $\vec{B}' \cdot \vec{E}' = 0$  . وهذا يعني أنه في كل نقطة يكون  $\vec{B}'$  متجها وفق مماس الدائرة المارة



شكل 6.2

من تلك النقطة والتي ينطبق مركزها على محور الاسطوانة (الجزء الايمن من الشكل 6.2) . والفكرة الفيزيائية لنشوء هذا الحقل هو أن الشحن المتحركة (في الجملة  $K'$ ) تشكل تيارا كهربائيا ، وهذا التيار المستقيم يولد حوله حقلا مغناطيسيا دورانيا . وبالبضبط هذا هو الحقل الذي نحصل عليه بالتحويلات (22-7) . ويلاحظ ايضا أن الحقل الكهربائي  $\vec{E}'$  يزداد بمقدار  $1/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$  مرة . وهذه الزيادة توضح بازدياد كثافة الشحنات الكهربائية في الجملة  $K'$  وفقا لعلاقات التحويل التالية :

$$\epsilon' = \frac{\epsilon - \frac{v}{c^2} j_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} , \quad j'_x = \frac{j_x - \epsilon v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (22-8)$$

$$j'_y = j_y , \quad j'_z = j_z$$

حيث  $\epsilon$  ،  $j$  كثافتا الشحنة والتيار في الجملة  $K$  ، و  $\epsilon'$  ،  $j'$  كثافتهما في الجملة  $K'$  على الترتيب .

نشير الى أن التحويلات (22-7) تمزج بين الحقلين الكهربائي والمغناطيسي ، كما هو الحال في تحويلات لورانتز الزمانية والمكانية . فكل من الحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  يعبر عنه بدلالة  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  . وهذا يشهد على الطبيعة الواحدة للحقول الكهربائية والمغناطيسية . فكل منهما على حده لا يملك معنى مطلقا : فالحديث عن الحقل الكهربائي أو الحقل المغناطيسي ممكن فقط بإشارة حتمية الى جملة الاحداثيات التي تتم فيها الدراسة .

ينتج من العلاقات (22-7) أن ظهور الحقل  $\vec{B}$  يعتبر مفعولا نسبويا . ففي الحدود اللانسبوية ، أي عندما  $\frac{v}{c} \rightarrow 0$  يختفي الحقل  $\vec{B}$  . تعتبر الطبيعة النسبوية للمغناطيسية حقيقة فيزيائية عامة ، وذلك لعدم وجود شحن مغناطيسية .

غير أنه على خلاف العديد من الظواهر النسبية ، يمكن بسهولة اكتشاف المغناطيسية . ويرتبط سبب هذه السهولة بأن الحقل المغناطيسي يمكن توليده بواسطة عدد هائل من الشحنات المتحركة . وبالتالي يكون للحقل المغناطيسي الذي يولده التيار الكهربائي قيمة ملحوظة . وبفضل ذلك لعبت الظواهر المغناطيسية دورا هاما في تاريخ تطور الفيزياء ، وكانت دراسة الكهربية ذلك الطريق الذي أدى الى اكتشاف مبدأ النسبية على يد العالم انشتين .

### 23 - الاندفاع ، الطاقة ، عزم الاندفاع للحقل الكهريطيسي .

1- يتمتع الحقل الكهريطيسي مثله في ذلك مثل جميع الاشكال النضادية باندفاع وطاقة وعزم اندفاع . وتكون هذه المقادير محفوظة من اجل الحقول المعزولة . وتحقق شروط العزل اذا كانت الشحن الكهربائية والتيارات معدومة في مجال تواجد الحقل . ويعتبر انحفاظ الاندفاع والطاقة وعزم الاندفاع نتائج لتجانس المكان والزمن وتماثل مناحي الفضاء . وعند وجود تأثير متبادل بين الحقل الكهريطيسي والشحن والتيارات ، فإن المجموع الكلي لاندفاعات الحقل الكهريطيسي والجسيمات المشحونة يكون محفوظا .

وبما أن الحقل يشغل دائما جزءا من الفضاء ، فإن الاندفاع والطاقة وعزم الاندفاع تميز بقيمهم النوعية . وتحدد هذه القيم المقادير الفيزيائية الموافقة والمنسوبة الى واحدة الحجم في النقطة المعطاة

من الفضاء . وتدعى القيم النوعية للمقادير السابقة بكثافة الاندفاع وكثافة الطاقة وكثافة عزم الاندفاع وسوف نرمز لهم على الترتيب بـ  $\vec{g}$  و  $w$  و  $\vec{t}$  . ويعتبر كل من هذه المقادير تابعا للزمن ولموضع النقطة في الفضاء  $\vec{r}$  . وهكذا تحدد  $\vec{g}(\vec{r}, t)$  قيمة اندفاع الحقل في اللحظة  $t$  وفي واحدة الحجم المحيطة بالنقطة  $\vec{r}$  .

تحدد كثافات الاندفاع والطاقة وعزم الاندفاع للحقل بشكل نمطي (معياري) . ففي كل حجم لامتناه في الصغر يملك الحقل اندفاعا وطاقة وعزم اندفاع ، وتكون قيمها على الترتيب  $\vec{g}(\vec{r}, t) \cdot dV$  ،  $w(\vec{r}, t) \cdot dV$  و  $\vec{t}(\vec{r}, t) \cdot dV$  ، ونحصل على القيم الكاملة للمقادير المذكورة بجمع قيمها التفاضلية ، أي باجراء التكاملات التالية :  $\int \vec{g}(\vec{r}, t) \cdot dV$  ،  $\int w(\vec{r}, t) \cdot dV$  و  $\int \vec{t}(\vec{r}, t) \cdot dV$  .

وتحذف غالبا كتابة متحولات القيم النوعية  $\vec{g}$  ،  $w$  و  $\vec{t}$  وذلك للاختصار في الكتابة (كما هو الحال في الحقليين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$ ) .  
2- تعطى كثافة اندفاع الحقل الكهربي (في الجملة الدولية)

$$\vec{g}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 (\vec{E} \wedge \vec{B}) \quad \text{بالعبارة :} \quad (23-1)$$

(ويظهر في الجملة CGS الثابت  $\frac{1}{4\pi c}$  في مكان  $\epsilon_0$ ) . وهكذا يعطى الاندفاع الكلي  $\vec{P}$  للجسيمات المشحونة والحقل الكهربي في الجملة SI بالعلاقة :

$$\vec{P} = \sum_i \vec{P}_i + \int \epsilon_0 \vec{E} \wedge \vec{B} \cdot dV$$

حيث يتم الجمع هنا لاندفاعات ( $\vec{P}_i$ ) جميع الجسيمات المشحونة ، ويؤخذ التكامل على حجم الفضاء ككل . ينتج انحفاظ الاندفاع  $\vec{P}$  مباشرة من معادلات ماكسويل-لورانتز . ويلاحظ من (23-1) أن كثافة الحقل الكهربية مختلفة عن الصفر فقط في تلك النقاط التي يتواجد فيها الحقلا  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  معا ، بشرط ألا يكونا متوازيين .

تكون كثافة اندفاع الحقل للاسطوانة المشحونة الموصوفة في الفقرة 22 ، معدومة في كل نقطة من الجملة  $K$  ، ذلك وفقا للعلاقة (23-1) (لأن الناقل ساكن) . وتكون متجهة وفق سرعة حركة الشحنات في الجملة  $K'$  (الناقل متحرك في  $K'$ ) .



3 - تعطى كثافة الطاقة للحقل الكهرومغناطيسي  $w(\vec{r}, t)$  (في الجملة SI)، بالعلاقة :

$$w(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} (\epsilon_0 E^2 + \epsilon_0 c^2 B^2) \quad (23-2)$$

(في الجملة CGS يصبح الثابت لكل من  $E^2$  و  $B^2$  مساويا  $\frac{1}{8\pi}$ ). تبين العلاقة (23-2) أن كثافة الحقل الكهرومغناطيسي مجموع جزئين جزء كهربائي وجزء مغناطيسي. وتكون هذه الطاقة غير معدومة وموجبة في جميع النقاط التي يتواجد فيها حقل واحد على الأقل من الحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$ . ويدعى المقدار  $\frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$  بكثافة الطاقة الكهربائية والمقدار  $\frac{1}{2} \epsilon_0 c^2 B^2$  بكثافة الطاقة المغناطيسية في الجملة SI. إن تناقص الطاقة الكلية للحقل في واحدة الزمن يساوي الاستطاعة التي يمنحها الحقل اثناء تأثيره على الشحنة. وتكون هذه الاستطاعة في الحجم  $dV$  مساوية للجداء السلمي للقوة المطبقة على الشحنات المحصورة في الحجم  $dV$  في اللحظة الزمنية من قبل الحقل، في سرعة حركة هذه الشحنة ( $\vec{v}$ ). ونحصل وفقا لعبارة قوة لورانتز المطبقة على شحنة محصورة ضمن حجم لامتناه في الصغر (أي  $dV$ ) :

$$d\vec{F} = (q dV) \vec{E} + q dV (\vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\vec{f} = \frac{d\vec{F}}{dV} = q \vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}$$

والتي تدعى عادة بقوة أمبير، نحصل على عبارة الاستطاعة :

$$(\vec{f} \cdot \vec{v}) dV = q (\vec{E} \cdot \vec{v}) dV + [\vec{v} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{B})] dV = q \cdot \vec{v} \cdot \vec{E} dV$$

وذلك لأن  $\vec{v} \cdot (\vec{v} \wedge \vec{B}) = 0$  ومتوازيان. وبمساعدة المساواة :  $\vec{v}(\vec{r}, t) = q \cdot \vec{v}$

$$(\vec{f} \cdot \vec{v}) dV = (\vec{v} \cdot \vec{E}) dV$$

وإذا قمنا بإجراء التكامل وفق الفضاء، فإننا نحصل على مساواة تعبر عن قانون انحفاظ الطاقة للجملة الفيزيائية المؤلفة من جسيمات مشحونة وحقل كهرومغناطيسي :

$$-\frac{d}{dt} \int w dV = -\frac{d}{dt} \left\{ \frac{1}{2} [\epsilon_0 E^2 + \epsilon_0 c^2 B^2] dV \right\} = (\vec{E} \cdot \vec{j}) dV \quad (23-3)$$

لكي نستطيع أن نراقب انتقال طاقة الحقل الكهرومغناطيسي في الفضاء ندخل مفهوم تدفق الطاقة الكهرومغناطيسية  $\vec{\Pi}(\vec{r}, t)$ . يتجه هذا الشعاع في جهة انتقال الطاقة، ويساوي بقيمته المطلقة الطاقة التي يحملها الحقل في واحدة الزمن خلال واحدة المساحات الموجهة بشكل معامد للتدفق. ويدعى شعاع تدفق الطاقة بشعاع باونتنگ. ويقاس في الجملة SI بواحدات جول / م<sup>2</sup>. ثانية (Joules/m<sup>2</sup>.s) ويساوي فولت / م<sup>2</sup>، (في الجملة CGS يقاس بالارغة / سم<sup>2</sup>. ثانية = Arg/cm<sup>2</sup>.s).

يعتبر شعاع باونتنگ (خلافًا للتدفق التكاملي للحقل الشعاعي خلال السطح) مقداراً موضعياً من نوع التدفقات الحركية. ويكتب شعاع باونتنگ في الجملة الدولية بالشكل :

$$\vec{\Pi} = \epsilon_0 c^2 (\vec{E} \wedge \vec{B}) \quad (23-4)$$

(في الجملة CGS يكون  $\vec{\Pi} = \frac{c}{4\pi} (\vec{E} \wedge \vec{B})$ ).

وتكون في مجالات الفضاء التي لا تحوي شحناً وتيارات (أي عندما  $\rho = 0$  و  $\vec{j} = 0$ ) كثافة طاقة الحقل الكهرومغناطيسي  $w$  مرتبطة بشعاع تدفقها  $\vec{\Pi}$  بمعادلة الاستمرارية :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial \vec{\Pi}}{\partial r} = 0 \quad (23-5)$$

وتعتبر هذه المعادلة العبارة الموضعية لقانون انحفاظ طاقة الحقل الكهرومغناطيسي في حالة غياب الشحن. وهي تعبر عن دعوى بونتنگ. وتشبه هذه الدعوى تماماً معادلة الاستمرارية :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = 0$$

لكي نوضح الفكرة الفيزيائية لدعوى باونتنگ نكمل (23-5) وفق الحجم  $V$  المحدد بسطح اختياري  $S$ . ونستعمل هنا دعوى غـروس استراغرادسكي، فنحصل على :

$$-\frac{\partial}{\partial t} \int_V w \, dv = \oint_S (\vec{\Pi} \cdot d\vec{s}) = \oint_S \Pi_n \, ds$$

ونرى أن تناقص طاقة الحقل في الحجم  $V$  وفي واحدة الزمن اثناء غياب الشحن يساوي التدفق التكاملي للطاقة خلال سطح ذلك الحجم.

نشير الى أن قانون انحفاظ الطاقة الوارد في الصيغة (23-5) صحيح من اجل جميع الامواج اللامتخامدة مهما كانت طبيعتها . وقد حصل العالم أومف على المعادلة السابقة لأول مرة من اجل الامواج الصوتية .

نلاحظ بمقارنة (23-1) و (23-4) أن :

$$\vec{\pi} = c^2 \vec{g} \quad (23-6)$$

وسنبين أن مثل هذه المساواة توجد بين كثافة تدفق الطاقة وكثافة الاندفاع في حزمة الجسيمات النسبية الحرة . لنفرض أن سرعة حركة الجسيمات تساوي  $c$  ، ولنفرض أن كثافة الجسيمات في الحزمة تساوي  $n$  . عندئذ يكون عدد الجسيمات التي تخترق واحدة المساحات المعامدة لـ  $\vec{c}$  والموجودة ضمن الحزمة في واحدة الزمن تساوي  $n \vec{c}$  . اذا كانت طاقة جسيمة واحدة تساوي  $\epsilon$  فان كثافة تدفق الطاقة في الحزمة تساوي  $\vec{\pi} = n \epsilon \vec{c}$  . لنستعمل الآن العلاقة الرابطة بين اندفاع الجسيمة النسبية  $\vec{p}$  وطاقتها  $\epsilon$  والتي تكتب بالشكل :

$$c^2 p = \epsilon$$

$$\vec{\pi} = c^2 n \vec{p} \quad \text{عندئذ يكون :}$$

ومن الواضح أن الشعاع  $n \vec{p}$  يمثل كثافة الاندفاع في الحزمة ، وهذا ما توصلنا اليه في العلاقة (23-5) .

تبين التجربة أن معادلات ماكسويل يُسمح بتعميمها على المجال الكوانتي . ويعتبر الحقل الكهرطيسي جملة جسيمات كوانتية فوق نسبية (سرعة كل منها يساوي  $c$ ) أي فوتونات . ويلاحظ أن العلاقة (23-5) تتفق مع الخاصة الكوانتية للحقل الكهرطيسي .

إن الاكتشاف التجريبي لكثافة الاندفاع وكثافة تدفق طاقة الحقل الكهرطيسي تم على يد العالم ليبف 1900 ، وذلك بقياس ضغط الضوء . نوضح فيما يلي مفهوم هذا الضغط : نفرض أن الضوء يرد ناظميا على واحدة المساحات التي تمتصه . إن الاندفاع الذي يمنح لواحدة المساحات في واحدة الزمن يساوي الى اندفاع الامواج الضوئية الموجودة في حجم متوازي مستطيلات قائم قاعدته تساوي واحدة المساحات المعطاة وارتفاعه يساوي سرعة الضوء  $c$  (بفرض أن الضوء ينتشر في

(الخلا). إن الاندفاع الممنوح للسطح المذكور يساوي  $\vec{g} c = \frac{\vec{\pi}}{c}$  حيث  $\vec{g}$  و  $\vec{\pi}$  كثافة الاندفاع وكثافة تدفق الطاقة في الحزمة الضوئية . واستنادا الى القانون الثاني لنيوتن يحدد هذا المقدار القيمة المطلقة للقوة المطبقة على ذلك السطح . وبما أن مساحة السطح تساوي الواحد فهذا يعني ان القيمة السابقة ليس الا ضغط الضوء على السطح

$$\vec{P} = \vec{g} c = \frac{\vec{\pi}}{c} \quad (23-7)$$

ينتج مما تقدم أن قياس  $\vec{P}$  يعطي امكانية تحديد كثافة الاندفاع وكثافة تدفق الطاقة في الحزم الضوئية .

إن ضغط الضوء الطبيعي صغير بشكل غير عادي . مثلا تكون قيمة ضغط ضوء الشمس على مساحة جيدة الامتصاص من سطح الارض تساوي تقريبا  $3,7 \cdot 10^{-8}$  ملم من الزئبق . وهي اقل من قيمة الضغط الجوي بحوالي احدى عشرة مرتبة تقريبا .

لايلعب ضغط الضوء أي دور محسوس في الظواهر التي نصادفها في حياتنا العادية . غير أن هذا الدور ينمو بشدة في مقاييس الجمل الفلكية والمجهرية . وهكذا فان الجاذبية المادية للطبقات الخارجية من مادة اي نجم نحو مركزه يتوازن مع قوة يلعب فيها ضغط الضوء الوارد من مركز النجم الى قشرته دورا هاما . ويبرز ضغط الضوء في العالم المجهرى ، مثلا، بظاهرة الارتداد الضوئي الذي تعانيه الذرة المهيجة اثناء اصدارها للضوء .

تعتبر كثافة اندفاع الحزمة الضوئية ، التي نحصل عليها بقسمة الضغط الضوئي على  $c$  قيمة صغيرة جدا . مثلا ، الضغط الذي قيمته  $3,7 \cdot 10^{-8}$  ملم زئبق يسبب كثافة للاندفاع قدرها  $1,7 \cdot 10^{-14}$  كغ/م<sup>2</sup> . ثا . غير أن كثافة تدفق الطاقة الضوئية خارج حدود الغلاف الجوي (الأموسفير) يمكن اكتشافها بسهولة ( حيث أنها اكبر عدديا ب  $10^{17}$  مرة من كثافة تدفق اندفاع الحزمة الضوئية ) . مثلا ، تساوي القيمة المطلقة لشعاع باونتنغ للأشعة الشمسية على سطح الارض حوالي  $1,5 \cdot 10^3$  واط/م<sup>2</sup> (  $\text{Watt/m}^2$  ) . يبرز تدفق الطاقة التي لها مثل هذه الكثافة ، مثلا ، بارتفاع درجة حرارة الاجسام المعرضة لضوء الشمس .

4 - يعبر عن كثافة عزم اندفاع الحقل الكهربيسي بدلالة كثافة

اندفاع الحقل، وفق القاعدة المعروفة من الميكانيك :

$$\vec{\ell} = \vec{r} \wedge \vec{g} \quad (23-8)$$

حيث ترمز  $\vec{r}$  الى نصف القطر الشعاعي للنقطة التي تحدد فيها قيمة  $\vec{\ell}$  . وتتؤخذ قيمة  $\vec{g}$  ايضا في تلك النقطة .

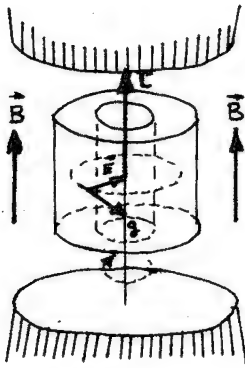
ينتج من (23-1) و (23-8) العلاقة (في الجملة الدولية) :

$$\vec{\ell} = \epsilon_0 (\vec{r} \wedge \vec{E} \wedge \vec{B}) \quad (23-9)$$

( ويستبدل الثابت في الجملة CGS بـ  $\frac{1}{4\pi c}$  ) .

نعرض تجربة تؤيد نتائجها وجود عزم الاندفاع للحقل الكهرومغناطيسي .

لندرس المجموعة المعروضة على الشكل 6.3 ، والمؤلفة من مكثفة اسطوانية موضوعة في حقل مغناطيسي متجانس  $\vec{B}$  ، بشكل يوازي فيه محور المكثفة (يمكن للمكثفة أن تدور حول هذا المحور) . وتتألف المكثفة الاسطوانية من اسطوانتين معدنيتين



شكل 6.3

متمحورتين ، تعتبران لبوسي المكثفة . ويمكن في بعض الحالات وضع مادة عازلة بين اللبوسين . اذا كان ارتفاع اللبوسين اكبر بكثير من المسافة الفاصلة بينهما ، فان الحقل الكهربائي يكون بين اللبوسين عند شحن المكثفة قطريا (أي ينطبق على اقطار المقاطع المعامدة لمحور الاسطوانة) ، وذلك باستثناء المنطقة المجاورة لنهايتي المكثفة . يعرض الشكل 6.3 توجيه الحقل  $\vec{E}$  الموافق لحالة

شحن اللبوس الخارجي للمكثفة بشحنة موجبة ، والداخلي بشحنة سالبة . ويفترض أن الحقل الكهرومغناطيسي الناشئ ثابت مع مرور الزمن . وتكون وفقا للعلاقة (23-1) كثافة اندفاع الحقل في كل نقطة موجهة وفق المماس للدائرة المارة من النقطة المعطاة والتي ينطبق مركزها على محور المكثفة .

نلاحظ بغض النظر عن ثبات الحقل، أن كثافة الاندفاع تدور دائما على محيط دوائر اللبوسين متحدتي المحور . غير أن الاندفاع الكلي للحقل يكون معدوما ، وذلك لأن كل شعاع  $\vec{g}$  يقابله شعاع آخر معاكس له في الاتجاه ومساوي له في القيمة المطلقة . وبالتالي لا يؤدي دوران

كثافة الاندفاع الى أي مفعول ملاحظ . وتبقى الجملة ككل ساكنة مادامت المكثفة مشحونة . وتبدأ هذه المكثفة بالدوران عند تفريغها ، والسبب في ذلك هو الآتي : تولد كثافة الاندفاع الدوارة عزم اندفاع  $\vec{L}$  للحقل . ويكون هذا العزم موجهاً وفق محور المكثفة (الشكل 6.3) . وعند تفريغ المكثفة يسعى  $\vec{L}$  الى الصفر ، غير أن قانون انحفاظ عزم الاندفاع يتطلب ثبات  $L + L'$  حيث  $L'$  العزم الميكانيكي للمكثفة . واضح الآن أن عملية تفريغ المكثفة ترافق بمنح العزم  $\vec{L}$  لهذه المكثفة التي تبدأ بالدوران . فإذا كان عزم العطالة للمكثفة يساوي  $I_0$  فإنها تدور بسرعة زاوية  $\omega = L / I_0$  .

يبين المفعول الدروس أننا أن مفهوم عزم الاندفاع للحقل الكهرطيسي يبرز بوضوح حتى في حالة الحقول الثابتة مع الزمن . ويلعب هذا المقدار دوراً هاماً عندما نتعامل مع الحقول المتغيرة . إلا أن تأثير هذا المفعول في ظواهر حياتنا العادية قليل جداً ، وتكمن في ذلك صعوبة اكتشافه تجريبياً في الحالات العادية . وقد أمكن في الخمسينات من القرن الحالي فقط اجراء مثل هذه القياسات . ويتلخص المفعول المكتشف في منح عزم اندفاع الضوء الى صفيحة من الكوارتز يعبرها ذلك الضوء ، وادى ذلك الى دوران مستوي استقطاب الضوء الذي لوحظ بشكل مباشر .

يلعب عزم الاندفاع حاله في ذلك حال الاندفاع دوراً هاماً في الظواهر الفلكية والمجهريه . حيث أنه من الممكن أن يرافق اصدار الضوء من الذرة بتغير عزم اندفاع السحابة الالكترونية ، وهذا التغير يقارب بمرتبه العزم الكلي للذرة .

## مسائل وتطبيقات

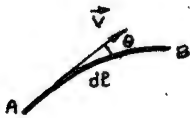
1 - برهن ان تجوال شعاع التدرج على طول محيط (كنتور) مغلق

$$L_A^B = \int_A^B \vec{V} \cdot d\vec{\ell} = \int_A^B (V \cos \theta) d\ell$$

معدوم . حيث  $\vec{V} = \text{grad } S$  ، و  $S$  تابع سلمي .

$$L_A^B = \int_A^B \left( \frac{\partial S}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial S}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial S}{\partial z} \vec{k} \right) \cdot (dx \vec{i} + dy \vec{j} + dz \vec{k})$$

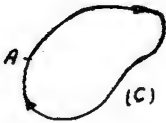
عندئذ :



حيث  $dx$  ،  $dy$  ،  $dz$  مركبات عنصر الطول

$$L_A^B = \int_A^B \left( \frac{\partial S}{\partial x} dx + \frac{\partial S}{\partial y} dy + \frac{\partial S}{\partial z} dz \right) = \int_A^B dS = S_B - S_A$$

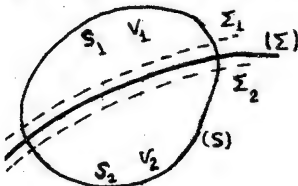
ويكون في حالة كنتور مغلق :



شكل 1-1

$$\oint_C \text{grad } S \cdot d\vec{\ell} = 0$$

2 - اذا كانت مركبات الشعاع  $\vec{A}$  مستمرة وقابلة للاشتقاق، فان



$$\oint_S \vec{A} \cdot d\vec{s} = \int_V \text{div } \vec{A} \cdot dV$$

حيث  $S$  السطح المحدد للحجم  $V$  . برهن أن :

$$\Phi = \oint_S \vec{A} \cdot d\vec{s} = \int_V \text{div } \vec{A} \cdot dV + \int_{\Sigma} (A_{n_2} - A_{n_1}) d\Sigma$$

في حالة وجود انقطاع (عدم استمرار) وفق السطح  $\Sigma$  (الشكل 2-1) ، حيث  $A_{n_1}$  و  $A_{n_2}$  المركبتان النازميتان للشعاع  $\vec{A}$  الى جانبي الانقطاع .

استنتج مما تقدم الشرط اللازم والكافي حتى يكون التدفق محفوظا .

- نقوم بحساب تدفق الشعاع  $\vec{A}$  عبر سطح مغلق  $S$  . من اجل

ذلك نعتبر سطحين  $\Sigma_1$  و  $\Sigma_2$  مجاورين بشكل مباشر للسطح  $\Sigma$  ونحسب تدفق  $\vec{A}$  خلال السطح  $(\Sigma_1 + S_1)$  الذي يحدد الحجم  $V_1$  ، والتدفق

عبر  $(\Sigma_2 + S_2)$  الذي يحدد الحجم  $V_2$  .



ان التدفق عبر السطح  $S_1 + \Sigma_1$  الذي يحده الحجم  $V_1$  :

$$\Phi_1(S_1) + \Phi_1'(\Sigma_1) = \int_{V_1} \text{div } \vec{A} \cdot dV$$

والتدفق عبر السطح  $S_2 + \Sigma_2$  الذي يحده الحجم  $V_2$  :

$$\Phi_2(S_2) + \Phi_2'(\Sigma_2) = \int_{V_2} \text{div } \vec{A} \cdot dV$$

بما أن السطحين  $\Sigma_1$  و  $\Sigma_2$  لامتناهيان في التجاور مع  $\Sigma$  فان :

$$\Phi_1 + \Phi_1' + \Phi_2 + \Phi_2' = \int_V \text{div } \vec{A} \cdot dV$$

حيث  $V$  هو الحجم للمحدد بالسطح  $S$  . أو



$$\Phi_1' = \int_{\Sigma} A_{n_1} \cdot d\Sigma \quad , \quad \Phi_2' = - \int_{\Sigma} A_{n_2} \cdot d\Sigma$$

بما أن

$$\Phi_1 + \Phi_2 = \Phi = \int_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

شكل 2-2

يكون

$$\Phi = \int_V \text{div } \vec{A} \cdot dV + \int_{\Sigma} (A_{n_2} - A_{n_1}) \cdot d\Sigma \quad (\text{دعوى غرين})$$

وهكذا يكون تدفق الشعاع  $\vec{A}$  محفوظا ، اذا كان  $\Phi = 0$  خلال سطح مغلق أي كان شكله . فالشرط اللازم والكافي هو  $\text{div } \vec{A} = 0$  و  $A_n$  مستمر .

3- برهن أن  $\frac{\partial}{\partial r} \wedge \frac{\partial f}{\partial r} = 0$  وانها مكافئة لـ  $\text{rot grad } f = 0$  .

- يمكن استخدام التشابه الشعاعي :

$$\vec{A} \wedge (\vec{A} \nabla f) = (\vec{A} \wedge \vec{A}) \nabla f = 0$$

يطلب الى القارئ أن يتحقق من ذلك باستخدام المركبات .

$$\text{div rot } \vec{h} = 0 \quad 4- \text{ برهن أن}$$

- بالتشابه مع الجداء المختلط يكون :

$$\vec{A} \cdot (\vec{A} \wedge \vec{h}) = 0$$

ملاحظة : يجب أن نكون حذرين اثناء استخدام التشابه بين العلاقات الشعاعية والمؤثرات ، ذلك لأن المؤثر لايمكن استبداله بكل

بساطة بشعاع . لنأخذ العبارة التالية مثلا :  $\frac{\partial}{\partial r} \wedge (\frac{\partial}{\partial r} \wedge \vec{h})$

ان التماثل مع العمليات الشعاعية يسمح لنا بكتابة المساواة :

$$\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C} \cdot (\vec{A} \cdot \vec{B})$$

إذا قمنا باستبدال  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  ب  $\frac{\partial}{\partial r}$  و  $\vec{C}$  ب  $\vec{h}$  لوجدنا :

$$\frac{\partial}{\partial r} \wedge (\frac{\partial}{\partial r} \wedge \vec{h}) = \frac{\partial}{\partial r} \cdot (\frac{\partial}{\partial r} \cdot \vec{h}) - \vec{h} \cdot (\frac{\partial}{\partial r} \cdot \frac{\partial}{\partial r})$$

وهذه النتيجة غير صحيحة لأن الحد الأول في التعبير هو شعاع والحد الثاني هو موثر ، والشكل الصحيح هو :

$$\frac{\partial}{\partial r} \wedge (\frac{\partial}{\partial r} \wedge \vec{h}) = \frac{\partial}{\partial r} \cdot (\frac{\partial}{\partial r} \cdot \vec{h}) - \frac{\partial^2}{\partial r^2} \vec{h}$$

ما يمكن التحقق منه باستخدام المركبات .

5- ليكن الحقلان  $\psi$  و  $\phi$  . هل الجداء التالي  $(\frac{\partial}{\partial r} \psi \wedge \frac{\partial}{\partial r} \phi)$

معدوما أم لا ؟

- بما أن  $\psi$  و  $\phi$  حقلان سلمييان ومستقلان ، فإن الشعاعيين  $\frac{\partial \psi}{\partial r}$  و  $\frac{\partial \phi}{\partial r}$  غير متوازيين . ومنه :

$$(\frac{\partial \psi}{\partial r} \wedge \frac{\partial \phi}{\partial r}) \neq 0$$

6- بين أن نظرية امبير يمكن أن تكتب في حالة الحقول المستقرة

بالشكل :

$$\text{rot } \vec{B} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{j}$$

حيث  $\vec{j}$  كثافة شعاع التيار .

- تسمح لنا دعوى ستوكس بكتابة المساواة :

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \int_S (\text{rot } \vec{B}) \cdot d\vec{s}$$

حيث أن  $S$  السطح الاختياري الذي يستند الى المحيط  $L$  .

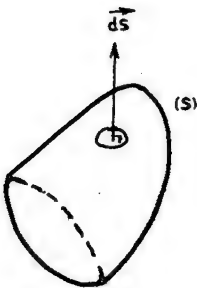
تعطى نظرية امبير بالعلاقة :

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} I$$

ونستطيع أن نكتب انطلاقا من تعريف كثافة التيار . شكل 6-1

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{s} \quad \text{العلاقة :}$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = \int_S \text{rot } \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_S \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{j} \cdot d\vec{s} \quad \text{ومنه :}$$



وهذه العلاقة صحيحة من أجل أي سطح اختياري يستند إلى المحيط  $L$ .

$$\text{وبالتالي: } \text{rot } \vec{B} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{j}$$

7- نعتبر سطحاً اختيارياً مغلقاً  $S$  موجوداً في حقل مغناطيسي منتظم. بين أن  $\text{div } \vec{B} = 0$ . اذكر أيضاً فيزيائياً لهذه النتيجة. استنتج أن  $\vec{B}$  يشتق من كمون شعاعي  $\vec{A}$  حيث  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ . - تسمح لنا دعوى استروغرادسكي بكتابة:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_V \text{div } \vec{B} \cdot dV$$

وبما أن الحقل المغناطيسي منتظم يجب أن يكون تدفقه خلال أي سطح مغلق محفوظاً، أي أن

$$\int_V \text{div } \vec{B} \cdot dV = 0$$

$$\text{ومنه } \text{div } \vec{B} = 0$$

- لتأكد تحليلياً من أن  $\text{div } \vec{B} = 0$

من المساويات

$$\text{div } \vec{B} = \text{div}(\int d\vec{B}) = \int \text{div}(d\vec{B})$$

حيث  $d\vec{B}$  يعطى بقانون بيو وسافار:  $d\vec{B} \sim d\vec{\ell} \wedge \frac{\vec{u}}{r^2}$

$$\text{div}(d\vec{B}) \sim \text{div}\left(d\vec{\ell} \wedge \frac{\vec{u}}{r^2}\right) = \frac{\vec{u}}{r^2} (\text{rot } d\vec{\ell}) - d\vec{\ell} \cdot \text{rot} \frac{\vec{u}}{r^2} =$$

$$= 0 - d\vec{\ell} \cdot \text{rot} \frac{\vec{u}}{r^2} = -d\vec{\ell} \cdot \text{rot grad}\left(-\frac{1}{r}\right) = 0$$

حيث  $\vec{u}$  شعاع الوحدة، و  $d\vec{\ell} \neq 0$ .

ومنه  $\text{div } \vec{B} = 0$ .

- بما أن  $\text{div } \vec{B} = 0$  فإن  $\vec{B}$  يشتق من كمون شعاعي  $\vec{A}$ ، بحيث أن

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$$

وهذه العلاقة لاتعين  $\vec{B}$  بشكل وحيد القيمة، لأن  $\vec{A}$  يمكن معايرته

بدلالة تدرج حقل سلمي اختياري، ليكن  $\psi$  مثلاً. وبالتالي يمكن

اعتبار

$$\vec{A} = \vec{A} + \text{grad } \psi$$

حلاً آخر للمعادلة. وبالتالي يجب أن نفرض شرطاً إضافياً، وهو

$$\text{div } \vec{A} = 0$$

8 - يحدد الكمون  $\psi$  في الكهرباء الساكنة، بدلالة كثافة الشحنة

وذلك وفق معادلة بواسون  $\Delta \psi + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$  ، وتستخدم لتحديد الكمون الشعاعي  $\vec{A}$  معادلة مماثلة للعلاقة السابقة تدخل فيها كثافة التيار  $\vec{j}$  . أوجد هذه العلاقة ، بفرض أن  $\text{div } \vec{A} = 0$  .

- نجد من نظرية امبير :  $\text{rot } \vec{B} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{j}$

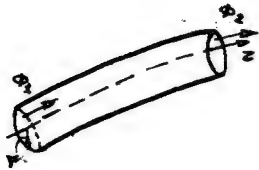
حيث  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$  ، إن  $\text{rot rot } \vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{j}$   

$$= \text{grad div } \vec{A} - \Delta \vec{A}$$

ومنه  $\frac{1}{\epsilon_0 c^2} = \mu_0$  حيث  $\Delta \vec{A} + \mu_0 \vec{j} = 0$   
وهي معادلة مناظرة لمعادلة بواسون في الكهرباء الساكنة .

9- بين أنه اذا وجد حقل مغناطيسي متناظر دورانيا ، فانه يعطى بكمون شعاعي (التمرين 7) مركباته  $A_r = A_z = 0$  و  $A_\theta \neq 0$  . وأن معادلات خطوط الحقل تكتب بالشكل  $r A_\theta = \text{const}$  .

- نأخذ انبوبا في هذا الحقل (الشكل 9-1) ، فيكون تدفق الشعاع  $\vec{B}$  محفوظا اذا كان  $\Phi_1 = \Phi_2$  .



$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int \text{rot } \vec{A} \cdot d\vec{s} = \text{const}$$

باستخدام دعوى ستوكس ، يكون :

$$\Phi = \int \text{rot } \vec{A} \cdot d\vec{s} = \oint \vec{A} \cdot d\vec{e} = 2\pi r A_\theta$$

شكل 9-1

وتعطي مقاطع هذه السطوح بالمستويات  $\theta = \text{const}$  خطوط الحقل .

10- تبلغ الكثافة الحجمية للشحن المتحركة في ناقل  $S$  .  
(أ) بفرض أن  $\vec{j}$  شعاع كثافة التيار المار في الناقل ، فما هو التيار الذي يعبثاز سطح  $S$  محددا لحجم  $V$  من الناقل ؟

(ب) لتكن  $dq$  الشحنة التي يحويها عنصر الحجم  $dV$  من الناقل

جد كتابع للشحنة ثم لـ  $S$  .

(ج) استنتج العلاقة بين  $\vec{j}$  و  $S$  معتمدا على قانون انحفاظ

الشحنة .

(أ) -  $I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{s}$  بالتعريف .

(ب)  $dq = S dV \Rightarrow q = \int_V S \cdot dV$

$$|I| = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho \cdot dV = \int_V \frac{d\rho}{dt} \cdot dV$$

ج) بما أن الشحنة محفوظة ، يكون

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} = - \frac{dq}{dt} = - \int_V \frac{d\rho}{dt} dV$$

وينتج عن تطبيق دعوى ستوكس الآتي :

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} = - \int_V \frac{\partial}{\partial t} \vec{j} \cdot d\vec{r} \Rightarrow \int_V \left( \text{div } \vec{j} + \frac{d\rho}{dt} \right) dV = 0$$

$$\text{div } \vec{j} + \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad \text{ومنه}$$

11 - استنتج ، انطلاقا من معادلات ماكسويل ، المعادلات الموجية

ل  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  في الخلاء . بين أن هذه الحقول تنتشر بسرعة الضوء  $c$  .

$$c = (\epsilon_0 \mu_0)^{1/2}$$

- نبحث عن المعادلة الموجية لـ  $\vec{E}$  . نأخذ دوار العلاقة

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot rot } \vec{E} = - \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{B} \quad \text{ف نجد}$$

$$\text{rot } \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{غير أن}$$

وبالتالي

$$\text{rot rot } \vec{E} = - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{ومنه}$$

بما أن عملنا يفترض في الخلاء ، يكون  $\rho = 0$  ، أي أن  $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$  .

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{يكون}$$

ونجد بشكل مماثل ان :

$$\Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

12 - بفرض ان الحقل المغناطيسي مشتق من كمون شعاعي  $\vec{A}$ .  
برهن أن الحقل الكهربائي  $\vec{E}$  يمكن أن يعطى بالعلاقة :

$$\vec{E} = - \vec{\text{grad}} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad \text{— بما أن}$$

نجد بتطبيق معادلات ماكسويل ، العلاقات :

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = - \text{rot} \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right)$$

$$\text{rot} \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0, \quad \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = - \vec{\text{grad}} \varphi$$

ومنه

$$\vec{E} = - \vec{\text{grad}} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

13 - يمكن للحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  أن يكتب بالشكل (التمرين 12) :

$$\vec{E} = - \vec{\text{grad}} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{B} = \text{rot} \vec{A}$$

بين باستخدام معادلات ماكسويل أن :

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = - \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{j}, \quad \Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = - \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{وذلك بفرض } \text{div} \vec{A} = - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \text{ (معادلة لورانتس)}$$

$$\text{— من معادلة ماكسويل } \text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\text{يكون } \text{div} \left( - \frac{\partial \varphi}{\partial t} - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \Rightarrow - \Delta \varphi - \frac{\partial}{\partial t} \text{div} \vec{A} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

وباستخدام معادلة لورانتس ، نجد :

$$\Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = - \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

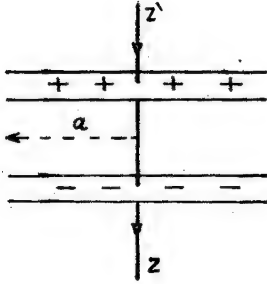
ونتوصل الى معادلة الكمون الشعاعي ، باتباع نفس الاسلوب :

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A}, \quad \text{rot} \vec{B} = \text{rot} \text{rot} \vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{j} +$$

$$+ \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left( - \vec{\text{grad}} \varphi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = - \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{j}$$

14 - تتألف مكثفة مستوية من لبوسين دائريين ، نصف قطر كل منهما  $a$  (الشكل 14-1). نقوم بشحن هذه المكثفة بواسطة اسلاك جيدة النقل للكهرباء ، لتكن شحنة المكثفة  $Q(t)$  في اللحظة  $t$ . احسب الحقل المغناطيسي  $\vec{B}$  على مسافة  $r$  من محور المكثفة المنطبق على سلكي الشحن  $z \geq z'$  ، (بفرض أن  $r > a$ ) :



(أ) خارج المكثفة .

(ب) داخل المكثفة . وناقش النتيجة .

- ان المحل الهندسي للنقاط  $r = \text{const}$

هو دائرة ، نصف قطرها  $r$  .

(أ) نفرض في البداية أن هذه الدائرة  $C_1$

تقع خارج المكثفة . باستخدام معادلات

ماكسويل التكاملية ، نجد :

$$\oint_{C_1} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 2\pi r B = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \int_{S_1} \vec{J} \cdot d\vec{s} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

وتصح هذه العلاقة في حالة تيار مستمر أو متغير . ومنه

$$2\pi r B = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} I + 0 \Rightarrow B = \frac{I}{\epsilon_0 c^2 2\pi r}$$

(ب) الدائرة  $C_2$  داخل المكثفة ، عندئذ :

$$\oint_{C_2} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 2\pi r B = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \int_{S_2} \vec{J} \cdot d\vec{s} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

تكن  $J=0$

ويكون حسب نظرية غاوس :

$$\int_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

ومنه

$$B = \frac{\partial Q}{\partial t} \cdot \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \cdot \frac{1}{2\pi r} = \frac{1}{2\pi r \epsilon_0 c^2} I$$

شكل 14-2

نلاحظ أن الحقل  $B$  له نفس القيمة .

يكون في حالة السطح  $S_1$  المستند الى المحيط  $C_1$  تدفق الحقل  $E$

معدوما ، والتيار  $I \neq 0$  .

ويكون في حالة السطح  $S_2$  المستند الى المحيط  $C_2$  تدفق  $E$  غير معدوم ، بينما يكون التيار معدوما .

15 - تنطلق جسيمات مشحونة بشكل قطري من سطح كرة مغلقة بمادة ذات نشاط اشعاعي ، بحيث أن سعة التيار في جميع الاتجاهات ثابتة . نرمز بـ  $r$  لنصف قطر الكرة ، وبـ  $Q(r)$  للشحنة الداخلية و بـ  $E(r)$  للحقل الكهربائي . نجد عبارة  $\vec{J}(r)$  بدلالة  $Q(r)$  و  $E(r)$  .  
استنتج باستخدام معادلات ماكسويل الحقل المغناطيسي الناتج عن التيارات بالجوار المباشر للكرة . حيث  $\vec{J}(r)$  لكثافة تيار الاشعاعات .  
- نستخدم معادلة انحفاظ الشحنة :

$$\text{div } \vec{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

ونجري التكامل وفق حجم الكرة

$$\int_V \text{div } \vec{J} \cdot dV = \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} = 4\pi r^2 J(r) = - \frac{\partial Q(r)}{\partial t}$$

وبما أن الحقل الكهربائي على مسافة  $r$  يعطى بالعلاقة :

$$E(r) = \frac{Q}{r^2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

ينتج أن :

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = - \frac{\vec{J}}{\epsilon_0}$$

وبما أن

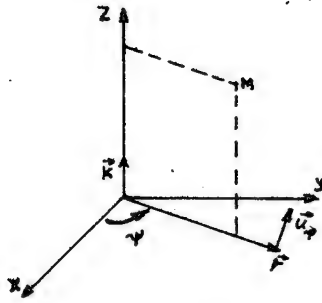
$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

نجد بالتبديل أن  $\text{rot } \vec{B} = 0$  ، أي ان الحقل المغناطيسي معدوم .  
وهكذا يتبين أن تيار الازاحة يلغي تأثير تيار الناقلية  $\vec{J}$  .

16 - تعطى المركبات الاسطوانية لشعاع شدة حقل مغناطيسي في الخلاء بالعلاقات  $H_r = H_\theta = 0$  و  $H_z = H(r, t)$  ، حيث أن التابع  $H(r, t)$  ومشتقاته محدودة . . نجد شدة الحقل الكهربائي الدوامي (الاعصاري) الذي يولده الحقل المغناطيسي . (يطلب حل المسألة في جملة غوص) .  
- نجد ، من معطيات المسألة ، أن متحنى الحقل المغناطيسي يوازي المحور  $z$  .

ان معادلات ماكسويل في الخلاء ، تكتب في جملة واحداث غموضي بالشكل :





شكل 16-1

وبما أن  $\vec{H} \perp \vec{E}$ ، فهذا يعني أن  $\vec{E}$  موجود في المستوى  $(r, \psi)$  أي في المستوي  $xy$  . منه  $E_z = 0$  ، وكذلك

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_r}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \left( \frac{\partial E_z}{\partial \psi} - \frac{\partial E_\psi}{\partial z} \right) \vec{u}_r = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_r}{\partial t} \vec{u}_r \Rightarrow \frac{\partial E_z}{\partial \psi} = \frac{\partial E_\psi}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$\left( \frac{1}{r} \frac{\partial (r E_\psi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial E_r}{\partial \psi} \right) \vec{u}_z = -\frac{1}{c} \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (3)$$

وبالتالي نلاحظ أن  $E$  لا يتعلق بـ  $z$  و  $\psi$  . ويبقى لدينا من العلاقة (3)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r E_\psi)}{\partial r} = -\frac{1}{c} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial t}$$

بمكاملة هذه العلاقة، آخذين بعين الاعتبار محدودية التابع  $E(r, t)$  من أجل  $r=0$ ، نجد :

$$E = -\frac{1}{rc} \int_0^r \xi \frac{\partial H(\xi, t)}{\partial t} d\xi$$

يمكن التأكد باجراء التفاضل مباشرة ، أن شدة الحقل الكهربائي الاعصاري  $\vec{E}$  تحقق معادلتى ماكسويل :

$$\text{rot } \vec{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad \text{و} \quad \text{div } \vec{E} = 0$$

اللتين يدخل فيهما التابع  $\vec{H}$  الذي يعتبر حلا للمعادلة الموجية :

$$\Delta H - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = 0$$

17 - عند استخراج قانون انحفاظ الطاقة الكهرومغناطيسية ، كنتيجة

من نتائج معادلات ماكسويل ، تستبدل عادة العبارة  $(\vec{H} \text{ rot } \vec{E} - \vec{E} \text{ rot } \vec{H})$  بـ  $\vec{\Pi} = \frac{c}{4\pi} (\vec{E} \wedge \vec{H})$  حيث  $\text{div } \vec{\Pi} = \frac{c}{4\pi} (\vec{H} \text{ rot } \vec{E} - \vec{E} \text{ rot } \vec{H})$  (وذلك في الجملة CGS) . بين أن  $\vec{\Pi}$  ليس الشعاع الوحيد الذي يعطي تفرقه العبارة السابقة .

— إذا أضفنا إلى  $\vec{\Pi}$  الشعاع  $\vec{F}$  ، حيث أن التابع الشعاعي  $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, t)$  تابع اختياري ، فإن العلاقة

$$\text{div } \vec{\Pi} = \frac{c}{4\pi} (\vec{H} \text{ rot } \vec{E} - \vec{E} \text{ rot } \vec{H}) \quad (1)$$

لا تتغير ، وذلك وفقا لمبرهنة التحليل الشعاعي :

$$\text{div rot } \vec{F} = 0$$

وبالتالي ، فإن تفرق المجموع  $(\vec{\Pi} + \text{rot } \vec{F})$  يعطي الطرف الايمن للعلاقة (1) .

18 - نجد معادلتين الكمون السلمي  $\psi$  والكمون الشعاعي  $\vec{A}$  باستخدام المعايير الكولونية (  $\text{div } \vec{A} = 0$  ) ، وذلك اذا عُنِيت قيمتا  $\psi$  و  $\vec{A}$  بالعلاقيتين (في الجملة CGS) :

$$\vec{E} = -\text{grad } \psi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} , \quad \vec{H} = \text{rot } \vec{A}$$

$$\Delta \vec{A} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \frac{1}{c} \text{grad } \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} \quad \text{— الجواب}$$

$$\Delta \psi = -4\pi \rho$$

19 - تتألف مكثفة مستوية من صفيحتين دائريتين متماثلتين نصف قطر كل منهما  $a$  ، والبعد بينهما  $h$  : تخضع هذه المكثفة الى فرق كمون متناوب  $V$  ، (نهمل تأثير الحواف) . يكون الحقل الكهربائي من اجل التواترات المنخفضة ، في كل لحظة وحيد الشكل  $\vec{E}_1 = \vec{E}_0 e^{i\omega t}$  (ان الحقل الكهربائي  $E_1$  المتغير يولد حقلًا مغناطيسيًا . احسب

هذا الحقل المتولد  $\vec{B}_1$  (الشكل 19-1) .

(ب) يولد الحقل المغناطيسي المتغير  $\vec{B}_1$  ، من جديد ، حقلًا

كهربائيا متحرضا  $\vec{E}_2$  .

برهن أن  $\vec{E}_2$  يتعلق بـ  $\vec{r}$  . وهكذا يكتب الحقل السائد

بين اللبوسين بالشكل :  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$  . ماهي قيمة  $\vec{E}_2$  من اجل  $\vec{r} = 0$  ؟

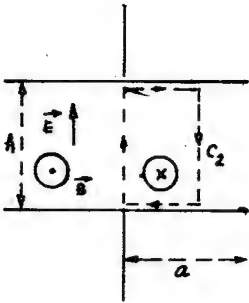
احسب تجوال  $\vec{E}_2$  على طول المحيط  $C_2$  المبين على الشكل 19-2 . واستنتج منه  $\vec{E}_2(r)$  ، هل يتعلق  $\vec{E}_2$  بالمسافة بين اللبوسين ؟ هل اتجاه  $\vec{E}_2$  هو نفس اتجاه  $\vec{E}_1$  ؟

(ج) إن الحقل المغناطيسي  $B_1$  ليس إلا تقريب أولي ، لذلك لضرورة أخذ الحقل الكهربائي  $\vec{E}_2$  بعين الاعتبار . وبالتالي يجب أن نتكتب  $B = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$  . عين قيمة  $\vec{B}_2(r)$  . ماهو التصحيح الواجب اجراءه على الحقل الكهربائي نتيجة لوجود الحقل المغناطيسي  $\vec{B}_2$  .

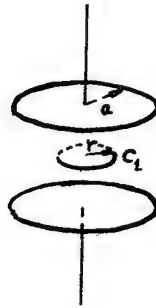
(د) برهن ان الحقلين الكهربائي والمغناطيسي يعطيان بالعلاقيتين:

$$E = E_0 e^{i\omega t} \left[ 1 - \frac{1}{(1!)^2} \left( \frac{\omega r}{2c} \right)^2 + \frac{1}{(2!)^2} \left( \frac{\omega r}{2c} \right)^4 - \frac{1}{(3!)^2} \left( \frac{\omega r}{2c} \right)^6 + \dots \right]$$

$$B = - \frac{i E_0 e^{i\omega t}}{c} \sum_n \frac{(-1)^n}{n! (n-1)!} \left( \frac{\omega r}{2c} \right)^{n-1}$$



شكل 19-2



شكل 19-1

(أ) إن تناظر المسألة يقود الى أن  $\vec{B}_1$  تابع فقط لـ  $r$  ، و  $\vec{B}_1$

يكون مما سـا للدائرة  $C$  . من معادلة ماكسويل :

$$\text{rot } \vec{B}_1 = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

وبتطبيق دعوى ستوكس ، نجد :

$$\int_S \text{rot } \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint_{C_1} \vec{B}_1 \cdot d\vec{\ell} = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{E}_1 \cdot \vec{n} \cdot d\vec{s} = c^2 \oint_{C_1} \vec{B}_1 \cdot d\vec{\ell}$$

حيث  $S$  السطح الذي يستند على المحيط  $C_1$  . ومنه :

$$\pi r^2 \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} = c^2 \cdot B_1 \cdot 2\pi r$$

$$B_1 = \frac{i\omega r}{2c^2} E_0 e^{i\omega t}$$

أي أن

( ب ) يسمح قانون فارادي بكتابة :

$$\text{rot } \vec{E}_2 = - \frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t}$$

مما يدل على أن  $\vec{E}_2$  يتعلق بـ  $\vec{B}_1$  لأن  $\vec{B}_1$  تتعلق به . ولم يعد الحقل الكهربائي وحيد الشكل . إذا كانت  $r=0$  يكون  $B_1=0$  و  $E_2=0$  . يصبح الحقل الكهربائي  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$  . من العلاقة :

$$\oint_{C_2} \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{B}_1 \cdot d\vec{s} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

وبما أن  $E_1$  لا يتعلق بـ  $r$  ، يكون :

$$\oint_{C_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{\ell} = 0$$

وهكذا نجد :

$$\oint_{C_2} \vec{E}_2 \cdot d\vec{\ell} = - E_2 \cdot h^2$$

لأن التجوال معدوم على الأضلاع الأفقية للمحيط ، وهو معدوم أيضا من أجل  $r=0$  .

إضافة إلى ذلك فإن تدفق  $\vec{B}_1$  عبر شريط سماكته  $dr$  ويقع

على مسافة  $r$  من المحور  $z$  يعطى بالعلاقة :  $B_1(r) \cdot h \cdot dr$  ، وبالتالي يكون التدفق عبر السطح  $S$  مساويا :

$$\Phi = h \int_0^r B_1(r) \cdot dr = h \frac{i\omega}{2c^2} E_0 e^{i\omega t} \int_0^r r \cdot dr = \frac{i\omega r^2}{4c^2} E_0 e^{i\omega t}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = - \frac{\omega^2 r^2}{4c^2} E_0 e^{i\omega t}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = - \frac{\omega^2 r^2}{4c^2} E_0 e^{i\omega t} \text{ وكذلك}$$

$$E_2 = \frac{-\omega^2 r^2}{4c^2} E_0 e^{i\omega t} \quad \text{وأخيرا :}$$

نلاحظ أن البعد بين اللبوسين لا يدخل في العبارة الأخيرة ، وأن الحقل المتحرّض  $\vec{E}_2$  يعاكس  $\vec{E}_1$  في الاتجاه . ومنه

$$\vec{E} = \left(1 - \frac{\omega^2 r^2}{4c^2}\right) E_0 e^{i\omega t}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \quad (ج)$$

نحسب التحوال على المحيط  $C_1$  :

$$\int_S \text{rot } \vec{B}_2 \cdot d\vec{s} = \oint_{C_1} \vec{B}_2 \cdot d\vec{l} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_S \vec{E}_2 \cdot d\vec{s}$$

إن  $\vec{E}_2$  تتعلق بـ  $r$  لذا نأخذ شريطا من السطح طوله  $2\pi r$  وعرضه  $dr$  فيكون :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^r E_2(r) \cdot 2\pi r \cdot dr = 2\pi r c^2 B_2(r)$$

$$B_2(r) = - \frac{i\omega^3 r^3}{16c^4} E_0 e^{i\omega t} \quad \text{ومنه}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 \quad \text{وبالتالي يجب أن نكتب :}$$

حيث

$$E_3(r) = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^r B_2(r) dr$$

$$E_3(r) = \frac{\omega^4 r^4}{64c^4} E_0 e^{i\omega t} \quad \text{ومنه}$$

(د) وهكذا نبدأ شيئا فشيئا بتشكيل حدود السلسلة المعطاه للحقل الكهربائي :

$$E = J_0\left(\frac{\omega r}{c}\right) E_0 e^{i\omega t}$$

$$J_0(x) = \left[1 - \frac{1}{(1!)^2} (x)^2 + \frac{1}{(2!)^2} (x)^4 - \frac{1}{(3!)^2} (x)^6 + \dots\right]$$

حيث  $J_0(x)$  تابع بسل (Bessel) من المرتبة 0 :

وقد استخدمنا في السلسلة السابقة الرمز  $x = \frac{\omega r}{c}$  ونستنتج من السلسلة السابقة قيمة الحقل المغناطيسي، لأن :

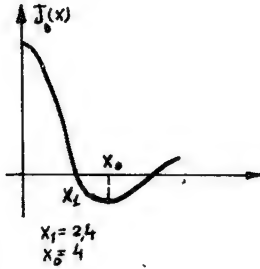
$$E_{n+1} = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^r B_n(r) \cdot dr$$

وبالتالي

$$B_n = \frac{\partial}{\partial r} \int E_{n+1} \cdot dt$$

ويعني اجراء التكامل بالنسبة للزمن في هذه الحالة ضرب العبارة بـ  $-\frac{t}{\omega}$  ، وهكذا

$$B_n = -\frac{t}{\omega} \frac{\partial}{\partial r} E_{n+1}(r)$$



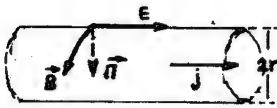
ملاحظة : عندما تزداد  $\frac{\omega r}{c}$  فان  $J_0$  تتموج كما هو مبين على الشكل 19-3 ، ويغير الحقل الكهربائي اتجاهه عندما نمر من  $r=0$  الى  $r=a$  ، وذلك من اجل  $\frac{\omega a}{c} > x_1$  وبالتالي ، فان

شكل 19-3

هذا الحقل ينعدم عند القيمة  $x_1$  .

20 - ناقل اسطواني ، نصف قطره  $r$  ، يجري فيه تيار متواصل كثافته  $\vec{J}$  . ماهي شدة الحقل الكهربائي وشدة الحقل المغناطيسي الى جوار سطح الناقل ، علما أن الناقلية النوعية  $\sigma$  . عين شعاع باونتنغ بالقيمة والاتجاه . فسر النتيجة .

1- انظر الشكل 20-1 .



$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$\vec{B} = -\frac{\vec{n} \wedge \vec{m}}{2\pi \epsilon_0 c^2 R} I$$

$$|B| = \frac{\pi r^2 |\vec{J}|}{2\pi \epsilon_0 c^2 R} = \frac{J r}{2 \epsilon_0 c^2}$$

$R = r$

وبالتالي :

$$|\vec{E}| = \epsilon_0 c^2 \cdot B \cdot E =$$

$$= \frac{\epsilon_0 c^2 J r}{2 \epsilon_0 c^2} \cdot \frac{J}{\sigma} = \frac{J^2 r}{2 \sigma}$$

شكل 20-1

تكون الطاقة الداخلة الى السطح الجانبي لقطعة طولها  $l$  خلال

واحدة الزمن ، مساوية :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{j^2 r}{2 \epsilon} \cdot 2 \pi r \ell = \pi r^2 j^2 \ell \left( \frac{1}{\epsilon} \right) = S \cdot j^2 \cdot \ell \cdot \epsilon$$

حيث  $S$  سطح مقطع الناقل .

تعطى الطاقة المنتشرة بمفعول جول في واحدة الزمن ، بالعلاقة :

$$P = R I^2 = \frac{S \ell}{\epsilon} \cdot j^2 S^2 = S \ell S j^2$$

حيث  $R$  المقاومة الاومية ، و  $\epsilon$  المقاومة النوعية .

يلاحظ أن الطاقة الداخلة الى الناقل تساوي الطاقة المنتشرة

على شكل حرارة ، وهذا مايجب أن يحدث وفقا لقانون انحفاظ الطاقة .  
ويلاحظ ايضا أن الطاقة الكهربائية التي تنتشر على حسابها الحرارة تدخل الى الناقل من جوانبه ، ولا تجري داخله كما يخيل لنا بالنظيرة الاولى .

21 - يوجد في جملة المقارنة  $K$  حقل كهربيسي متجانس  $\vec{E}$

و  $\vec{H}$  . بأية سرعة يجب أن تتحرك جملة  $K'$  بالنسبة لـ  $K$  حتى يصبح  $\vec{E}' \parallel \vec{H}'$  ؟

هل تملك هذه المسألة حلا بشكل دائم ، وهل هذا الحل وحيد ؟

كم تساوي القيمتان المطلقتان لـ  $E'$  و  $H'$  ؟

— إذا وجدت جملة  $K'$  (تتحرك بالسرعة  $\vec{v}$ ) يكون فيها  $\vec{E}' \parallel \vec{H}'$

فان لهذه المسألة عدد لانهائي من الحلول ، ذلك لأن أية جملة  $K''$  تتحرك بالنسبة للجملة  $K'$  في الاتجاه المذكور يبقى فيها  $\vec{E}'' = \vec{E}'$  و  $\vec{H}'' = \vec{H}'$  . وذلك وفقا لتحويلات لورانتس ، أي أن  $\vec{E}'$  ،  $\vec{H}'$  يفيان متوازيين .

سوف نبحث عن الجملة  $K'$  فقط ، التي تتحرك عمودية على المستوى

المعين بـ  $\vec{E}$  و  $\vec{H}$  ، مستخدمين شرط توازي  $\vec{E}'$  و  $\vec{H}'$  أي الشرط :

$$\vec{E}' \wedge \vec{H}' = 0$$

وكذلك صيغ التحويل

$$\vec{E}_{\parallel} = \vec{E}'_{\parallel} \quad , \quad \vec{E}_{\perp} = \gamma \left( \vec{E}_{\perp} + \frac{1}{c} \vec{v} \wedge \vec{H} \right) , \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\vec{E}' = \vec{E}'_{\perp} + \vec{E}'_{\parallel} = \gamma \left( \vec{E}_{\perp} - \vec{E}'_{\perp} + \frac{1}{c} \vec{v} \wedge \vec{H} \right) + \vec{E}'_{\parallel}$$

إلا أن

$$\vec{E}_{||} = \frac{\vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{E})}{V^2} = \frac{\vec{V}(\vec{E}_{||} + \vec{E}_{\perp})\vec{V}}{V^2} = \frac{\vec{V}(\vec{E}_{||} \cdot \vec{V})}{V^2}$$

ومنه

$$\vec{E}' = \gamma \left( \vec{E} + \frac{1}{c} \vec{V} \wedge \vec{H} \right) + (1 - \gamma) \frac{\vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{E})}{V^2}$$

وبنفس الشكل يكون

$$\vec{H}' = \gamma \left( \vec{H} - \frac{\vec{V}}{c} \wedge \vec{E} \right) - (1 - \gamma) \frac{\vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{H})}{V^2}$$

باستخدام شرط توازي  $\vec{E}'$  و  $\vec{H}'$  يكون  $\vec{E}' \wedge \vec{H}' = 0$ ، ومنه

$$\frac{V}{c} = \vec{E} \wedge \vec{H} \frac{E^2 + H^2 - \sqrt{(E^2 - H^2)^2 + 4(\vec{E} \cdot \vec{H})^2}}{2(\vec{E} \wedge \vec{H})^2}$$

وينتج باستخدام صامدي الحقل الكهرطيسي

$$\vec{E} \cdot \vec{H} = \text{inv} \quad , \quad E^2 - H^2 = \text{inv}$$

العلاقة :

$$\vec{E}' \cdot \vec{H}' = \vec{E} \cdot \vec{H} \Rightarrow |\vec{H}'| = \frac{\vec{E} \cdot \vec{H}}{E'}$$

ذلك لأن  $\vec{E}' \parallel \vec{H}'$  . وكذلك  $E'^2 - H'^2 = E^2 - H^2$  ، وبالتالي :

$$E'^2 = E^2 - H^2 + H'^2 = E^2 - H^2 + \left( \frac{\vec{E} \cdot \vec{H}}{E'} \right)^2$$

ومنه

$$E'^2 = \frac{1}{2} \left[ E^2 - H^2 + \sqrt{(E^2 - H^2)^2 + 4(\vec{E} \cdot \vec{H})^2} \right]$$

وكذلك

$$H'^2 = \frac{1}{2} \left[ H^2 - E^2 + \sqrt{(E^2 - H^2)^2 + 4(\vec{E} \cdot \vec{H})^2} \right]$$

22 - يكون الحقلان  $\vec{E}$  و  $\vec{H}$  متعامدين في الجملة  $K$  . بأية سرعة يجب أن تتحرك الجملة  $K'$  بالنسبة لـ  $K$  ، بحيث يتواجد



في هذه الجملة الحقل الكهربائي فقط أو الحقل المغناطيسي فقط ؟  
هل يوجد دائما حل لهذه المسألة ، وهل هذا الحل وحيد ؟

— نستخدم صامدي الحقل الكهرومغناطيسي  $\vec{E} \cdot \vec{H} = \text{inv}$  ،  $E^2 - H^2 = \text{inv}$  .  
من اجل  $E > H$  يمكن ايجاد جملة عطالية  $K_1'$  يكون فيها  $H' = 0$  ،  
و  $E' = \sqrt{E^2 - H^2}$  ، ذلك لأن  $H' = 0 \Rightarrow E'^2 - H'^2 = E^2 - H^2 > 0$  ،  
بحيث تتحرك هذه الجملة معامدة للمستوي المعين بـ  $\vec{E}$  و  $\vec{H}$  .  
ومن اجل  $E < H$  يوجد جملة  $K_2'$  يكون فيها  $E' = 0$  و  
 $H' = \sqrt{H^2 - E^2}$  .

في الحالة الأولى  $E > H$  ، نستخدم تحويلات لورانتس لايجاد  
سرعة  $K_1'$  :

$$\begin{aligned} \vec{E}'_{||} &= \vec{E}_{||} = 0 \\ \vec{E}'_{\perp} &= \gamma \left( \vec{E}_{\perp} + \frac{\vec{v}_1}{c} \wedge \vec{H} \right) \\ H'_1 &= \gamma \left( H_{\perp} - \frac{1}{c} \vec{v}_1 \wedge \vec{E} \right) = 0 \Rightarrow \vec{v}_1 = c \frac{\vec{E} \wedge \vec{H}}{E^2} \\ \vec{E}' &= \frac{\vec{E}}{E} \sqrt{E^2 - H^2} : \text{مساوية} \end{aligned}$$

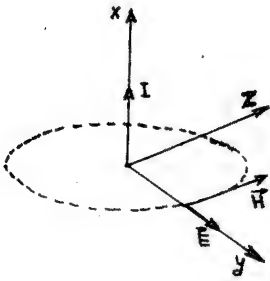
وتملك هذه المسألة عددا لانهايا من الحلول ، لأن أية جملة  $K_1''$  تتحرك  
وفق  $\vec{E}'$  بسرعة اختيارية يبقى فيها الحقل المغناطيسي معدوما أيضا  
في الحالة الثانية  $E < H$  ، نجد بنفس الاسلوب :

$$\vec{v}_2' = c \frac{\vec{H} \wedge \vec{E}}{H^2} , \quad \vec{H}' = \frac{\vec{H}}{H} \sqrt{H^2 - E^2}$$

23 - اسطوانة ذات طول لانهايا ، مشحونة بشكل منتظم بكثافة  
خطية  $\lambda$  . يجري وفق محور الاسطوانة تيار  $I$  ذو توزيع منتظم . نعتبر  
أن  $\epsilon = \mu = 1$  في جميع الفضاء . عين جملة عطالية يتواجد فيها  
الحقل الكهربائي فقط أو الحقل المغناطيسي فقط . جد قيمتي هذين  
الحقلين .

— لايجاد الحقل الكهربائي في جملة عطالية ساكنة  $K$  مرتبطة  
بالسلك ، نستخدم مبرهنة غوس ، مع ملاحظة أن الحقل  $\vec{E}$  قطري ، أي

ينطبق على  $\vec{r}$  - البعد بين السلك ونقطة المراقبة . نأخذ اسطوانة نصف قطرها  $r$  تحيط بجزء من السلك طوله  $h$  ومتمحورة مع السلك (انظر الشكل 23.1) .



$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = 4\pi \Sigma q$$

حيث  $S$  سطح الاسطوانة المختارة .

$$D (2\pi r h) = 4\pi q$$

$$D = \frac{4\pi q}{2\pi r h} = \frac{2\lambda}{r}$$

$$E = \frac{D}{\epsilon} = \frac{D}{1} = \frac{2\lambda}{r} \quad (1)$$

شكل 23.1

ونجد من العلاقة

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \frac{4\pi}{c} I$$

حيث  $C$  محيط الدائرة المختارة ، أن

$$H \cdot (2\pi r) = \frac{4\pi}{c} I \Rightarrow H = \frac{2I}{rc} \quad (2)$$

في الحالة الأولى : نفرض  $E < H$  . باستخدام صامد الحقل

$$E^2 - H^2 = E'^2 - H'^2 = \text{inv}$$

نجد أن  $E' = 0$  ، ومنه

$$\vec{E}'_1 = \gamma \left( \vec{E}_1 + \frac{1}{c} \vec{V}_1 \wedge \vec{H} \right) = 0$$

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{c} \vec{V}_1 \wedge \vec{H} \Rightarrow$$

$$|\vec{V}_1| = c \left| \frac{\vec{H} \wedge \vec{E}}{H^2} \right| = \frac{c E}{H} = \frac{\frac{2\lambda}{r} c}{\frac{2I}{rc}} = \frac{\lambda c^2}{I}$$

وبما أن  $v_1 < c$  يجب أن تكون  $\lambda < \frac{I}{c}$  ، وهو الشرط اللازم لانعدام  $E'$  . وتكون قيمة  $H'$  في هذه الحالة :

$$H' = \sqrt{H^2 - E^2} = \left( \frac{4I^2}{r^2 c^2} - \frac{4\lambda^2}{r^2} \right)^{1/2} = \frac{2I}{rc} \sqrt{1 - \frac{c^2 \lambda^2}{I^2}}$$

في الحالة الثانية : من أجل  $H < E$  ينعدم  $H'$  وتكون قيمة  $v_2$  مساوية :

$$v_2 = \frac{cH}{E} = \frac{\frac{2I}{cr} c}{\frac{2\lambda}{r}} = \frac{I}{\lambda}$$

ويجب أن يتوفر في هذه الحالة الشرط التالي :

$$v_2 = \frac{I}{\lambda} < c \Rightarrow \lambda > \frac{I}{c}$$

وهكذا يجب أن تتحرك الجملة  $K'$  موازية لمحور الاسطوانة في الاتجاه  $\vec{E} \wedge \vec{H}$  . وتكون قيمة  $E'$  :

$$E' = \frac{2\lambda}{r} \left( 1 - \frac{I^2}{c^2 \lambda^2} \right)^{1/2}$$

ولا يمكن ايجاد جملة عطالية يوجد فيها حقل كهربائي فقط، أو مغناطيسي فقط لذا تحققت المساواة  $\lambda = \frac{I}{c}$  . حيث أن توفر هذا الشرط ، كما هو ملاحظ من الصيغ السابقة ، يعني أن تسعى سرعة الجملة  $K'$  الى القيمة  $c$  ، وهذا يؤدي الى أن يسعى كل من الحقلين  $E'$  و  $H'$  الى الصفر .

ملاحظة : تستعمل الصيغ التالية عند حل المسألة في وحدات الجملة الدولية :

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q}{\epsilon_0} , E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 c^2} \frac{1}{r}$$

وتعطى التحويلات بالعلاقات :

$$\vec{E}'_{\perp} = \gamma (\vec{E}_{\perp} + \vec{v} \wedge \vec{B}) , \vec{E}'_{\parallel} = \vec{E}_{\parallel}$$

$$\vec{B}'_{\perp} = \gamma \left( \vec{B}_{\perp} - \frac{1}{c^2} \vec{v} \wedge \vec{E} \right) , \vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel}$$

ويكتب صامدا الحقل الكهرومغناطيسي على الشكل :

$$E^2 - B^2 c^2 = \text{inv}$$

$$\vec{E} \cdot \vec{B} = \vec{E}' \cdot \vec{B}' = \text{inv}$$

## الفصل السابع الأمواج الكهرطيسية

### 24 - الأمواج الكهرطيسية في الخلاء .

1- لقد ذكرنا في الفقرة 22 ، أن احدى النتائج الهامة لمعادلات ماكسويل (22-2) هي امكانية وجود الحقل الكهرطيسي على هيئة امواج كهرطيسية كشكل قائم بذاته من اشكال المادة ، وذلك في حالة غياب الشحن والتيارات . وقد حصلنا كذلك على المعادلات الموجية للكمونين

$$\vec{A} \text{ و } \vec{V}$$

نشكل هذه المعادلات للحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  . يدعى الحقل الكهرطيسي في حالة غياب الشحن والتيارات بالحقل الحر . وهكذا تكتب معادلات ماكسويل للحقل الحر في الجملة الدولية بالشكل :

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{E} &= 0 & \text{rot } \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{B} &= 0 & \text{rot } \vec{B} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (24-1)$$

نأخذ الدوار لجزئي المعادلة الثانية ونستخدم علاقات الحساب الشعاعي وكذلك المعادلة الاولى من (24-1) ، فنحصل على المعادلة الموجية للحقل الكهربائي :

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (24-2)$$

نقوم بنفس العمليات على المعادلة الرابعة من (24-1) فنحصل على معادلة مماثلة لـ (24-2) من اجل الحقل المغناطيسي :

$$\Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (24-3)$$

إن كل مركبة من (24-2) و (24-3) تتطابق مع المعادلة الموجية :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

وذلك بعد استعمال الرموز الموافقة . وبالتالي تصح على امواجنا جميع النتائج المعروفة في حالة الامواج الميكانيكية . اضافة الى ذلك تملك الامواج الكهرطيسية خواصا مميزة مرهونة بأن معادلات ماكسويل (24-1)

تحتوي معلومات اضافية نفتقدها عند الانتقال الى (24-2) و (24-3) .  
 نورد فيما يلي الخواص الاساسية للأمواج الكهربية في الخلاء.  
 (a) تنتشر أية موجة كهربية في الخلاء بسرعة تساوي سرعة الضوء  
 $c = 3.10^8 \text{ m/s}$  . وقد ورد ذكر هذه الخاصة في الفقرة 22 . وينتج  
 عنها على وجه التحديد ، أن الحقل الكهربي الحر خلافا لاشكال المادة  
 الاخرى لا يمكن أن يوجد في حالة سكون (\*) .  
 (b) يمكن ان تمثل أية حادثة كهربية موجية على شكل تركيب لامواج  
 كهربية مستوية احادية اللون . وتعتبر الموجة المشار اليها حلا  
 للمعادلة (24-2) ، أي

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (24-4)$$

حيث أن الثابتين  $\omega$  و  $\vec{k}$  يرتبطان بالعلاقة :

$$|\vec{k}| = \frac{\omega}{c} \quad (24-5)$$

أما المقادير الاخرى فهي اختيارية . وتعتبر العلاقة (24-5) قانون  
 التشتت للأمواج الكهربية في الخلاء . ويدعى  $k$  بالعدد الموجي  
 ويساوي  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  حيث  $\lambda$  طول الموجة . ويمثل المقدار الاختياري  $\vec{E}_0$   
 السعة . ويمكن التأكد مباشرة أن الحقل (24-4) هو حل للمعادلة  
 (24-2) ، وذلك بمراعاة الشرط (24-5) . نشير الى أن عملية التفاضل  
 للمقادير من الشكل (24-4) تعطى بالعلاقات :

$$\frac{\partial a(r,t)}{\partial t} = -i\omega a , \quad \frac{\partial a(r,t)}{\partial r} = i\vec{k} \cdot \vec{a} \quad (24-6)$$

حيث  $a(\vec{r},t)$  تابع ذو طبيعة اختيارية يتعلق بالمتحولين  $r$   
 و  $t$  وفق العلاقة :

$$a(\vec{r},t) = a_0 e^{-i\omega t + i(\vec{k} \cdot \vec{r})}$$

ويمكن أن يكون  $a(r,t)$  مقدارا سلميا أو مركبة لمقدار شعاعي .  
 نضيف أيضا إيضاحا تقنيا وهو أنه في جميع العلاقات الخطية  
 (\*) من الممكن وجود بعض الجسيمات التي يصعب التقاطها (نيوترون)  
 تملك الخاصة السابقة ، ومن المعتقد أن هذه الجسيمات ، إن وجدت ،  
 فهي توجد في حالة حركة بسرعة تساوي سرعة الضوء .

يمكن استعمال الصياغة العقدية لكتابة الحادثة الموجية الكهرطيسية وهكذا تنتج الخاصة (b) من خطية معادلات ماكسويل ، ومن أن  $\vec{E}$  في العلاقة (24-4) يعتبر حلا للمعادلة الموجية للحقل الكهربائي وذلك بمراعاة (24-5) . وبالتالي سوف نقوم بدراسة الأمواج السطحية فقط والتي من الشكل (24-4) ، آخذين بعين الاعتبار الخاصة (b) .

(c) يوجد حتما في الموجة الكهرطيسية الحقلان: الكهربائي  $\vec{E}$  والمغناطيسي  $\vec{B}$  . وهذه الخاصة تنتج من معادلات ماكسويل (24-1) . عندما تنتشر الموجة الكهرطيسية يتغير الحقل الكهربائي باستمرار وذلك بمرور الزمن . وهذا يؤدي وفقا للمعادلة الرابعة من المجموعة (24-1) الى ولادة مستمرة للحقل  $\vec{B}$  ، الذي يحقق ايضا المعادلة الموجية (24-3) التي تملك حلا على شكل موجة مستوية :

$$\vec{B} = B_0 e^{-i\omega t + i(\vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (24-7)$$

وتملك نفس قانون التشتت (24-5) . ويظهر بوضوح في الخاصة (c) وحدة الظواهر الكهرطيسية : فالحقل الكهرطيسي كشكل من اشكال المادة يوجد فقط على شكل تركيب للحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  .

(d) إن الامواج الكهرطيسية امواج عرضية . ونقصد بالعرضية أن اهتزاز الشعاعين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  يحدث معامدا للشعاع الموجي  $\vec{k}$  الذي تنتشر وفقه الموجة المعنية ، أي أن :

$$\vec{k} \cdot \vec{E} = \vec{k} \cdot \vec{B} = 0 \quad (24-8)$$

وتنتج الخاصة العرضية (24-8) من المعادلتين الاولى والثالثة من المجموعة (24-1) . وذلك بتطبيق هاتين المعادلتين على الموجتين المستويتين (24-4) و (24-7) واستعمال العلاقة الثانية من (24-7) . لندخل شعاع الواحدة  $\vec{n}$  الموجّه باتجاه  $\vec{k}$  ، أي باتجاه انتشار

الموجة :

$$\vec{k} = \vec{n} |\vec{k}| \quad (24-9)$$

ولنعوض العبارتين (24-4) و (24-7) للموجتين المستويتين في المعادلة الثانية والرابعة من معادلات ماكسويل ، فنحصل على العلاقة

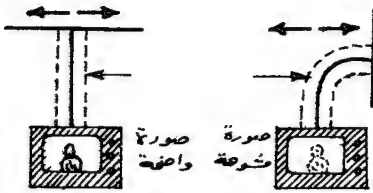
$$\vec{n} \wedge \vec{E} = c \vec{B} , \quad c \vec{B} \wedge \vec{n} = \vec{E} \quad (24-10)$$

من هنا يتبين ، على الأخص ، أن الشعاعين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  معامدان ليس فقط للشعاع  $\vec{K}$  وإنما لبعضهما البعض ، أي أن  $\vec{B} \cdot \vec{E} = 0$  .

إن الخاصة العرضية تميز بوضوح الامواج الكهرطيسية عن الامواج الصوتية . وتكون في الواقع الامواج الصوتية في الغازات والسوائل دائما طولية ، أي أن الجسيمات تهتز وفق منحى انتشار الموجة ، بينما في الاوساط الصلبة هناك امكانية وجود الامواج الصوتية العرضية الى جانب الطولية حتما . ولقد لعب من وجهة النظر التاريخية تقرير الخاصة العرضية للامواج الضوئية دورا كبيرا في اسقاط التصور الميكانيكي للامواج الضوئية الذي كان يعتبرها اهتزاز للأثير (ذلك الوسط المفترض الذي يملأ الكون بكامله) .

(ع) تتمتع الموجة الكهرطيسية بخاصية الاستقطاب (\*) . ويتلخص مفهوم الاستقطاب ، كما ذكرنا في الفصل الخامس ، بأنه في كل نقطة من الفراغ وفي لحظة زمنية مثبتة تكون صفات الموجة الكهرطيسية مختلفة في الاتجاهات المختلفة في المستوي المعامد لاتجاه انتشار الموجة (أي المعامد لاتجاه الشعاع الموجي  $\vec{K}$ ) . وهذا يعني أن الحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  موجهان بطريقة ما في ذلك المستوي .

يمكن اظهار الاستقطاب بمساعدة هوائي التلفزيون (الشكل 4.1) . إن الهوائي يعتبر ناقلا افقيا مستقبلا موجها بشكل ناظمي على اتجاه ارسال محطة البث . (ويتم الارسال بواسطة الامواج الكهرطيسية العرضية) .



إن افقية نواقل الهوائي ضرورية لأن الامواج الكهرطيسية المنبعثة من محطة الارسال مستقطبة بشكل يهتز فيه  $\vec{E}$  في مستوي افقي . فاذا جعل الهوائي شاقوليا من اجل النظام الشرقي ( ) فان وضوح الشاشة

شكل 7.1

يضعف نتيجة لتغيير توجيه الهوائي . وتصبح الاشارة الواردة الى التلفاز ضعيفة جدا . بينما يستعمل في النظام الغربي ( ) الاستقطاب الشاقولي للامواج التلفزيونية ، وتوضع الهوائيات بشكل (\*) يجب عدم الخلط بين استقطاب الامواج واستقطاب العوازل .



شاقولي .

(F) يتغير في الحالة العامة التواتر والشعاع الموجي للامواج الكهرطيسية ، عند الانتقال من جملة مقارنة الى جملة اخرى تتحرك بالنسبة للأولى بسرعة ما . للحصول على صيغ التحويل للتواتر والشعاع الموجي أثناء الانتقال من جملة عطالية الى جملة اخرى ، نأخذ الجملتين  $R$  و  $R'$  اللتين ينطبق محوراها  $x$  و  $x'$  وتتوازي محاورهما الاخرى على الترتيب . لنفرض أن الجملة  $R'$  تتحرك بالنسبة لـ  $R$  بالسرعة المنتظمة  $\vec{v}$  وفق المحور  $ox$  . ولنرمز للتواتر والشعاع الموجي بـ  $\omega$  و  $\vec{k}$  في الجملة  $R$  و بـ  $\omega'$  و  $\vec{k}'$  في الجملة  $R'$  على الترتيب . إن طور الموجة في الجملة  $R'$  يكون مساويا :

$$\omega' t' - (\vec{k}' \cdot \vec{r}') = \omega t - k_x x - k_y y - k_z z$$

حيث  $t'$  ،  $x'$  ،  $y'$  و  $z'$  الزمن والاحداثيات في الجملة  $R'$  . لكي ننتقل الى الجملة  $R$  نستعمل تحويلات لورانتز (لأن الامواج الكهرطيسية حدث فوق نسبي) فنحصل بالنتيجة على عبارة الطور في الجملة  $R$  :

$$\frac{\omega' - k_x' v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} t - \frac{k_x' + \frac{\omega' v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} x - k_y' y - k_z' z$$

وترمز هنا  $t$  ،  $x$  ،  $y$  و  $z$  الى الزمن والاحداثيات المكانية في الجملة  $R$  . ومنه ينتج أن المقدارين  $\omega$  و  $\vec{k}$  في الجملة  $R$  يرتبطان بالمقادير  $\omega'$  و  $\vec{k}'$  في الجملة  $R'$  بالعلاقات :

$$\omega = \frac{\omega' + k_x' v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} , \quad k_x = \frac{k_x' + \frac{\omega' v}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (24-11)$$

$$k_y = k_y' , \quad k_z = k_z'$$

لنفرض أن الزاويتين المحصورتين بين اتجاه انتشار الامواج في كل من الجملتين وبين اتجاه الحركة النسبية للجملتين تساويان على الترتيب  $\alpha$  و  $\alpha'$  ، عندئذ :

$$k_x' = k' \cos \alpha' = \frac{\omega'}{c} \cos \alpha' , \quad k_x = k \cos \alpha = \frac{\omega}{c} \cos \alpha$$

من هنا ينتج أن المساواة الاولى في (24-11) يمكن اعطاؤها الشكل

الآتي :

$$\omega = \omega' \frac{1 + \frac{v}{c} \cos \alpha'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (24-12)$$

بمساعدة هذه العلاقة يمكن التحقق من أن العلاقة الثانية تسمى  
بالربط بين  $\alpha$  و  $\alpha'$  وفق الصيغة التالية :

$$\cos \alpha = \frac{\cos \alpha' + \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c} \cos \alpha'} \quad (24-13)$$

تصف هذه العلاقة المفعول الكهرومغناطيسي لدوبلر ، أي ظاهرة تغيير  
تواتر الموجة الكهرومغناطيسية اثناء الانتقال من جملة عطالية الى جملة  
اخرى تتحرك بالنسبة للأولى بالسرعة  $v$  . وتتحول العلاقة (24-12) في  
الحدود اللانسبوية ومن اجل التقريب وفق المرتبة الأولى لـ  $\frac{v}{c}$  الى  
الشكل :

$$\omega = \omega' (1 + \frac{v}{c} \cos \alpha) \quad (24-14)$$

إذا كانت  $\alpha' = 0$  (وتكون  $\alpha$  معدومة أيضا وفق العلاقة 24-13) فإن  
اتجاه انتشار الموجة واتجاه الحركة النسبية لجملتي المقارنة ينطبقان  
ويدعى مفعول دوبلر في هذه الحالة بالمفعول الطولي . وإذا كانت  
 $\alpha' = \frac{\pi}{2}$  يدعى مفعول دوبلر بالمفعول العرضي . ويلاحظ من العلاقة  
(24-14) اختفاء المفعول العرضي في الحدود اللانسبوية .

تبين العلاقة (24-13) أن الانتقال من جملة الى اخرى عندما  
 $\alpha \neq 0$  يؤدي في الحالة العامة الى تغيير اتجاه انتشار الموجة .، وتدعى  
هذه الظاهرة بالحيود . ويؤدي الحيود مثلا الى تغيير المواضع المرئية  
للنجم نتيجة لدوران الارض (الحيود اليومي للضوء) ولدوران الارض  
حول الشمس (الحيود السنوي للضوء) ولانتقال المجموعة الشمسية (الحيود  
القرني) . وتحدث هذه التغيرات لأن الحركات المذكورة آنفا تؤدي الى  
تغيرات دائمة في اتجاه الاشعة الضوئية الآتية من كل نجم ، وكذلك  
المرئية لانتقال النجم بالنسبة للمراقب الأرضي .  
يلعب مفعول دوبلر دورا هاما في العلوم الحديثة . فعلى سبيل

المثال يمكن بواسطة هذا المفعول فقط قياس سرعة حركة الأجرام البعيدة . ويتم ذلك وفق الترتيب التالي : يدرس طيف الاشعاع للموضوع المقصود وليكن ، على سبيل المثال ، مجرة ما بعيدة جداً لنفرض أنه اكتشفت بعض الخطوط الطيفية لعنصر كيميائي ما ضمن طيف المجرة المذكورة (\*) . يقارن بين مواضع هذه الخطوط ومواضع الخطوط لنفس العنصر الكيميائي الموجود في المخبر (مرتبط بالأرض) ، فإذا كانت الخطوط مزاحة بالنسبة لبعضها البعض ، فإن هذا يعني وجود مفعول دوبلر الكهروطيسي ، وبالتالي وجود انتقال ما للمجرة بالنسبة للأرض . وتسمح قيمة الانزياح تلك ، بحساب السرعة النسبية المطلقة لهذه الحركة . فإذا كانت الخطوط الطيفية للمجرة مزاحة في اتجاه التواترات الأدنى ، فهذا يعني أن المجرة تبتعد عن الأرض ، وتدعى هذه الازاحة بالازاحة الحمراء (\*\*). ويدعى الانزياح في الاتجاه المعاكس بالازاحة البنفسجية ، ويدل على اقتراب المجرة من الأرض .

2 ( ترتبط كثافة تدفق الطاقة للموجة الكهروطيسية بكثافة الطاقة

$$\vec{n} = \vec{n} c \omega$$

بالعلاقة :

(24-15)

$$\omega = \epsilon_0 E^2$$

حيث

(24-16)

(في الجملة SI ) ، و  $\vec{n}$  شعاع الواحدة الذي يدل على جهة انتشار الموجة ، والشعاع  $\vec{E}$  مأخوذ بصيغته الحقيقية ( في الجملة CGS تكون  $\omega = \frac{1}{4\pi} E^2$  ) . إن أخذ الصيغة الحقيقية للشعاع ضرورية ذلك لأن  $\omega$  تتعلق بمربع شدة الحقل .

للتحقق من صحة العلاقتين (24-15) و (24-16) نبدل (24-10) في (23-2) و (23-2) في (23-4) ونستفيد من قواعد الحساب الشعاعي . تبين العلاقة (24-15) حقيقتين هامتين : أولا : تحمل الطاقة في اتجاه انتشار الامواج فقط . ثانيا : تمر خلال واحدة السطوح العمودية على منحى الانتشار في واحدة الزمن طاقة تساوي الطاقة التي يحملها الحقل الموجي في حجم متوازي مستطيلات منتظم قاعدته واحدة السطوح

(\*) كل عنصر كيميائي يشع امواجا كهروطيسية ذات تواترات محددة بدقة .

(\*\*) ذلك لأن اللون الأحمر يشغل منطقة التواترات المنخفضة في الطيف المرئي .

وارتفاعه يساوي عدديا السرعة  $c$  . وتعطى قيمة هذه الطاقة بالعلاقة

$$I = |\vec{P}| = c w$$

وتدعى بشدة الموجة .

2- إن وجود الاستقطاب يؤدي الى أن موجتين كهرومغناطيتين ———  
مستويتين متطابقتين ب  $\omega$  و  $\vec{k}$  (أي بالتواتر وجهة الانتشار ) يمكن  
أن تختلفا عن بعضهما البعض بحالة الاستقطاب . نعرض عدد الحالات  
الخطية المستقلة لاستقطاب الموجة المستوية المعرفة بالشعاعين  
 $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  . نشير قبل كل شيء الى أن  $\vec{B}$  يعين بالعلاقة (10-24)  
بشكل وحيد القيمة من اجل قيمة معطية ل  $\vec{E}$  . اضع الى أن الشعاع  
 $\vec{E}$  يملك مركبتين مستقلتين خطيا ، ذلك لأنه عمودي على  $\vec{n}$  . اذا  
وجهنا المحور  $z$  وفق  $\vec{n}$  (اي نختار  $\vec{n} = 0, 0, 1$  ) فان  $E_z = 0$  .  
وهكذا فان  $\vec{E}$  يملك مركبتين  $E_x$  و  $E_y$  . وعند اعطاء هاتين المركبتين ،  
فان  $\vec{E}$  يعين بشكل كامل ، وكذلك الشعاع  $\vec{B}$  . وبالتالي :

تملك الموجة الكهرومغناطيسية المعرفة ب  $\omega$  و  $\vec{n}$  حالتين مستقلتين  
خطيا للاستقطاب . ويمكن تمثيل الموجة ذات الشكل العام كتركيب خطي  
لموجتين مستقطبتين بشكل مختلف وكل منهما ذات استقطاب ثابت .  
يملك الحقل الكهربائي  $\vec{E}_1$  لاحدى الموجتين المستقطبتين - في  
جملة الاحداثيات المختارة سابقا - المركبات التالية :

$$E_{1y} = E_{1z} = 0 \quad , \quad E_{1x} = E_0 e^{-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

ويملك الحقل  $E_2$  من اجل الموجة الثانية الاحداثيات

$$E_{2x} = E_{2z} = 0 \quad , \quad E_{2y} = E_0 e^{-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

وترمز  $E_0$  الى أية قيمة مسجلة للحقل والتي نعتبرها هنا حصرأ قيمة  
حقيقية . إن كلا من الموجتين السابقتين مستقطبة سطحيا . ويدعى  
المستوي الذي يهتز فيه الشعاع  $\vec{E}$  بمستوي الاستقطاب . وهكذا يكون  
مستوي الاستقطاب للموجة الأولى هو المستوي المحدد بالمحورين  $x$   
و  $z$  ، والثانية  $y$  و  $z$  . ولا تعتبر جميع الامواج الكهرومغناطيسية  
احادية اللون مستقطبة خطيا . فالموجة ذات الشكل العام تنتج عن

أخذ حقلها الكهربائي على شكل تركيب خطي :

$$\vec{E} = a \vec{E}_1 + i b \vec{E}_2$$

حيث  $a$  و  $b$  ثابتان اعتباطيان حقيقيان . ويعطى الجزء الحقيقي  $\text{Re } \vec{E}$  لهذه الموجة بالشكل :

$$\text{Re } E_x = E_0 a \cos (\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

$$\text{Re } E_y = E_0 b \sin (\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

$$\text{Re } E_z = 0$$

فمن أجل  $b = 0$  ينعدم الحقل في تلك النقاط التي يتحقق من أجلها

$$\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} = (N + \frac{1}{2}) \pi$$

حيث  $N$  أي عدد صحيح . غير أنه إذا كان  $a = b$  فإننا نحصل على

$$(\text{Re } E)^2 = (E_0 a)^2$$

أي أن القيمة المطلقة للحقل  $\vec{E}$  متساوية في جميع نقاط الفراغ .  
وأثناء تناقص المركبة  $x$  تنمو المركبة  $y$  وعلى العكس . إذا درسنا الحقل  $\vec{E}$  من أجل لحظة زمنية مثبتة  $t$  ، فإنه أثناء الانتقال على طول الموجة ، يقوم الشعاع  $\vec{E}$  (وبالتالي  $\vec{B}$ ) بالدوران المنتظم حول  $z$  . ونحصل على نفس الصورة السابقة للدوران المنتظم للحقل  $\vec{E}$  حول المحور  $z$  عندما تثبت النقطة (أي من أجل  $r = 0$  مثلا ) وينساب الزمن . إذا كانت القيمة المطلقة للحقل  $\vec{E}$  (أو الحقل  $\vec{B}$ ) ، لا يوجد أي اختلاف وقال للعلاقة (10-24) من أجل الموجة المستوية أحادية اللون ثابتة في جميع النقاط ، فإن الاستقطاب لتلك الموجة يدعى استقطابا دائريا . ويوجد نوعان من الاستقطاب الدائري الاستقطاب اليميني والاستقطاب اليساري . ولنذكر أن الاستقطاب يكون يمينيا إذا كان دوران الشعاع  $E$  أثناء الانتقال وفق الشعاع  $\vec{k}$  باتجاه عقارب الساعة ، وذلك عند النظر من نهاية الشعاع  $\vec{k}$  . ويدعى يساريا في الحالة المعاكسة .

عندما  $a \neq b \neq 0$  فإن القيمة المطلقة للحقل  $E$  تتغير ضمن

الحدود من  $|a E_0|$  إلى  $|b E_0|$  . وتدور في هذه الحالة نهاية الشعاع  $\vec{E}(0, t)$  مثلا وفق قطع ناقص . ويدعى الاستقطاب الموافق بالاستقطاب القطعي الناقصي . ويعتبر الاستقطاب الخطي والدائري

حالات خاصة (حدية) للاستقطاب القطعي .

يعطي اهتزاز النواس بسعات صغيرة تصوراً عن الاستقطاب (انظر الشكل 7.2) . فإذا أزعجنا النواس البسيط عن الشاقول ازاحة صغيرة ثم تركناه ، فإنه يبدأ بالاهتزاز في مستوى واحد ، إن ذلك يماثل استقطاب الاستقطاب السطحي . إما إذا أزعجنا النواس وزدناه بدفعة جانبية في اتجاه افقي ، فإن النواس يبدأ بالدوران وفق دائرة أو قطع ناقص ، إن ذلك يماثل الاستقطاب الدائري أو القطعي على الترتيب .

3- إن التواتر والشعاع الموجي محددان بدقة في الموجة وحيدة اللون ، وتستمر الاهتزازات الى زمن لانهاضي وتحدث في حجم غير محدود ، وتملك دائماً في أي مكان نفس السعة . غير أن هذه الصفات المثالية تختفي في الامواج الحقيقية . فالموجة الحقيقية تملك حيوداً (انحرافاً) ما  $\Delta\omega$  في التواتر ، وتتواجد في فترة زمنية محدودة  $\Delta t$  . ويحدث ذلك أيضاً بالنسبة لمركبات الشعاع  $\vec{K}$  للموجة الحقيقية حيث تملك حيوداً في قيمها  $\Delta K_x$  ،  $\Delta K_y$  و  $\Delta K_z$  ، وتوجد الموجة في حجم محدود ، في متوازي مستطيلات مثلاً خروفه  $\Delta x$  ،  $\Delta y$  و  $\Delta z$  . (\*)

يطرح في كثير من التطبيقات التقنية والعملية السؤال الهام التالي : إلى أي مدى أو في أية حدود يمكن تضيق قيم المقادير التي عدناها آنفاً ؟ فمن المهم مثلاً ، أثناء تصميم جهاز ارسال راديوي بسيط يبعث اشارات مرس ، أن نعلم إلى أي مدى يمكن أن يكون الشريط التواتري (أي  $\Delta\omega$ ) لهذا الجهاز ضيقاً ، وذلك من اجل امتداد زمني  $\Delta t$  لاشارة قصيرة (أي النقاط) . من المرغوب به حتماً أن تكون كل من القيمتين صغيرة بأقل ما يمكن وبآن واحد . فكلما كانت  $\Delta\omega$  صغيرة كلما أمكن العمل لمجموعة أكبر من اجهزة البث دون أن يشوش أحدها على الآخر في مجال التواترات المعطى . وكلما كانت  $\Delta t$  صغيرة كلما كانت كمية الأخبار المبتوثة في واحدة الزمن أكبر . يمكن البرهنة رياضياً على اللامساويات التالية التي تثبت الحدود

(\*) نستبر الى أنه خارج متوازي المستطيلات هذه (كما هو الحال خارج الفترة الزمنية) لا تكون السعة معدومة تماماً . حيث يكفي ان تكون صغيرة وتتناقص بسرعة .

الممكنة لتصغير قيم المقادير  $\Delta K_z, \Delta K_y, \Delta K_x, \Delta t, \Delta \omega$

:  $\Delta z, \Delta y, \Delta x$

$$\Delta \omega \cdot \Delta t \geq 1, \Delta K_x \cdot \Delta x \geq 1, \Delta K_y \cdot \Delta y \geq 1 \quad (24-17)$$

$$\Delta K_z \cdot \Delta z \geq 1$$

وتدعى هذه اللامساويات بعلاقات عدم التعيين (علاقات الارتياب).  
ويدعى كل من المقادير  $\Delta K_x, \Delta K_y, \Delta K_z$  و  $\Delta \omega$  بعدم التعيين.  
وهكذا تعني  $\Delta \omega$  عدم التعيين لتواتر معطى، و  $\Delta K_x$  تعني عدم التعيين (الشك) في قيمة المركبة  $x$  للشعاع الموجي.

إن علاقات الارتياب صحيحة من اجل الأمواج المختلفة بطبيعتها،  
وتصح العلاقة الاولى لأي نوع من الاهتزازات.

إن طول الموجة يرتبط بالعدد الموجي  $k = 1/\lambda$  وفق العلاقة  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$   
وبالتالي نحصل وفقا لقواعد حساب الاخطاء على العلاقة :

$$\Delta K = 2\pi \Delta \lambda / \lambda^2$$

إذا قمنا بتوجيه المحور  $x$  وفق الشعاع الموجي  $\vec{k}$ ، فإننا نحصل

$$\Delta \lambda \cdot \Delta x \geq \frac{\lambda^2}{2\pi}$$

تعطي علاقات الارتياب في كثير من الاحوال امكانية اجراء تقديرات بسيطة وفعالة، وتعطي ايضا تكهنا كيفيا عن جريان الحوادث المختلفة فعلى سبيل المثال اذا كان امتداد نقطة واحدة من اشارات مورس في جهاز البث المذكور سابقا يساوي 0,1 ثانية، فإن عرض الشريط

$$\text{التواتري يكون : } \Delta \nu = \frac{\Delta \omega}{2\pi} \geq \frac{1}{2\pi \Delta t} \approx 2 \text{ Hz}$$

ويعتبر هذا التشتت مهما بالمقارنة مع التشتتات الحاصلة بتأثيرات أخرى (الحرارية مثلا).

نورد أيضا تقديرا مماثلا من اجل البث التلفزيوني. يبيث في حالة التلفزة 25 صورة في الثانية، وكل منها يتألف تقريبا من  $5 \cdot 10^5$  نقطة مبثوثة على التوالي ( 625 غطا في كل منها  $\frac{4}{3} \cdot 625$  عنصرا ).  
ينتج أن بث النقطة الواحدة يستغرق زمنا قدره :

$$\Delta t = (25 \cdot 5 \cdot 10^5)^{-1} = 8 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$$

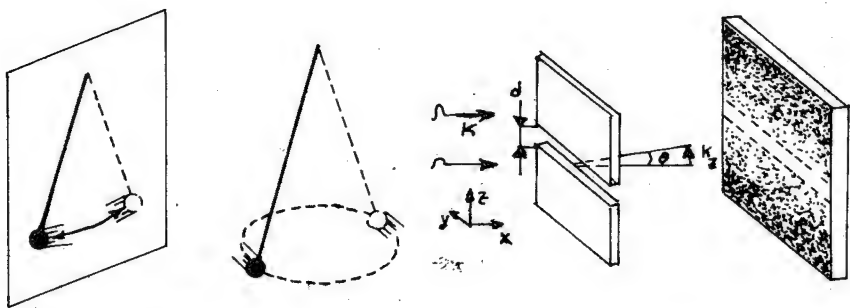
ونحصل في هذه الحالة على  $\Delta \nu = 2 \cdot 10^6 \text{ Hz}$ . وبالتالي يجب أن

يكون تواتر الموجة الحاملة اكبر من 30-50 ميغا هرتز . ويجب فسي هذه الحالة أن يكون المجال التواتري الفاصل بين قنالين للبت أعلى من 2 ميغا هرتز .

سوف ندرس كمثال على علاقات الارتياح (شعاع موجي-احداثيات) ظاهرة عبور الضوء خلال شق ضيق عرضه  $d$  موجود في حاجز معتم (الشكل 7.3) . لنفرض أن الموجة تنتشر قبل وصولها الى الشق وفق المحور  $x$  الذي نختاره عموديا على مستوي الشاشة ، حيث أن  $\vec{k} = (k, 0, 0)$  . يصبح عرض حزمة الأشعة بعد اجتيازها للشق مباشرة مساوية لـ  $d$  ، وتظهر وفقا للعلاقات (14-24) مركبة  $k_z$  للشعاع الموجي من رتبة  $d^{-1}$  . وبالتالي تتحول حزمة الضوء المتوازية بعد اجتيازها للفتحة الى حزمة متباعدة بزاوية انفراج  $\theta$  بحيث يكون :

$$\sin \theta = \frac{|k_z|}{k} = \frac{\lambda}{2\pi d}$$

ويلاحظ أن التباعد يمكن اهماله من اجل  $d \ll \lambda$  . غير أنه من اجل  $d \approx \lambda$  ، فان الاشعة يمكن أن تنتشر من الشق ، عمليا ، وفق مختلف



شكل 7-2

شكل 7-3

الاتجاهات . وتبين هذه النتيجة حدود استخدام الضوء الهندسي . لنذكر أنه اذا كان تغير سعة الموجة صغيرا جدا على مسافات من رتبة طول الموجة ، فان الموجة يمكن وصفها بالسطوح الموجية عندئذ يحدث انتشار الموجة وفق الاشعة . ويعرف الشعاع بأنه الخط الذي يكون في كل نقطة من نقاطه عموديا على السطح الموجي ، الذي يتقاطع مع ذلك الخط في النقطة المعنية . وتحدد العلاقات الثلاث الأخيرة من (17-24) الخواص الهندسية للأشعة . ويبدو أنه : اذا انتشرت



الموجة في وسط متجانس وكان طولها صغيرا جدا بالمقارنة مع الأبعاد المميزة لذلك الوسط فإن الأشعة تكون مستقيمة . وفي هذه الحالة يحدث انتشار للموجة وفق قوانين الضوء الهندسي .

لم يشر هنا الى طبيعة الحادثة الموجية ، ذلك لأن الخاصّة المذكورة للأمواج أتت كنتيجة لمبدأ الارتياح وهي صحيحة من اجل جميع الامواج بغض النظر عن طبيعتها . ويرتبط مصطلح الضوء الهندسي بأن الدراسة الأولية لانتشار الضوء تمت في شروط كانت فيها ابعاد الحزم الضوئية أكبر بكثير من الابعاد المميزة لأطوال موجات الضوء المرئي ( $\lambda \approx 5.10^{-7} m$ ) .

ولا تبدو أطوال الامواج دائما صغيرة جدا ، أو صغيرة فقط . فمثلا عند انتشار الامواج الراديوية ( $\lambda \approx 3 m$ ) في موجّهات الامواج ذات الابعاد العرضية  $0.2 m$  ، لا يمكن أن نستخدم قوانين الضوء الهندسي .

ويدعى انحراف انتشار الامواج عن قوانين الضوء الهندسي الى جوار الحواجز "بالانعراج" ، كما ذكرنا ذلك سابقا . إذا كانت هذه الانحرافات صغيرة (ولكن ليست مهملة ، بحيث أنها لم تفقد تماما مفهوم الشعاع ) ، فإن الانعراج يتجلى في انحناء الاشعة الى جوار مختلف الحواجز . ونطرق هنا واحدة من مسائل الانعراج وبالضبط نبين حدود دقة الأخيلة الضوئية . إن اشعة الحزمة الضوئية التي يجب أن تتقاطع وفقا لقوانين الضوء الهندسي في نقطة واحدة تشكل في الواقع خيالا على شكل بقعة ضوئية . وتتجلى في هذا ظاهرة انعراج الضوء . ويحدث ذلك لأن الابعاد الهندسية لأية جملة ضوئية محدودة . وبالتالي لا تكون نسبة طول الموجة الى الابعاد المميزة للجملة مساوية تماما الى الصفر (بالرغم من صغرها الشديد) . ويقدر بعد البقعة بمساعدة العلاقة  $\theta \approx \frac{\lambda}{2\pi d}$  ، حيث يفهم من  $d$  هنا قياس البقعة ومن الزاوية  $\theta$  زاوية انعراج حزمة الاشعة التي يجب أن تتقاطع وفقا لقوانين الضوء الهندسي في نقطة واحدة . وتأخذ  $\theta$  عادة قيما صغيرة ، وبالتالي  $\theta \approx \theta$  . وهكذا نحصل على تقدير لبعد البقعة الضوئية باستخدام العلاقة :

$$d = \frac{\lambda}{\theta} \quad (24-18)$$

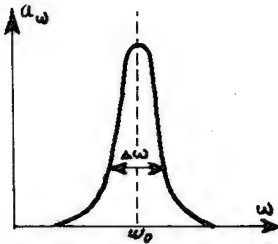
وهذه العلاقة لا تستخدم فقط من اجل الأخيلة وإنما من اجل الاجسام المضيئة ايضا . وعلى وجه التحديد ، عند مراقبة نقطة مشعة لحزمة ضوئية طول موجتها  $\lambda$  فانه من غير الممكن تمييز هذه النقطة عن جسم بعده يساوي  $\frac{\lambda}{6}$  .

يمكن التعبير عن الاهتزازات اللاتوافقية (غير هارمونية) لأي مقدار فيزيائي  $a(t)$  بصيغتين :

أولا : نستطيع وفقا لنظرية فورييه ، أن نقدم  $a(t)$  على شكل تركيب لحركات توافقية ، أي :

$$a(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} a_{\omega} \cdot d\omega \quad (24-19)$$

ويصف المقدار  $a(t)$  الاهتزازات القريبة الى التوافقية ، فاذا كان تابع التواترات  $a_{\omega}$  يملك نهاية عظمى واضحة في المجال المجاور الى قيمة محددة للتواتر  $\omega_0$  ويتناقص بسرعة من اجل زيادة  $|\omega - \omega_0|$  (الشكل 7.4) ، فان المقدار  $a_{\omega}$  في صيغة الكتابة هذه يميز عرض اسفين التابع  $a_{\omega}$  . ويرى بوضوح في العلاقة المنشورة (24-19) التركيب التواتري لـ  $a(t)$  .



شكل 7.4

ثانيا : يمكن أن نعبر عن  $a(t)$  من خلال السعة  $a_0(t)$  والطور  $\psi(t)$  ، أي :

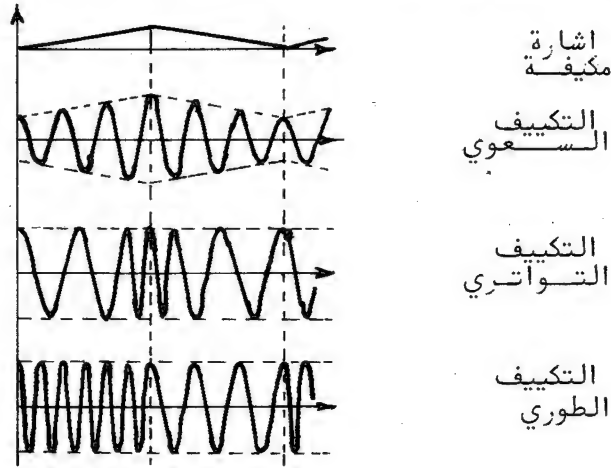
$$a(t) = a_0(t) \cdot e^{-i\psi(t)} \quad (24-20)$$

حيث أن  $a_0(t)$  و  $\psi(t)$  تابعان حقيقيان . ويرى بوضوح في العلاقة (24-20) نمو الاهتزاز بدلالة الزمن . إذا تغير كل من التابعين  $a_0(t)$  و  $\psi(t)$  ببطء مع الزمن ، وكان  $1 \gg |\psi(t)|$  فان التابع  $\psi(t)$  الموجود في (24-20) ، يمكن نشره بجوار كل لحظة زمنية  $t_0$  على شكل سلسلة تايلور والاحتفاظ بحديه الأولين :

\* يمكن أن تمثل  $a(t)$  مقدارا فيزيائيا معيناً ، مثلاً يمكن اعتبارها شحنة ليس مكثفة لدائرة مهتزة ، أو ازاحة كتلة موشوكة الى نابض عن وضع التوازن .

$$\psi(t) = \psi(t_0) + (t - t_0) \left. \frac{\partial \psi}{\partial t} \right|_{t=t_0}$$

- ويدعى المشتق  $\omega(t_0) = \left. \frac{\partial \psi}{\partial t} \right|_{t=t_0}$  بالتواتر اللحظي في الزمن  $t_0$ .  
 وإذا تحقق التقريب المكتوب لـ  $\psi(t)$  بشكل جيد ، وتغير التواتر  $\omega(t_0)$  ببطء (ليس بالضرورة بانتظام) عندما يتغير الزمن  $t_0$  ، بحيث يبقى الى جوار التواتر المسجل  $\omega_0$  ، فاننا نقول أن (20-24) تصف اهتزازا مكيفا بتواتر حامل  $\omega_0$  . وتصف التوابع  $a(t_0)$  و  $\omega(t_0)$  في هذه الحالة السعة والتواتر والتكيف الطوري على الترتيب . ويعرض الشكل 7.5 هذه الانماط من التكيف . وتلعب الامواج المكيفة الدور الرائد في البث الاذاعي ، حيث تعتبر  $\omega_0$



شكل 7.5

التواتر الحامل للأمواج الكهرومغناطيسية ، ونقول أن السعة  $a_0(t)$  تهتز بتواترات المجال الصوتي .

تسمح مبرهنة فورييه المذكورة بالحصول على العلاقة العكسية لـ (19-24) ، والتي يعبر بها عن التابع التواتري  $a_\omega$  بدلالة  $a(t)$  :

$$a_\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} a(t) dt \quad (24-21)$$

ونقوم على سبيل المثال بالحصول على التابع  $a_\omega$  للاهتزاز المتخامد (الشكل 7.6) ، الذي تعطى من اجله  $a(t)$  بالعلاقة (\*) :

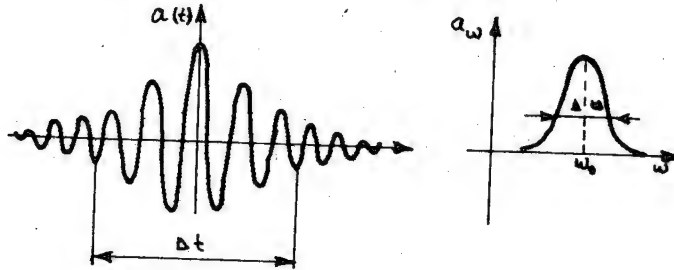
(\*) نقبل ، من اجل التناظر ، أن التابع  $a(t)$  يتخامد أسيا من اللحظة  $t=0$  في كلا الاتجاهين للزمن .

$$a(t) = a_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t - i\omega t} \quad (24-22)$$

نعوض هذه العبارة في (24-21) فنحصل على تكامل بسيط . ونجد أن :

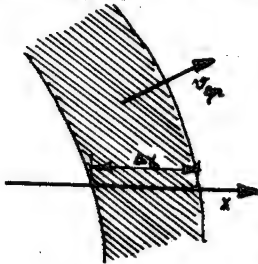
$$a_{\omega} = \frac{a_0 \gamma}{2\pi [(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\gamma^2}{4}]} \quad (24-23)$$

ونلاحظ أن التابع  $a_{\omega}$  الذي حصلنا عليه يحوي نهاية عظمى من أجل  $\omega = \omega_0$  ، ويكون عرض الاسفين  $\Delta\omega$  من رتبة  $\frac{\gamma}{2}$  . ويتواجد الاهتزاز بسعة ليست صغيرة بالمقارنة مع السعة البدئية ، وذلك خلال زمن  $\Delta t$  من رتبة  $\frac{2}{\gamma}$  ، مما يتفق وعلاقة عدم التعيين (24-17) .  
نعم التحليل المقدم من أجل علاقة الارتياح (زمن-تواتر) على علاقة الارتياح (احداثيات-شعاع موجي) ، وذلك باستخدام الرمز الموافقة ، لأن الطبيعة الرياضية لكليهما واحدة . وتنتج حقيقة وجود علاقة عدم التعيين (احداثيات شعاع موجي) من المثال التالي . يعرض الشكل 7.7 الوضع اللحظي المحدد مكانيا للحادثة الموجية . ويبين القسم المخطط المكان الذي اثيرت فيه الاهتزازات . وتسلم



شكل 7.6

الاهتزازات في كل نقطة خلال فترة زمنية مقدارها  $\Delta t$  ، ويكون امتداد



شكل 7.7

هذه الفترة من رتبة  $\frac{\Delta x}{v_g}$  ، حيث  $\Delta x$  قياس الموجة في الاتجاه  $x$  و  $v_g$  المركبة على المحور  $x$  لسرعة المجموعة (يسجل عبور الامواج بسرعة نقل طاقتها التي تساوي سرعتنسجة المجموعة) . وبما أن  $K = \vec{k}(\omega)$  فان

مجال التواترات  $\Delta \omega$  مسؤول عن مجال قيم المركبة للشعاع الموجي

$$\Delta k_x = \frac{dk_x}{d\omega} \Delta \omega = \frac{\Delta \omega}{\partial \omega / \partial k_x} = \frac{\Delta \omega}{v_{gr}}$$

وبالتالي يكون :

$$\Delta t \approx \frac{\Delta x}{v_{gr}} = \frac{\Delta x \cdot \Delta k_x}{\Delta \omega}$$

$$\Delta k_x \cdot \Delta x \approx \Delta \omega \cdot \Delta t \gtrsim 1 \quad \text{وأخيراً نجد أن :}$$

## 25 - إشعاع الأمواج الكهربية ، توليدهم ، طرق ملاحظتهم .

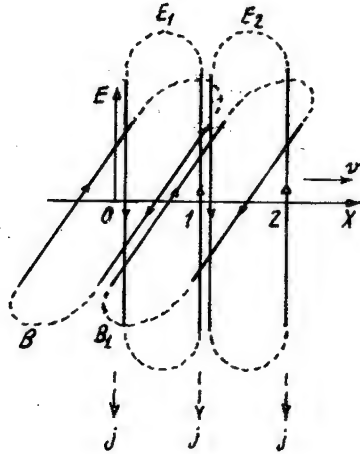
1- تتولد جميع الحقول الكهربية بواسطة الشحن والتيارات الكهربية .

إن الشحن المتحركة حركة متسارعة يمكنها أن تشع في الفضاء أمواجاً كهربية . وفي الواقع تولد الشحن الساكنة حقلاً كولونيا فقط . ولا تتولد في الحالة الأخيرة أمواج كهربية ، ولا يمكن أن تتواجد هذه الأمواج في حالة الشحن المتحركة حركة مستقيمة منتظمة ، وذلك وفقاً لمبدأ النسبية .

لنصف كيفياً صورة الإشعاع . ندرس حالة بسيطة ، يلعب فيها دور المنبع جسيم مشحون مهتز . إن اهتزاز الشحنة يؤدي إلى اهتزاز الحقل  $\vec{E}$  في المنطقة المجاورة للشحنة ، غير أن تغير الحقل الكهربي ينتشر في الخلاء بسرعة  $c$  . وبالتالي يتخلف على بعد  $r$  من الشحنة تغير الحقل عن اهتزاز الشحنة بالفترة الزمنية  $\frac{r}{c}$  . وهكذا يكتسب تغير الحقل كتاب  $L$  شكلاً موجياً طول موجته يساوي  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$  . ويؤدي تغير الحقل الكهربائي مع الزمن ، وفقاً لمعادلة ماكسويل الرابعة من (24-1) ، إلى ولادة حقل مغناطيسي .  $\vec{B}(t)$  ، الذي يولد بدوره حقلاً كهربائياً  $\vec{E}(t)$  وذلك وفقاً للمعادلة الثانية من (24-1) . إن تغيرات الحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  تنتشر في الفضاء مشكلة موجة كهربية تشعها الشحنة المهتزة .

ويعرض الشكل 7.8 تخطيطاً لهذه العملية : إن تناقص  $\vec{E}$  مع الزمن ، يماثل توليد تيار ازاحة  $\vec{J}(t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  يتجه باتجاه معاكس لـ  $\vec{E}$  . وهذا التيار مسؤول عن توليد حقل مغناطيسي  $\vec{B}$  خطوطه

متجهة باتجاه عقارب الساعة ، ولعدم وجود تيارات ثابتة تبقى على  $\vec{B}$  مستقرا ، فان  $\vec{B}$  يتناقص ويولد بدوره حقلًا كهربائيًا  $\vec{E}_1$  . ويكون اتجاه خطوط القوة لهذا الحقل بعكس اتجاه عقارب الساعة



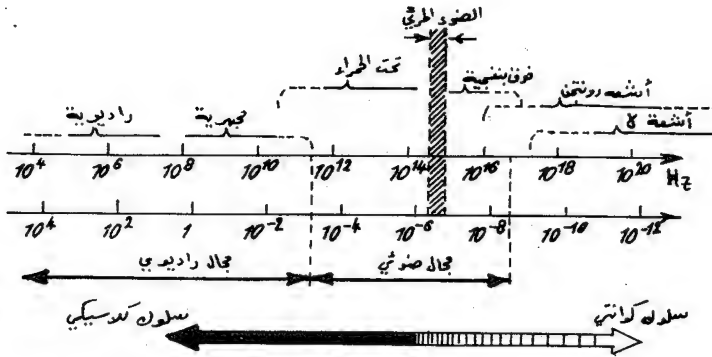
شكل 7.8

ويحطم هذا الحقل الحقل الأولي في النقطة 0 ويظهر في نقطة جديدة 1 . ومن جديد يختفي  $\vec{E}_1$  في 1 ليولد حقلًا مغناطيسيًا  $\vec{B}_1$  يتجه باتجاه عقارب الساعة ، يساهم الحقل  $\vec{B}_1$  في تحطيم  $\vec{B}$  غير أنه يتشكل في نقطة أخرى مجاورة ويولد بدوره حقلًا كهربائيًا  $\vec{E}_2$  . وهكذا ينتشر الحقلان  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  في الفضاء، أي تنتشر الموجة الكهرومغناطيسية .

إن الشحن الكهربائية يمكنها أن تهتز بأي تواتر مرغوب به ، وتملك معادلات ماكسويل حلا من الشكل (24-4) و (24-7) من أجل أي تواتر كان . وبالتالي :

" يكون الطيف التواتري للامواج الكهرومغناطيسية غير محدود " .  
وتختلف الامواج الكهرومغناطيسية بهذه الخاصة عن الامواج الصوتية .  
يعرض المخطط 7.9 مسطرة الامواج الكهرومغناطيسية . ويلاحظ أن المجالات الطيفية ذات التسميات المختلفة تتداخل جزئيا ، وتوضح هذه التغطية الجزئية بأن كل مجال من مجالات مسطرة الامواج الكهرومغناطيسية مرتبطة بهيئة محددة من المشعات . فالامواج الراديوية والمجهرية

(مجال التواترات الراديوية) ، التي تستخدم بكثرة في التطبيقات العملية تشع بواسطة تيارات متغيرة تجري في نواقل عادية . ويحدث أحيانا أن تشكل الامواج الراديوية بواسطة مجموعات مجهرية للجسيمات مثلا ، الكترونات الذرات والجزيئات . وهكذا فان الكترون ذرة



شكل 7.9

الهيدروجين قادر على اشعاع موجة كهربائية طولها  $\lambda = 0,21\text{cm}$  . ويقابلها تواتر قدره  $1,43 \cdot 10^{11}\text{Hz}$  ، أي أنها تنتسب الى الامواج المجهرية (\*). وتتولد الاشعاعات ابتداء من المجال الضوئي بواسطة المولدات المجهرية الضوئية . وتنسب الى هذا المجال الأشعة تحت الحمراء والأشعة المرئية والأشعة فوق البنفسجية ، والأشعة السينية الطرية (أي الأشعة السينية ذات التواترات المنخفضة نسبيا). (\*توجد ذرة الهيدروجين بشكل اساسي حرة في الغازات مابين النجوم وتكون نادرة جدا على سطح الارض . وكل منها يشع خلال فترات متباعدة جدا حيث يحدث ذلك بشكل وسطي مرة كل 11 مليون سنة . غير أن الاشعاعات الكونية تحوي امواجا ملحوظة بطول مقداره  $0,21\text{cm}$  . ذلك لأن ذرات الهيدروجين منتشرة بكثرة في الكون . وبما أن الغازات الكونية تتحرك بسرعات مختلفة فان التواترات نتيجة لمفعول دوبلر تقع في المجال المجاور لـ  $1,43 \cdot 10^{11}\text{Hz}$  هرتز ويعتمد استنادا الى توزيع الشدة في هذا المجال على دراسة حركة غازات مابين النجوم .

وتعتبر الذرات والجزيئات المشعات الدارجة لمثل هذه الاشعاعات فالاشعة تحت الحمراء تنشأ أثناء الحركة المتسارعة الكوانتية للشحن في الجزيئات . وتحدث هذه الحركة المتسارعة أثناء دوران الجزيء ، واهتزاز ذراته . وتنشأ الاشعة المرئية وفوق البنفسجية ، نتيجة لاهتزاز الالكترونات في الذرات والشوارد . وتختلف هذه الاشعاعات لأن كل نوع من الذرات يشع فقط وفق تواتراته المحددة والخاصة .

تستطيع تيارات الالكترونات أن تولد الاشعة السينية . وهذه الاشعة تنشأ عن كبح (فرملة) الالكترونات بواسطة المواد . ويكون الطيف التواتري لهذه الاشعة متصلا ، ويدعى بالطيف المكبوح .

تنطلق اشعة  $\alpha$  من نوى الذرات أثناء التحولات والتفاعلات النووية . وتنشأ هذه الاشعة نتيجة لبعض التأثيرات المتبادلة بين الجسيمات العنصرية . وتسلك أشعة رونتجن وأشعة  $\gamma$  سلوكا كوانتيا .

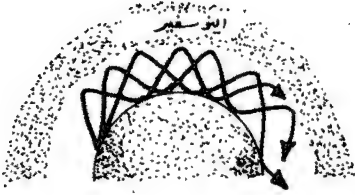
2- ندرس كيف تنتشر الاشعاعات الكهرطيسية ، ونبدأ قبل كل شيء بالحالات التي تصادف غالبا .

عند انتشار الامواج الراديوية فوق سطح الارض وتحت (وذلك في حالة غياب جمل موجهة خاصة ) ، يظهر تأثير الخواص الالكتروديناميكية لسطح الارض وغلافها الجوي ، بالاضافة الى تحذب (تكور) سطح الارض وعدم استواء تضاريسه الجغرافية ، ويرتبط تأثير القشرة الارضية بأن الامواج تؤدي الى إثارة تيارات كهربائية ، ويتبع ذلك انفاق جزء من طاقة الامواج . ويؤدي هذا الضياع في الطاقة الى إضعاف الامواج الراديوية ، خاصة الى جوار محطات البث . وينحصر تأثير الغلاف الجوي بوجود البلازما (اينوسفير) وموانئ أخرى في طبقاته العليا القادرة على امتصاص بعض الامواج الراديوية . ويتمثل الدور الهام لطبقة الـ اينوسفير ، بقدرة هذه الطبقة على عكس الامواج المحصورة في المجال  $m \cdot 10^4 - 10 = \lambda$  ، وتشكل بالتالي حول الارض مرآة عاكسة خاصة . ولا تسمح تلك الطبقة بعبور جميع الامواج المبثوثة من المحطات الارضية التي تتجاوز اطوالها  $m \cdot 10 - 15$  . وهذه الامواج تنعكس بالتناوب على سطح الارض وعلى طبقة الـ اينوسفير ، مما يمكنها من تغطية مسافات بعيدة ، وتؤمن بالتالي الاتصالات الراديوية حتى بين نقطتين متقابلتين قطريا من سطح الارض (الشكل 7.10) . ويبدو تأثير



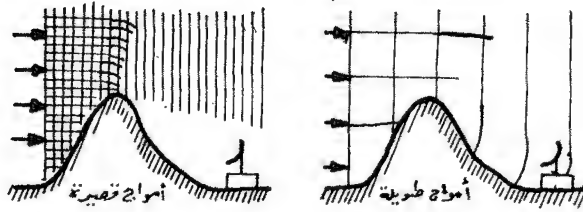
ويبرز تأثير الغلاف الجوي (اتموسفير) في امتصاصه للأمواج في المجال  $1 \text{ cm} - 10^{-2} \text{ m}$ . ويرتبط هذا التأثير بشكل رئيسي باحتواء الاتموسفير على الاوكسجين وبخار الماء .

ويعتبر تقوس سطح الارض وجغرافيته مسؤولاً عن ظواهر الانعراج فيفضل الانعراج يمكن للأمواج الراديوية الدوران حول الافق ، وتستطيع أن تتجاوز مختلف المواقع . غير أن الامواج التي تنعرج بشكل ملحوظ تلك التي تملك اطوالاً من رتبة  $10^3 \text{ m} \geq \lambda$  . أما الامواج الأقصر من ذلك فهي تنتشر بشكل مستقيم ، وتجتاز الموانع فقط بواسطة الانعكاس على الاتموسفير ويمثل الرسم 7.11 الفرق في سلوكية



شكل 7.10

الامواج القصيرة والطويلة عندما يعترضها حاجز ما ، وليكن جبلاً مثلاً . وتمثل الخطوط الشاقولية على الرسم السطوح الموجية للأمواج الراديوية الواردة . واخطوط الأفقية السطوح الموجية للأمواج المنعكسة . ويلاحظ



شكل 7.11

أن الجبل يعزل الهوائي في حالة الامواج القصيرة ، بينما تدور حوله الامواج التي طولها من رتبة ارتفاعه ويتمكن الهوائي من التقاطها ويقتصر دور الجبل على إضعاف شدة هذه الامواج بشكل قليل . ويتمتع الاينوسفير بصفة الشفافية بالنسبة للأمواج التي أطوالها اقل من 10 متر . وتم اكتشاف اشعاعات كونية أطوالها من الرتبة

المذكورة . وقد استقطب هذا الاكتشاف اهتمام العلماء منذ أربعينيات  
قرنا الحالي لاستخدامه في التعرف على محتويات الاجرام السماوية  
3- تعتمد طرق التقاط (تسجيل) الامواج الكهرطيسية المختلفة  
على تحويل طاقتها الى شكل آخر للطاقة . وتختلف طرق التحويل  
هذه باختلاف أطوال وشدات الامواج الملتقطة . ومن المستقبلات  
الشائعة : المستقبلات الحرارية التي تعتمد على تحويل طاقة الامواج  
الى طاقة حرارية تسخن العنصر المستقبل . والمستقبلات الفوتو-  
كهربائية التي تحول طاقة الامواج الى تيار كهربائي . والمستقبلات  
الكيميائية والومضة والتشردية ... الخ .

## 26 - آلية الاشعاع الكهرطيسي .

1- إن أغلب المصادر الطبيعية والصناعية للاشعاع الكهرطيسي  
تحقق الشرط :

$$\lambda \ll d \quad (26-1)$$

حيث  $d$  البعد الطولي للمجال الذي يولد فيه الاشعاع (أي المجال  
الذي يحوي الشحن المتسارعة) و  $\lambda$  طول موجة الاشعاع . ويمكن  
ان نقدم هذا الشرط بالشكل :

$$c \ll v \quad (26-1a)$$

حيث  $v$  القيمة الوسطية لسرعة الشحنات . وفي الواقع اذا كانت  
 $T$  دور الاشعاع فان  $\lambda = c \cdot T$  ، ويكون  $d$  من مرتبة  $vT$  مما  
يؤدي الى تكافؤ اللامتساويتين (26-1) و (26-1a) . ولا تتجاوز سرعة  
الالكترونات في الذرات القيمة  $c \cdot 0,01$  ، وكذلك الحال بالنسبة  
للكثرونات الناقلية في الهوائيات (\*) . وسوف نرى أن الشرط (26-1a)  
يتحقق في أغلب الحالات العملية .

يدعى منبع الاشعاع الكهرطيسي وحيد اللون الذي يحقق الشرط  
(26-1) "بديبول هرتز" ، وهذا البديبول يملك عزما ديبوليا كهربائيا

$$\vec{P}(t) \text{ يتعلق توافقيا بالزمن : } \vec{P}(t) = \vec{P}_0 \cdot e^{-i\omega t} \quad (26-2)$$

(\*) إن الهوائيات الخاضعة لتأثير الامواج القصيرة والمجهرية الراديوية  
يمكن أن تملك ابعاداً من رتبة أكبر من طول الموجة . ولكن يمكن النظر  
اليهم كمجموعة من المصادر العديدة .

ولا تلعب تفصيلات التوزيع للشحن والتيارات في ديبول هرتز دورا هاما ذلك لأن مواصفات الاشعاع لاتتعلق بهذه التفصيلات . ولزيادة الايضاح يمكن ، مثلا ، اعتبار الديبول مؤلفا من شحنة سالبة ساكنة  $-q$  وشحنة موجبة  $+q$  تهتز توافقيا وفق منحى  $\vec{P}$  بسعة مقدارها  $d = \frac{|\vec{P}|}{q}$  وتواتر  $\omega$  .

يدعى المجال المفصول بمسافات كبيرة بالمقارنة مع  $\lambda$  عن ديبول هرتز ، أي من اجل

$$r \gg \lambda \quad (26-3)$$

بالمنطقة الموجية . ويملك الحقل في المنطقة الموجية تركيبا ابسط من تركيبه على مسافات من رتبة  $\lambda$  أو اصغر . ويرتبط هذا التبسيط بسببين : تعتبر الموجة على مسافات بعيدة من المشع ، أي في الجوار المباشر لكل نقطة من نقاط المنطقة الموجية موجة مستوية تقريبا ، وبالتالي يمكن استعمال العبارات الموجية البسيطة ، وبالتحديد العبارة (24-10) حيث  $\vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}$  و  $\vec{r}$  نصف القطر الشعاعي الذي يربط نقطة المراقبة بديبول هرتز . ثانيا : يبقى في المنطقة الموجية عمليا فقط الحقول المفصلة عن الديبول والتي تنتشر بحرية ، بينما تبقى الحقول التي تهتز مع الديبول (لاتعطي دفقا للطاقة الى الخارج) متمركزة في مجال المسافات التي من رتبة  $r \leq \lambda$  .

ونورد هنا بعض الاعداد لاعطاء تصور عن ابتعاد المنطقة الموجية عن المشع لبعض حالات الاشعاع الأكثر انتشارا . إن المستقبل (المذيع) الموجود على مسافة من الاذاعة تساوي تقريبا 3 كم يقع في المنطقة الموجية فيما اذا كان تواتر البث يساوي  $10^7$  هرتز (أي بطول موجي حوالي 30 مترا) . إن أية جملة ضوئية مفصلة عن الذرات المشعة للضوء المرئي ( $\lambda \approx 10^{-6} m$ ) بمسافة قدرها فقط 0,1 م تقع في المنطقة الموجية .

إن حل معادلات ماكسويل من اجل ديبول هرتز في المنطقة الموجية يملك الشكل :

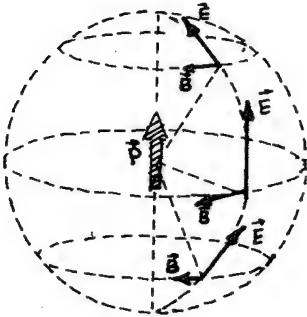
$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} [\ddot{\vec{P}}(t) \wedge \vec{n}] \wedge \vec{n}$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^3 r} [\ddot{\vec{P}}(t) \wedge \vec{n}] \quad (26-4)$$

حيث  $t' = t - \frac{r}{c}$  وتعني  $\ddot{\vec{P}} = \frac{d^2\vec{P}}{dt^2}$  .

نوضح طبيعة العبارة (26-4) . إن تابعية  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  الخطية لـ  $\ddot{\vec{P}}$  تنتج من خطية معادلات ماكسويل . وينتج تناسب الحقلين مع  $\frac{d^2\vec{P}}{dt^2}$  من أن الذرات المسرعة فقط هي التي تشع ، وليس الذرات الساكنة أو المتحركة بانتظام . ويتفق التركيب الشعاعي لـ  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  مع (10-24) . وفي النهاية ، إن تناسب كل حقل مع  $\frac{1}{r}$  يقود إلى أن شعاع باونتغ (4-23) يتناسب مع  $\frac{1}{r^2}$  ، ذلك لأن التدفق الكلي لطاقة الاشعاع خلال سطح كرة ينطبق مركزها على موضع ديبول هرتز لايتعلق بقيمة نصف قطر هذه الكرة . ويتفق هذا مع قانون انحفاظ الطاقة : إن الطاقة التي تعبر سطح كرة نصف قطرها  $r_1$  خلال فترة زمنية ما ، فإنها تعبر خلال نفس الفترة الزمنية سطح كرة نصف قطرها  $r_2$  متمركزة مع الكرة الأولى حيث  $r_2 > r_1$  .

إن التناقص البطيء لحقل اشعاع ديبول هرتز بازدياد المسافة (تابعية من الشكل  $\frac{1}{r}$ ) ، يسمح بانتشار الاشعاعات الكهرومغناطيسية إلى مسافات كبيرة جدا . وبالتالي نستطيع أن نرى بالعين المجردة ضوء النجوم ، مع أن أقربها يقع على مسافة  $3.10^{16} m$  تقريبا .  
يعرض الشكل 7.12 الحقلين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  (العلاقة 26-4) ففي



شكل 7.12

ثلاثة نقاط متساوية البعد عن  
المنبع (العزم الديبولي  $\vec{P}$ ) ،  
ومختلفة الاتجاه . نلاحظ أن  $\vec{E}$   
و  $\vec{B}$  و  $\vec{n}$  تشكل ثلاثية شعاعية  
متعامدة متثنى متثنى . ويكون الاشعاع  
اعظما في المستوي الاستوائي  
(حيث يكون عموديا على  $\vec{P}$ ) ،  
ويتناقص بازدياد خط العرض باتجاه  
القطبين وينعدم نهائيا على القطبين  
(وفق العزم الديبولي) .

2- نقوم باستنتاج العلاقة (26-4) . نحن نعلم إن الكمون الشعاعي  $\vec{A}(\vec{r})$  الذي يولده تيار مستقر كثافته  $\vec{J}(\vec{r})$  يساوي :

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}') dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

عند الانتقال الى الكمون  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  الذي يولده ديپول هرتز فـي المنطقة الموجية ، نقوم بتغيير عبارة الكمون  $\vec{A}(\vec{r})$  بالشكل : أو لا يصح  $\vec{A}$  متعلقا بالزمن ، أي  $\vec{A} = \vec{A}(\vec{r}, t)$  . ثانيا ، بحكم الشرطين (26-2) و (26-3) ، تختلف كثافة التيار عن الصفر فقط من اجل  $r' \ll r$  بينما يكون  $r \gg r'$  . وبالتالي يكون دوما  $r' \ll r$  ، وهكذا نستطيع أن نستبدل في مخرج علاقة  $A$  المقدار  $|\vec{r} - \vec{r}'|$  بـ  $r$  . ثالثا : إن التيار يتعلق ايضا بالزمن ، ولكن بتخلف زمني قدره  $\frac{r}{c}$  وهو الزمن اللازم لانتشار الإشارة من الديپول الى النقطة  $r$  :  $\vec{j} = \vec{j}(\vec{r}', t')$  حيث  $t' = t - \frac{r}{c}$  . وبالتالي نحصل على العبارة التالية لـ  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  :

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \int \vec{j}(\vec{r}', t') \cdot dV'$$

غير أنه وفقا للعلاقة  $\frac{d\vec{p}}{dt} = \int \vec{j} \cdot dV$  (الحقول على مسافات بعيدة) يكون :

$$\int \vec{j}(\vec{r}', t') dV' = \vec{p}'(t')$$

وبالتالي :

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\vec{p}'(t')}{4\pi\epsilon_0 c^2 r}$$

لكي نحصل على المركبات المغناطيسية لحقل المشع ، يجب حساب دوار الكمون الشعاعي الذي حصلنا عليه . ويجب أن نأخذ بعين الاعتبار إن هذا الكمون الشعاعي يتعلق فقط بالقيمة المطلقة لشعاع الموضع  $\vec{r}$  لنقطة الملاحظة . وبالتالي اثناء حساب  $\text{rot } \vec{A}$  يمكننا أن نقبل قاعدة تفاضل التابع المعقد ، ولكن -بطبيعة الحال- يجب الاحتفاظ بالمضروب الشعاعي :

$$\text{rot } \vec{A} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial r} \wedge \frac{\partial \vec{A}}{\partial r}$$

من المساواة  $\frac{\partial}{\partial r}(r^2) = 2\vec{r} = 2r \frac{\partial \vec{r}}{\partial r}$  نحصل على :  $\frac{\partial \vec{r}}{\partial r} = \frac{\vec{r}}{r} = \vec{n}$  .

نستعمل قاعدة الجداء التفاضلي ، وتفاضل التابع المعقد :  $\frac{d\vec{p}}{dr} = \frac{d\vec{p}}{dt'} \cdot \frac{dt'}{dr}$  :

ونحتفظ بالحد الذي يتناقص ببطء بازدياد  $r$  فنجد :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\vec{P}(t')}{r} \right) = -\frac{1}{r^2} \vec{P}(t') - \frac{1}{rc} \dot{\vec{P}}(t') = -\frac{1}{rc} \dot{\vec{P}}(t')$$

(حيث  $t' = t - \frac{r}{c}$ ) . نضع كلا المضروبين المحسوبين في عبارة  $\vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \dot{\vec{P}}(t') \times \vec{n}$  فنحصل على العلاقة الثانية من اجل الحقل المغناطيسي

من الجملة (26-4) . ونحصل على العلاقة الأولى من الجملة (26-4) من (24-10) . أي  $\vec{E} = c \vec{B} \wedge \vec{n}$  .

3- نقوم الآن بحساب شدة اشعاع ديپول هرتز . إن تدفق طاقة الاشعاع الكهرومغناطيسي (23-4) بالتعريف تساوي شعاع باونتغ :

$$\vec{\Pi} = \epsilon_0 c^2 \vec{E} \wedge \vec{B}$$

ويعتبر تدفق الطاقة  $\frac{dI}{d\Omega}$  المنسوبة الى واحدة الزوايا المجسمة في الاتجاه المعطى ، في التطبيقات العملية ، أهم من شعاع باونتغ نفسه . يصف المقدار  $\frac{dI}{d\Omega}$  التوزع الزاوي لطاقة الاشعاع . يدعى التدفق  $dI$  المار عبر الزاوية المجسمة  $d\Omega$  بالتدفق التفاضلي للاشعاع في الزاوية المجسمة  $d\Omega$  . إن عنصر السطح  $d\vec{S}$  ذا النظم  $\vec{n}$  لكرة نصف قطرها  $r$  والمفروز بالزاوية  $d\Omega$  يعطى بالعلاقة  $d\vec{S} = \vec{n} r^2 d\Omega$  . وبالتالي :

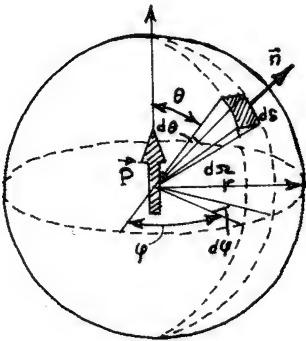
$$dI = \vec{\Pi} \cdot d\vec{S} = \vec{\Pi} \cdot \vec{n} r^2 d\Omega$$

$$\frac{dI}{d\Omega} = \vec{\Pi} \cdot \vec{n} r^2 \quad \text{أو}$$

نبدل في  $\vec{\Pi}$  حقل الاشعاع (26-4) ، وذلك باعتبار أن مركز الكرة منطبق على ديپول هرتز (الشكل 7.13) .

ونفص جميع الجداءات الشعاعية فنحصل على :

$$\frac{dI}{d\Omega} = \frac{\mu_0^2 \epsilon_0^2 \dot{P}^2(t') \sin^2 \theta}{16 \pi^2 \epsilon_0 c^2} \quad (26-5)$$



شكل 7.13

وترمز  $\theta$  هنا الى الزاوية المحصورة بين ديپول هرتز و  $\vec{n}$  . ويجب أن يكون الشعاع  $\vec{P}(t')$  في صيغته

الحقيقية  $\vec{P}(t') = \vec{P}_0 \cos \omega t$  ، ذلك لأن هذا الشعاع يدخل في (26-5) على شكل تربيعه . ومن الواضح أن  $\vec{P}''(t') = -\omega^2 \vec{P}(t')$  وبالتالي  $\vec{P}''(t') = \omega^4 P_0^2 \cos^2 \omega t'$  ، وشدة الاشعاع :

$$dI = \frac{\omega^4 P_0^2 \sin^3 \theta}{16 \pi^2 \epsilon_0 c^3} d\theta \cdot d\varphi \cdot \cos^2(\omega t')$$

لقد استبدلنا هنا  $d\tau$  بقيمتها  $d\tau = \sin \theta \cdot d\theta \cdot d\varphi$  . نقوم بتوسيط شدة الاشعاع خلال فترة زمنية تساوي دورا واحدا للاهتزاز حيث يصبح  $\overline{\cos^2(\omega t')} = \frac{1}{2}$  ، وبالتالي :

$$\bar{dI} = \frac{\omega^4 P_0^2 \sin^3 \theta}{32 \pi^2 \epsilon_0 c^3} d\theta \cdot d\varphi \quad (26-6)$$

وتعطي مكاملة العلاقة السابقة وفق الزوايا (وفق  $\varphi$  من الصفر الى  $2\pi$  ، ووفق  $\theta$  من الصفر الى  $2\pi$  ) ، الشدة الكلية الوسطى

$$\bar{I} = \frac{\omega^4 P_0^2}{12 \pi \epsilon_0 c^3} \quad \text{لديبول هرتز :} \quad (26-7)$$

يساوي المقدار التكاملي  $\bar{I}$  الطاقة المصروفة في ديپول هرتز على الاشعاع في واحدة الزمن . ويحدد المقدار التفاضلي  $d\bar{I}$  استطاعة الاشارة الكهربائية على مدخل جهاز استقبال موضوع في حدود الزاوية  $d\tau$  . ويلاحظ مباشرة ان هذه الاستطاعة تنمو بحددة بازدياد التواتر ، حيث انها تتناسب مع  $\omega^4$  . وبالتالي تكون المولدات عالية التواتر أكثر فاعلية من المولدات منخفضة التواتر .

نشير في النهاية الى أن ثوابت العلاقات (26-5) - (26-7)

تتغير عند الانتقال الى الجملة CGS : ففي العلاقتين (26-5) و (26-6) يحل الثابت  $\frac{1}{4\pi}$  مكان  $\frac{1}{16 \pi^2 \epsilon_0}$  ويدخل في العلاقة (26-7)

الثابت  $\frac{1}{3}$  في مكان  $\frac{1}{12 \pi \epsilon_0}$  .

## مسائل وتطبيقات



1 - تنتشر موجة كهرومغناطيسية مستقطبة خطيا في الخلاء . فإذا علمت أن سعة الحقل الكهربائي لهذه الموجة  $E_0 = 50 \text{ mV/m}$  ، والتواتر  $\nu = 10^8 \text{ Hz}$  . جد :

( أ ) القيمة المنتجة لكثافة تيار الازاحة :

( ب ) القيمة المتوسطة خلال دور واحد لكثافة تدفق الطاقة .

( أ -

$$\vec{J} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{J} = -\epsilon_0 E_0 \omega \sin(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

بالتعريف :

$$|\vec{J}|_{\text{متوسط}} = \frac{J_0}{\sqrt{2}} = \frac{\epsilon_0 E_0 \omega}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi\nu \epsilon_0 E_0}{\sqrt{2}} = 0,2 \text{ mA/m}^2$$

( ب ) يعطى شعاع باونتنگ بالعلاقة :

$$\vec{\Pi} = \vec{n} c \omega = \vec{n} c \epsilon_0 E^2$$

$$|\vec{\Pi}| = \frac{1}{T} \epsilon_0 c E_0^2 \int_0^T \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) = \frac{\epsilon_0 c E_0^2}{2} = 3,3 \cdot 10^{-6} \approx 3,3 \mu \text{ watt/m}^2$$

2 - تنتشر موجة كهرومغناطيسية في الخلاء ، حقلها الكهربائي  $\vec{E}$  :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$$

حيث  $\vec{E}_0 = E_0 \vec{e}_y$  ،  $\vec{k} = k \vec{e}_x$  ،  $\vec{e}_x$  و  $\vec{e}_y$  شعاعا الواحدة على المحورين  $x$  ،  $y$  على الترتيب . جد شعاع الحقل المغناطيسي  $\vec{B}$  في نقطة معرفة بـ  $\vec{r} = x \vec{e}_x$  في اللحظة ( أ )  $t = 0$  ، ( ب )  $t = t_0$  .

تطبيق عددي  $E_0 = 160 \text{ V/m}$  ،  $k = 0,51 \text{ m}^{-1}$  ،  $x = 7,7 \text{ m}$  ،  $t_0 = 33 \cdot 10^{-9} \text{ sec}$  .

— من العلاقة

$$\vec{n} \wedge \vec{E} = c \cdot \vec{B}$$

حيث  $\vec{n} = \vec{e}_x$  . نجد أن :

$$\vec{B} = \frac{\vec{e}_x \wedge \vec{e}_y}{c} E = \frac{\vec{e}_z}{c} E$$

وبالتالي :

$$\vec{B} = \frac{\vec{e}_z E_0}{c} \cos(\omega t - kx)$$

ويكون في اللحظة  $t = 0$  :

$$\vec{B} = \vec{e}_z \cdot \frac{E_0}{c} \cos kx = -0,38 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

ب ) في اللحظة  $t = 33 \cdot 10^{-9} \text{ sec}$

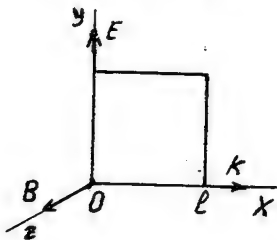
$$\begin{aligned} \vec{B} &= \frac{160}{3 \cdot 10^8} \vec{e}_z \cdot \cos(k \cdot c \cdot t_0 - kx) = \\ &= 0,533 \cdot 10^{-6} \vec{e}_z \cos[(5,049 - 3,97) \pi] \approx 0,52 \cdot 10^{-6} \end{aligned}$$

3 - تنتشر موجة مستوية في الخلاء  $E = E_0 \cos(\omega t - kx)$  . توضع

في طريقها حلقة ناقلية مربعة الشكل طول ضلعها  $\ell$  ( الشكل 3.1 ) .

اوجد القوة المحركة المتحيزة  $\mathcal{E}(t)$  التي تثيرها هذه الموجة ، اذا

كان  $\ell = 50 \text{ cm}$  ،  $\nu = 10^8 \text{ Hz}$  ،  $E_0 = 50 \text{ mV/m}$



شكل 3.1

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_{\ell_1} \vec{E}(0) d\vec{\ell} + \\ &+ \int_{\ell_2} \vec{E}(\ell) d\vec{\ell} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \ell E_0 [\cos \omega t - \cos(\omega t - k\ell)] = \\ &= 2 \ell E_0 \left[ \sin\left(\omega t - \frac{k\ell}{2}\right) \cdot \sin \frac{k\ell}{2} \right] \end{aligned}$$

4 - تنتشر موجة كهرومغناطيسية في الخلاء وفق المحور  $x$  مثلاً . احسب

القيمة اللحظية لشعاع باونتغ ، والقيمة الوسطية لهذا الشعاع ، اذا

علمت أن :

$$B = B_0 e^{-i\omega t + ikx} , E = E_0 e^{-i\omega t + ikx}$$

وأن  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  الداخلتان في شعاع باونتغ تمثلان المركبتان الحقيقية .

$$|\vec{\Pi}| = |\epsilon_0 c^2 \vec{E} \wedge \vec{B}| = \epsilon_0 c^2 EB \cdot \sin \alpha = \epsilon_0 c^2 EB$$

$$|\vec{\Pi}| = \epsilon_0 c^2 E_0 B_0 \cos^2(\omega t - kx)$$

$$|\vec{\Pi}| = I = \epsilon_0 c^2 E_0 B_0 \overline{\cos^2(\omega t - kx)} = \frac{\epsilon_0 c^2 E_0 B_0}{2} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$$

حيث أن  $|\vec{B}| = |\vec{E}|$

5 - جد شدة اشعاع جسيمة كتلتها  $m$  تتحرك وفق مسار دائري نصف قطره  $a$  تحت تأثير قوة كولونية . عبر عن الجواب بدلالة طاقة الجسيمة .

— يمكن التعبير عن الحقل الكهرومغناطيسي على مسافات بعيدة من الجملة المشعة ، وذلك عندما يكون طول الموجة للاشعاع أكبر بكثير من ابعاد الجملة المشعة بدلالة العزم الديبولي :

$$\vec{E} = \frac{\mu_0}{4\pi r} (\vec{p} \wedge \vec{n}) \wedge \vec{n}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r c} \vec{p} \wedge \vec{n}$$

حيث  $\vec{p}$  العزم الديبولي للجملة في اللحظة  $t - \frac{r}{c}$  .  
تكون شدة الاشعاع في حالتنا :

$$\bar{I} = 2 \left( \frac{\dot{p}^2}{12 \pi \epsilon_0 c^3} \right)$$

ذلك لأننا نستطيع أن نتصور الحركة الدائرية مجموع حركتين توافقيتين متعامدتين .

بما أن  $\vec{p} = e \vec{r}$  يكون  $\dot{\vec{p}} = e \ddot{\vec{r}}$  . نعوض  $\ddot{\vec{r}}$  بقيمتها من معادلة الحركة

$$m \ddot{\vec{r}} = - \frac{e^2 \vec{r}}{4 \pi \epsilon_0 r^3}$$

فنجد :

$$\bar{I} = \frac{e^6}{96 \pi^3 \epsilon_0^3 c^3 a^4 m^2} = \frac{128 \pi \epsilon_0 |\mathcal{E}|^4}{2 m^2 c^3 e^2}$$

حيث  $\mathcal{E}$  طاقة الجسيمة .

6 - بين ان الاشعاع الديبولي يختفي عند اصطدام جسيمتين متماثلتين .

— يعطى العزم الديبولي لجملة في جملة مركز العطالة ، بالعلاقة :

$$\vec{p} = e_1 \vec{r}_1 + e_2 \vec{r}_2 = \mu \left( \frac{e_1}{m_1} - \frac{e_2}{m_2} \right) \vec{r}$$

حيث  $m_1$  ،  $m_2$  كتلتا الجسيمتين ،  $\mu$  الكتلة المختزلة ،  $\vec{r}$  الاحداثي النسبي للجسيمتين .

يكون من اجل جسمتين متماثلتين  $e_1 = e_2$  ،  $m_1 = m_2$  ومنه

$$\vec{p} = 0$$

وبالتالي يختفي الاشعاع الديبولي المتناسب مع  $|\vec{p}|^2$  .

7 - عين الزمن اللازم حتى تسقط جسيمة تتحرك بمسار دائري حول مركز مشحون على ذلك المركز ، نتيجة لخسارة طاقتها على شكل اشعاع كهرومغناطيسي .

— اذا كان تغير الطاقة خلال دور واحد صغير بشكل كاف ، فإننا

نستطيع ان نكتب ، استنادا على المسألة 5 التالي :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}}{dt} &= \frac{128 \pi \epsilon_0}{3} \cdot \frac{|\mathcal{E}|^4}{m^2 c^3 e^2} \\ \tau &= \frac{3 m^2 c^3 e^2}{128 \pi \epsilon_0} \int_{\mathcal{E}}^0 \left| \frac{d\mathcal{E}}{\mathcal{E}^4} \right| = \quad \text{ومنه :} \\ &= \frac{3 m^2 c^3 e^2}{4 \pi \epsilon_0 \cdot 24 |\mathcal{E}|^3} \end{aligned}$$

8 - يسبح الكترون  $e$  على مسافة  $d$  من نواة ثابتة شحنتها

$+|e|$  . يفترض أن المسافة  $d$  كبيرة جدا بحيث أن سرعة حركة الالكترون  $e$  تتغير بمقدار صغير جدا . عين الطاقة التي يخسرها الالكترون على الاشعاع الديبولي .

— تعطى طاقة الاشعاع الديبولي بالعلاقة :

$$\mathcal{E} = \int_{-\infty}^{\infty} I \cdot dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p^2}{6 \pi \epsilon_0 c^2} dt \quad (1)$$

باستعمال معادلة حركة الالكترون بشكل مشابه لما ورد في المسألة 5  
نحصل على

$$\vec{p} = \frac{ze^3 \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 m r^3} \quad (2)$$

حيث  $r$  المسافة بين الالكترون والنواة .  
نحصل باهمال تقوس المسار على :

$$r = (d^2 + v^2 t^2)^{1/2} \quad (3)$$

نكامل العبارة (1) آخذين بعين الاعتبار (2) و (3) ، فنجد :

$$\mathcal{E} = \frac{z^3 e^6}{192 \pi^2 \epsilon_0^3 c^3 m^2 v d^3}$$

## الفصل الثامن

### التأثيرات المتبادلة بين الأمواج الكهربية والمادة

#### 27 - آلية التأثيرات المتبادلة .

1- تستطيع الأمواج الكهربية أن تنتشر في الاوساط المختلفة بالإضافة الى انتشارها في الخلاء . وتقود التأثيرات المتبادلة بين مادة الوسط والاشعاع الى ظواهر جديدة . ومن الطبيعي أن تجزأ مسألة التأثيرات المتبادلة الى شطرين : ( أ ) ماذا يحدث للاشعاع عند عبوره المادة ؟ ( ب ) ماذا يحدث للمادة عند عبور الاشعاع ضمنها ؟ وسوف نبحث هنا الظواهر الاساسية ، أي الظواهر الشائعة أو النموذجية والعامة لكلتا الحالتين السابقتين .

إن أساس آلية التأثيرات المتبادلة يمكن تلخيصه بالتالي : يقوم الحقل المتغير للموجة الكهربية بتسريع الشحن المجهرية المتعددة للمادة بشكل دوري . وتصرف الشحن المسرعة بواسطة الحقل طاقتها الاضافية بطريقتين : أولاً ، يمكن أن تمنح هذه الشحن الطاقة لدرجات الحرية الاخرى للوسط . ثانياً ، يمكن أن تقوم هذه الشحن كآية شحن مسرعة باشعاع موجات جديدة . ويحدث في الحالة الأولى من وجهة النظر الجهرية ، امتصاص للاشعاع ، وفي الحالة الثانية انتشار الاشعاع في الوسط ، وذلك وفق آلية الامتصاص المستمر واعادة اشعاع للامواج الكهربية من قبل شحنات الوسط .

سنقتصر في دراستنا على التأثيرات المتبادلة بين الامواج احادية اللون مع الاوساط المتجانسة والمتماثلة المناحي والتي تتمتع بمواصفات كهربية بسيطة نسبياً ، أي العوازل الغير مستقطبة والعوازل المستقطبة والنواقل الكهربية (المعادن) . لقد وردت في كتب الكهرباء والمغناطيسية سلوكية هذه المواد في الحقول المستقرة ويمكن تعميم ما قيل سابقاً على الحالة التي نحن بصدها أي التأثيرات المتبادلة مع الامواج الكهربية . ويكون هذا التعميم كالتالي :

يأثر الحقل الكهربائي للموجة بشكل دوري على السحب الالكترونية للجسيمات اللاقطبية ، وعلى الشوارد المختلفة في التركيبات الشاردية (مثلاً  $Na^+$  و  $Cl^-$  في ملح الطعام) ، وعلى توجيه الديبولات للجسيمات القطبية . وهذه العمليات تقود الى استقطاب الكتروني وشاردي وموجه

على الترتيب ، بواسطة الموجة الكهرومغناطيسية .

تلاحظ الظواهر السابقة في المعادن أيضا ، ذلك لأن أي معادن يمكن اعتباره جزئياً مادة عازلة . حيث يوجد في المعادن ، بالإضافة الى الكثرونات الناقلية ، عدد كبير من الشحن المرتبطة . وتمثل هذه الشحن الايونات التي تشكل التركيب البلوري للمعدن . غير أن العملية الرئيسية في المعادن تتمثل في التأثير المتبادل بين الموجة الكهرومغناطيسية والكثرونات الناقلية . وتنفذ الكثرونات الناقلية في المعدن تحت تأثير الحقل الكهربائي للموجة حركة اهتزازية منتظمة ، تكبحها المقاومة الاومية .

يوجد في الموجة الكهرومغناطيسية ، كما هو معلوم ، بالإضافة الى الحقل الكهربائي حقل مغناطيسي  $\vec{B}$  ، يؤثر على التيارات وعلى العزم المغناطيسية . غير أن التأثيرات المتبادلة مع الحقل الكهربائي تكون في اغلب الأحيان اكبر بكثير منها في حالة الحقل المغناطيسي . وبالتالي يمكن بتقريب جيد اهمال تأثير الحقل المغناطيسي للموجة على المادة . ولكي نقتنع في ذلك ، ندرس على سبيل المثال تأثير الموجة على الالكترون . ينتج من العلاقة (10-24) أن النسبة بين  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  في الموجة الكهرومغناطيسية هي  $|\vec{B}| = \frac{1}{c} |\vec{E}|$  (في الجملة SI) . وبالتالي تكون نسبة القيم للقوى التي يشكلها الحقلان  $\vec{E}$  و  $\vec{B}$  على الترتيب من رتبة :

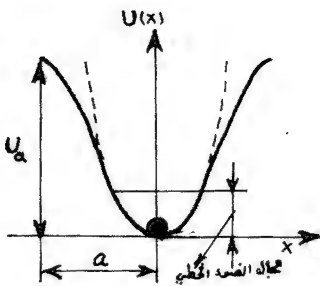
$$\frac{q_0 v B}{q_0 E} = \frac{v}{c}$$

حيث  $q_0$  شحنة الالكترون و  $v$  سرعته المطلقة . وتملك الالكترونات في الذرات والكثرونات الناقلية في المعادن سرعة أصغر بكثير من  $c$  أي  $10^{-2} \leq \frac{v}{c}$  . ينتج من هنا أن القوى المغناطيسية تشكل جزءاً من مئة من القوى الكهربائية ، أي أنها صغيرة بشكل كاف لاهمالها . ويكون من اجل الايونات النسبة  $\frac{v}{c}$  أصغر من سابقتها بعدة مراتب .

نشير بدون حسابات إلى أن طاقة التأثير المتبادل بين  $\vec{B}$  والعزم المغناطيسي للالكترون اصغر بمرتين من طاقة التأثير المتبادل للحقل الكهربائي مع الالكترون . وهناك استثناء عن هذه القاعدة يشمل المواد ذات المغنطة الحديدية والمواد القريبة منها في التركيب ، وكذلك التأثيرات المتبادلة التجاوبية للعزم المغناطيسية مع الحقول

المغناطيسية التي تعتبر في الواقع تأثيرات كوانتية ، لذلك سوف لا نتعرض لها . وهكذا سنعتبر أن النفوذ المغناطيسية للمواد  $\mu_r$  تساوي الواحد .

2- تختلف التأثيرات المتبادلة بين الامواج الكهرطيسية والمادة كيفيا من اجل الامواج ذات السعات (الشدات) الكبيرة والصغيرة .  
لنتفحص الطبيعة الفيزيائية لهذه الاختلافات على مثال هام عمليا وهو التأثير المتبادل بين الامواج الضوئية والعوازل اللاقطية . يجب من اجل ذلك أن نعلم ماذا يحدث للكترونات الذرات (أو الجزيئات) في الحقل الكهربائي للموجة الضوئية . إن هذا يوضح بشكل منطقي في الميكانيك الكوانتي فقط ، غير أنه من الممكن انشاء نموذج كلاسيكي تكون فيه القوانين الكوانتية مأخوذة بعين الاعتبار تقريبا ، وذلك ضمن فروض الانطلاق (الفروض البدئية) . نقوم فيما يلي بعرض هذا النموذج .  
إن الالكترونات التي تتأثر بشكل اساسي بالحقل الكهربائي للموجة هي الالكترونات الضعيفة الارتباط بالذرات (أو الجزيئات) والمدعوة بالالكترونات السطحية . نعتبر ، ضمن هذا النموذج ، أن كل الكترون سطحي يشغل في حالة غياب الموجة موضع توازن في قعر حفرة كمونية  $U(x)$  (الشكل 8.1) . وتملك هذه الحفرة امتدادا مقداره  $a \approx 10^{-10} m$  (البعد الطولي المميز للذرة) .



وتساوي القيمة الدارجة لعمق الحفرة  $U_a \approx 5 e.v = 10^{-18} \text{ Joule}$  .

إن القيمة المطلقة للحقل الكهربائي في حفرة كهذه :

$$E_a = \frac{U_a}{q_0 a} \approx \frac{10^{-18} \text{ Joule}}{1.6 \cdot 10^{-19} C \cdot 10^{-10} m} \approx 10^{11} \text{ V/m} \quad (27-1)$$

شكل 8.1

حيث  $q_0$  الشحنة العنصرية .

يمكن أن نقرر بالمقارنة مع قيمة هذا الحقل فيما اذا كانت سعة الموجة كبيرة أو صغيرة . وهكذا تعتبر سعة الموجة الضوئية صغيرة اذا تحقق الشرط :



$$E_0 \ll E_a \quad (27-2)$$

حيث  $E_0$  القيمة المطلقة لسعة الحقل الكهربائي للموجة . وعندما يحقق الشرط (27-2) ، يمكن تمثيل الحفرة الكمونية للالكترون بتقريب جيد على شكل قطع مكافئ ( وهذا القطع ممثل على الرسم 8.1 بخط متقطع) . وبطبيعة الحال ، فإن الالكترون المثار بسعة موجية صغيرة يحقق اهتزازات توافقية الى جوار وضع توازنه . وينشأ أثناء ذلك عزم كهربائي ديپولي متغير  $P(t) = -q_0 \vec{r}(t)$  ، حيث  $r(t)$  انحراف الالكترون عن وضع التوازن . وتحدد القيمة المتوسطة لمجموع العزوم الديپولية الكهربائية في واحدة الحجم من العازل ، تحدد استقطابيته . وتكون ، كما هو معلوم ، ازاحة الجسيم الذي يحقق اهتزازا قسريا في حفرة قطعية مكافئة متناسبة مع القوة القاسرة . وتمثل ، في حالتنا قوة الحقل الكهربائي للموجة القوة القاسرة . واذا كانت جميع العزوم الديپولية الكهربائية في واحدة الحجم المعطاة متعلقة خطيا بالحقل الكهربائي  $E(t)$  للموجة في الموضع المعطى ، فإن الحقل يتناسب مع الاستقطابية  $\vec{P}(t)$  ، أي :

$$\vec{P}(t) = \epsilon_0 \chi \vec{E}(t) \quad (27-3)$$

ولا يتعلق المعامل  $\chi$  بالحقل  $\vec{E}$  ، غير أن تعلقه بتواتر الموجة  $\omega$  وارد ، كما سنرى لاحقا .

تستعمل الصياغة الخطية بين  $P(t)$  و  $E(t)$  بشكلها الوارد في (27-3) في الجملة الدولية ويحذف  $\epsilon_0$  في CGS . وتعتبر العلاقة السابقة تعميما للعلاقة المستقرة  $\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E}$  ، وذلك في حالة استقطاب العازل بواسطة الحقل الكهربائي للأمواج صغيرة السعة . ويدعى الثابت  $\chi$  بالسماحية المعزالية .

ان عمليات عبور الامواج الضوئية خلال الاوساط العازلة تنتسب الى الظواهر الضوئية الخطية ، وذلك اذا روعي الشرطان (27-2) و (27-3) وتعتبر الحوادث الناتجة عند خرق الشرط (27-2) مادة للدراسة في الظواهر الضوئية اللاخطية .

نشير الى أنه عندما يتحقق الشرط (27-2) يكون من البديهي

امكانية اهمال  $E_0$  امام  $E_a$  . ذلك لأن القيم الدارجة  $E_a \approx 10^{11} \text{ V/m}$  ،

وهذه القيم كبيرة جدا بالمقارنة مع الحقول الكهربائية للأمواج الكهر  
طيسية للمنباع غير اللازمة ، حيث يكون  $E_0 = 10^{-10} \text{ v/m}$  . أما  
في حالة المنابع اللازمة فإن قيم الحقول يمكن أن تصل إلى  $10^{10} \text{ v/m}$  ،  
وبالتالي لا يمكن إهمالها أمام  $E_a$  .  
نشير أيضا إلى أن الأمواج الراديوية التي تبثها المنابع المعروفة  
تحقق دائما الشرط (27-2) .

يدخل استقطاب العازل بالآلية التشردية تحت يافطة الشرط  
(27-2) . أما بالنسبة إلى الاستقطاب التوجيهي (الموجه) ، فإنه  
يختفي في مجال التواترات الضوئية . ويفسر هذا عطالة الديبولات  
القاسية للجسيمات القطبية ، حيث أن هذه الديبولات لا تستطيع متابعة  
تغيرات الحقل في المجالات الضوئية . وأخيرا فإن تقدير صغر سعة  
الحقول الموجية في حالة المعادن ، يمكن بحثها فقط استنادا إلى  
التصورات الكوانتية التي لا نتعرض لها هنا .  
نتج الصفات الأساسية للضوء الخطي من العلاقة (27-3) ، وتتلخص  
في أنها تحقق مبدأ التركيب :

"أن ميزة الظواهر الضوئية هي عدم تعلقها بشدة الضوء ، ولا يتغير  
تواتر الموجة عند عبور هذه الموجة الأوساط المادية !!"  
تخرق جميع الصفات المذكورة في حالة علم الضوء اللاخطي .  
ونقوم في الفقرات القادمة بدراسة المفاعيل الخطية واللاخطية .  
نشير في نهاية هذا البند إلى أن سعة حقل الموجة الضوئية  
يمكن أن يفوق قيمة التوتر الساكن المسؤول عن القذح (إصدار شرارة) ،  
ومع ذلك فإن المادة لا تتخرب (في العوازل الجيدة كالغرفور وملح  
الطعام .. الخ ، يحدث القذح من أجل قيم للحقل الساكن من رتبة  
 $10^8$  فولت / م ) . ويفسر ذلك بأن إنجاز أسرع عمليات القذح  
يتطلب زمنا من رتبة  $10^{-7}$  ثانية ، في حين أن الموجة الضوئية  
تحافظ على توتر من إشارة واحدة خلال فترة زمنية تساوي نصف الدور  
وهذه الفترة لا تتجاوز  $10^{-15}$  ثانية تقريبا .

3- نعطي ، كمثال على عبور الضوء الصغير السعة للعازل (الاضاءة  
الخطية) ، إجابة كيفية على سؤاليين أساسيين وردا في بداية هذه  
الفقرة .

تمنح الموجة الضوئية الساقطة على العازل طاقتها الى الحركة الاهتزازية للالكترونات والايونات المرتبطة . وتعتبر الالكترونات والايونات المهتزة ديبولات متغيرة ، أي أنها تصدر امواجا جديدة . ومن وجهة النظر الجهرية تعتبر هذه العملية المتواصلة لامتصاص وإعادة اصدار الطاقة الكهربائية من قبل شحن العازل آلية انتشار الامواج في العازل . ويعطى جزء من طاقة الديبولات المحرصة (المثارة) الى الحركة الحرارية لجزيئات المادة . وبنتيجه هذه العملية الثنائية لمنح الطاقة من الموجة الى الحركة الحرارية يحدث امتصاص الموجة من قبل العازل . وبهذا الشكل وفقا للتقريب الخطي يتم (آ) انتشار الموجة الضوئية ، ب) وتغامدها . وترتفع تبعا لذلك درجة حرارة العازل .

نؤكد هنا أن الموجة الواردة من الخلاء الى العازل لاتتغير تواترها .

تعتبر ، في الواقع ، اهتزازات ديبولات العازل تحت تأثير الموجة اهتزازات قسرية . وبالتالي تحدث بتواتر يوافق تواتر القوة القاسرة أي تواتر الموجة . ويملك ، وفقا للعلاقة (4-26) ، اشعاع الديبول بدوره تواتراً يساوي تواتر اهتزازة . ويعتبر عدم تغير التواتر (بغض النظر عما يحدث للشدة) صفة هامة لعلم الضوء الخطي .

نشير الى أن الموصافات الاخرى للموجة وعلى الاخص طولها وسرعة انتشارها تتغير اثناء انتشارها في الاوساط المادية . ومن الممكن أن يتغير ايضا استقطاب الموجة .

تنبه الى أن سلوك الامواج في النواقل مشابه لما هو عليه في العوازل ، وذلك في حالة الاضاءة الخطية . ففي هذه الاوساط تنتشر الامواج محافظة على تواترها ، ويحدث امتصاص لها وترتفع درجة حرارة الوسط . وسنقدم لاحقا الدراسة الكمية لهذه المفاعيل .

4 - اضافة الى ماقدمناه من الظواهر الاساسية يوجد (حتى في

المجال الخطي) عدد كبير من المفاعيل التي تنشأ اثناء انتشار الامواج الكهربائية خلال المادة . ولنذكر على سبيل المثال الاصدار الضوئي: أي اصدار الضوء بتواتر آخر تحت تأثير الاشعاعات الكهربائية ، المفعول الضوئي الداخلي : ظهور ناقلية كهربائية للعازل تحت تأثير الاشعاع

التفاعل الفوتو كيميائي ... الخ . وتملك هذه المفاعيل على اختلافها صفتين مشتركتين . أولا لاتعتبر أية ظاهرة من هذه الظواهر ظاهرة عامة ، وإنما تحدث في مجموعة محددة من الاوساط ، ثانيا : تعتبر آلية هذه الظواهر كوانتية في جوهرها .

## 28- التشتت ، الامتصاص ، التبدد في الامواج الكهربية ، الانكسار

### المضاعف .

1- يوصف التأثير المتبادل للأمواج الكهربية مع المادة في حالة التقريب الخطي ، بعدد غير كبير من البارامترات (المواصفات) . فعلى سبيل المثال يوصف العازل المتجانس والمتماثل المناحي بمقدار وحيد : إما "السماحية المعزالية للوسط"  $\epsilon$  وإما النفوذية المعزالية  $\epsilon = 1 + \chi$  . لنقدم ايضا كيفية لمسألة تتعلق هاتين القيمتين بالتواتر  $\omega$  . ونشير مقدما الى أنه بفضل هذا التعلق يلاحظ تبدد الامواج الكهربية في المادة . لنذكر أيضا بأن تعلق السرعة الطورية لانتشار الموجة بتواترها يدعى بالتبدد . وفقا للعلاقة  $n = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}}$  حيث  $n$  قرينة انكسار الوسط ، وبما أن  $v = \frac{c}{n}$  تكون سرعة الامواج الكهربية في الاوساط متعلقة بـ  $\epsilon$  . وهكذا اذا كانت  $\epsilon = \epsilon(\omega)$  فإن انتشار الامواج ذات التواترات المختلفة يكون مختلفا . تبرز التابعة  $\epsilon(\omega)$  للسبب التالي . لقد أكدنا سابقا أن الالكترونات الخارجية المرتبطة بالذرات والجزيئات ، وكذلك الايونات في التركيب الايوني تحقق اهتزازات قسرية تحت تأثير حقل الموجة الكهربية صغيرة السعة . وتتعلق سعة تلك الاهتزازات بشكل تجاوبي (طنيني) بتواتر القوة القسرة التي يولدها الحقل الكهربائي للموجة ، وبالتالي مادام تواتر الموجة اصغر بكثير من أي من التواترات الذاتية للهزازات (أي الالكترونات والايونات ) في المادة ، فإن تلك الهزازات تهتز على اتفاق بالطور مع الحقل . وتقوم استقطابية الوسط الالكترونية والايونية ، من اجل هذه التواترات ، بمتابعة تغيرات الحقل الكهربائي للموجة بدقة . وبالتالي تكون تابعة الاستقطابية الالكترونية والايونية للحقل ، كما هو الحال في الوضع المستقر . غير أنه عندما تقترب تواترات الموجة من أحد التواترات الذاتية للهزازات الالكترونية

أو الأيونية ، فان سعة الاهتزاز تنمو بشكل حاد . وتصبح الموجة الكهر  
طيسية على التجاوب مع الهزازات . وإذا أصبح تواتر الامواج اكبر  
بكثير من التواترات الذاتية ، فان الاهتزازات القسرية للشحن المرتبطة  
للمادة تتوقف كليا . ولا تحدث استقطابية الكترونية أو أيونية . ويعود  
السبب في اختفائهم الى عطالة الشحن المرتبطة التي لم يعد بإمكانها  
اللاحاق بتغيرات تواتر الحقل السريعة . وهكذا نرى أن استقطابية  
المادة تتعلق بتواتر الموجة . وهذا يعني وفقا للعلاقة (3-27) ، أن  
السماحية المعزالية  $\epsilon$  ، وبالتالي  $\epsilon = 1 + \chi$  تابعان للتواتر .

تحتل التابعة  $\epsilon(\omega)$  مكانا هاما في حالة الآلية التوجيهية  
للاستقطاب . حيث أن ديبولات الجسيمات القطبية تغير توجيهها فقط  
في حالة الموجة الكهرطيسية دون أن تغير قيمتها عمليا . وبالتالي  
لا يحدث في حالة الاستقطاب التوجيهي تأثير متبادل تجاوبي للحقل  
مع المادة . ويبقى مفعول توقف الاستقطاب قائما من اجل التواترات  
المرتفعة ، ويرد ذلك الى عطالة الجسيمات القطبية . بما أن هذه  
الجسيمات تتمتع بعزوم عطالية محددة ، فهي لاتستطيع اللحاق  
بالتغيرات السريعة للحقل الكهربائي للموجة . إن مفعول ضياع  
الاستقطابية التوجيهية يؤدي أيضا الى التابعة  $\epsilon(\omega)$  .

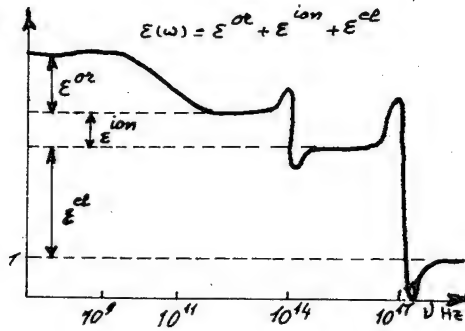
يمكن اعطاء تصور عن شكل التابعة  $\epsilon(\omega) = 1 + \chi(\omega)$  من خلال  
الرسم 8.2 ، حيث فرزت مساهمات كل من اشكال الاستقطابية المذكورة  
سابقا (\*). وكما يظهر على الشكل فإن التابعة  $\epsilon(\omega)$  ليست انسيابية .  
فالقمم والوحدات على المنحني  $\epsilon(\omega)$  ترتبط بالظواهر التجاوبية  
وتملك مركبات  $\epsilon(\omega)$  من اجل التواترات الصغيرة بشكل كاف (نظريا  
 $0 \rightarrow \omega$ ) تلك القيم التي تقاس في حالة الحقول المستقرة .

يلاحظ التبدد ايضا في النواقل . ويمكن ، جزئيا ، النظر إلى أي  
ناقل ضمن معيار معين ، وكأنه عازل (انظر الفقرة 27) . غير أن المفعول  
الرئيسي في النواقل هو التأثير المتبادل بين الحقل وحملة التيار ،  
حيث تعطي الموجة الكهرطيسية طاقتها الى الاهتزازات المنتظمة

(\*) تظهر الخواص الكوانتية للأمواج الكهرطيسية ابتداء من التواترات  
ذات المراتب العليا (اعلى من  $10^{18}$  هرتز) . وتعتبر الموجة الكوانتية  
تيار من الفوتونات . وتملك بالتالي التأثيرات المتبادلة لمثل هذه  
الامواج مع المادة صفة اصطدام الفوتونات مع جسيمات المادة .

لحملة التيار ، وتبدأ بالتخامد . ويكون تخامدها متناسبا مع مقدار سماكة الطبقة التي تعبرها داخل الناقل . وسوف نقتنع لاحقا وبشكل مباشر ، بأن التخامد يملك علاقة مباشرة بالتبدد . ويلاحظ التخامد فقط ، اذا كان تواتر الموجة أقل من قيمة حدية للتواتر . ويصبح الناقل فوق هذه القيمة الحدية شفافا بالنسبة للامواج الكهرطيسية . فعلى سبيل المثال يكون الصوديوم المعدني شفافا بالنسبة للأشعة فوق البنفسجية التي تتجاوز تواتراتها  $10^{15}$  هرتز . وتنسب شفافية الناقل الى المفعول العطالي أيضا ، غير أنه في هذه الحالة يعود الى حملة التيار ، وبالتالي تنفذ الموجة عبر الناقل دون أن تتخامد . وسندرس لاحقا آلية هذه المفاعيل .

2- تتعلق الكيفية التي تنتشر بها الامواج الكهرطيسية ذات التواترات المختلفة في الاوساط المختلفة تتعلق بالتبدد . وتملك هذه المسألة أهمية بالغة ، ففي علم الضوء مثلا تعمل العديد من المنظومات الضوئية مختلفة العناصر (التي تنتسب لها مختلف العدسات والمواشير ) في نظام تمرير الضوء . ويتمثل الاهتمام العملي هنا في مسألة تحديد تابعة سرعة الضوء عبر العازل المعطى لتواتر الموجة



شكل 8.2

الضوئية . وتتم دراسة العازل في حقل الموجة المتغير كجملة من البيمولات الطرية (الغير قاسية) . وللتبسيط سوف نعتبر كل ديپول شكلا اهتزازيا لالكترون خارجي وحيد في الذرة أو الجزيء . وفي هذا

النموذج المتخذ من قبلنا سوف ندرس تلك الاهتزازات وفق قوانين الميكانيك الكلاسيكي .

نشكل معادلة الحركة من اجل الالكترون المرتبط مهملين تأثير القوة المغناطيسية عليه ، مما يتفق وما تقدم في الفقرة 27 ، وهذا الاهمال جائز تماما . إن ازاحة الالكترون محصورة بحجم الذرة أو الجزيء (وبالتحديد سوف نتحدث في المستقبل حول الذرات فقط) . إن طول الامواج الضوئية فوق البنفسجية (حتى القصيرة منها) تفوق بمرتبة أو أكثر البعد الطولي للذرة . وهكذا نستطيع القول بأن الحقل الكهربائي للموجة  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  في كل لحظة يملك نفس القيمة في جميع حجم الذرة ، أي في كل نقطة من مسار الالكترون .

سوف نعتبر الموجة مستقطبة سطحيا . ونختار مبدأ جملة المفاصلة بشكل ينطبق معه مبدأ الاحداثيات على موضع التوازن للالكترون ، بحيث يكون المحور  $x$  موازيا للحقل الكهربائي للموجة . وبالتالي تكون المركبة الوحيدة الغير معدومة للحقل هي المركبة  $E_x$  التي سوف نرمز لها بـ  $E$  ، أي أن  $\vec{E} = (E, 0, 0)$  . لنفرض أن القيمة المطلقة لسعة حقل الموجة الكهربائي في الذرة تساوي  $E_0$  ، وتواتر الموجة  $\omega$  . عندئذ سيتغير الحقل الكهربائي مع الزمن بالقانونية التالية ، وذلك داخل الذرة :

$$E = E_0 e^{-i\omega t}$$

وبما أن شحنة الالكترون تساوي  $-q_0$  ، فإن القوة القاسرة المطبقة على الالكترون من قبل حقل الموجة تساوي :

$$F = -q_0 E_0 e^{-i\omega t}$$

ويخضع الالكترون أيضا الى فعل قوة ارجاع :

$$F' = -K\xi$$

$$F'' = -\beta \frac{d\xi}{dt} \quad ; \quad \text{وقوة إعاقة (فرملة) :}$$

وترمز  $\xi$  هنا الى ازاحة الالكترون عن مبدأ الاحداثيات ، و  $K$  و  $\beta$  الى ثابت مرونة ارتباط الالكترون في الذرة ، وثابت المقاومة المحدد لقيمة قوة الإعاقة ، على الترتيب . وتؤثر كلتا القوتين وفق

المحور X ، وهكذا يكون  $F' = (F', 0, 0)$  .. الخ .

إن شكل قوة المرونة يحدد ، بأن قيمة قوة الارجاع من أجل الانحرافات الصغيرة عن موضع التوازن يتناسب خطيا مع الازاحة ، ويؤخذ شكل قوة الازاحة كما هو الحال في الهزاز المتخامد النمطي ، أي تتناسب قيمتها مع السرعة الخطية . إن ادخال القوتين  $F'$  و  $F''$  يوافق الحساب النموذجي للقوانين الكوانتية . هكذا يكون منشأ القوة  $F'$  التي تثبت الالكترون في وضع التوازن منشأ كهربائيا . غير أن القوى الكهربائية يمكنها أن تخلق صورا مستقرة للجسيمات المشحونة (أي الذرات ) فقط عند أخذ خواصها الكوانتية بعين الاعتبار . وبالتالي فإن المقدارين  $K$  و  $\beta$  يمكن حسابهما نظريا في النظرية الكوانتية فقط . وتفسر الحقيقة التجريبية التي تثبت وجود تواتر ذاتي للاهتزازات الالكترونية في الذرة ، ادخال القوة  $F'$  . وتبرر الحقيقة التجريبية لتخامد تلك الاهتزازات بعد اثاره الذرة ادخال القوة  $F''$  .

نشكل معادلة الحركة للالكترون في حقل القوة الحاصلة وذلك باستعمال قانون نيوتن :

$$m_e \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -q_0 E_0 e^{-i\omega t} - K \xi - \beta \frac{d\xi}{dt}$$

وترمز  $m_e$  الى كتلة الالكترون . عند انحراف الالكترون عن موضع التوازن بالمقدار  $\xi$  ينشأ للذرة عزم كهربائي ديبولي  $P = -q_0 \xi$  . وبتبديل  $\xi$  بقيمتها  $\xi = \frac{-P}{q_0}$  في معادلة الحركة ، نحصل على معادلة للعزم الديبولي :

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + 2\gamma \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 P = \frac{q_0^2 E_0}{m_e} e^{-i\omega t} \quad (28-1)$$

حيث  $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m_e}}$  التواتر الذاتي للهزاز الالكتروني ،  $\gamma = \frac{\beta}{2m_e}$  ثابت تخامده . إن المعادلة (28-1) الى حدود دقة رموزها توافق معادلة الحركة للهزاز التوافقي المتخامد .

ان حل هذه المعادلة من الشكل :

$$P(t) = \varepsilon_0 \alpha(\omega) E(t) \quad (28-2)$$

حيث

$$\alpha(\omega) = \frac{q_0^2}{\varepsilon_0 m_e (\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega)} \quad (28-3)$$



ان هذا الحل يتوافق مع النظام المستقر للاهتزازات القسرية . ذلك لأن  $p(t)$  المعطاة بـ (28-2) تحقق المعادلة (28-1) وذلك بأخذ قيمة  $\alpha(\omega)$  من (28-3) ويمكن التحقق من ذلك مباشرة . إن مقارنة المعادلة (28-2) مع المعادلة  $\vec{p} = \epsilon_0 \alpha^{el} \vec{E}^*$  ينتج ان المقدار  $\alpha(\omega)$  يعتبر تقطيبية الكترونية للذرة في حقل متغير تواتره  $\omega$  . إن التقطيبية الالكترونية  $\alpha^{el}$  الداخلة في معادلة الحقل المستقر تعتبر حالة خاصة من  $\alpha(\omega)$  حيث  $\alpha = \alpha(0)$  .

إن الحسابات الكوانتية تقود الى نتائج تماثل (28-2) و (28-3) ولكن ضمن التصحيحات التالية : أولاً ) لاتملك الالكترونات في الذرات تواتراً ذاتياً وحيداً وإنما عدداً من التواترات الذاتية ، وكل من هذه التواترات يملك ثابت تخامده الذاتي . وبالتالي تكون التقطيبية الالكترونية الكلية للذرة مساوية لمجموع التقطيبات التي تشكلها الاهتزازات الذاتية المنفصلة . ثانياً ) إن مساهمة كل اشارة الكترونية في قيمة  $\alpha(\omega)$  تدخل على شكل مجموع يتضمن ثابت عددي  $f_j$  يدعى قوة الهزاز . ويكون الجواب الدقيق في النتيجة والمحسوب ضمن الطرق الكوانتية من الشكل :

$$\alpha(\omega) = \sum_{j=1}^n f_j \alpha_j(\omega)$$

حيث  $\alpha_j(\omega)$  تملك الصيغة (28-3) :

$$\alpha_j(\omega) = \frac{q_0^2}{\epsilon_0 m_e (\omega_{0j}^2 - \omega^2 - 2i\gamma_j \omega)}$$

ويعتبر هنا كلا من المقدارين  $\omega_{0j}$  و  $\gamma_j$  أحد التواترات الالكترونية الذاتية وثابت التخامد الموافق لذلك التواتر على الترتيب . وتعتبر الثوابت  $f_j$  قوى الهزازات للتواترات الخاصة الموافقة . إن كلا من الثوابت  $f_j$  يتمتع بآشارة موجبة ، ولا يختلف عن الواحد في (\*) إن العزم الديبولي المحث في حالة الحقول المستقرة يعطى بالعلاقة :

$$\vec{p} = \epsilon_0 \alpha^{el} \vec{E}$$

حيث  $\alpha^{el}$  لاتتعلق بالحقل الخارجي وإنما تتحدد قيمتها بشكل كامل من المواصفات الداخلية للجسية غير القطبية ، وتدعى  $\alpha^{el}$  بالتقطيبية الالكترونية .

مرتبطته .. وهكذا نلاحظ أن النموذج المقبول من جانبنا يعطي تابعة  
تواترية صحيحة ، ومرتبة صحيحة لقيمة المقدار  $\alpha(\omega)$  .

لنفرض أن كثافة ذرات العازل تساوي  $n_0$  (عدد الذرات في  
واحدة الحجم ) ، عندئذ تعطى الاستقطابية  $\vec{P}$  للعوازل في الموجة  
الكهرطيسية ذات التواتر  $\omega$  بالعلاقة :

$$\vec{P}(t) = n_0 \vec{P}(t)$$

بمقارنة هذه العبارة مع (27-3) نجد أن السماحية المعزالية  $\chi(\omega)$

$$\chi(\omega) = n_0 \alpha(\omega) \quad (28-4)$$

ونلاحظ أن  $\chi$  في الحقيقة تتعلق بالتواتر . والخاصة الأخرى للتابع  
 $\chi(\omega)$  تتمثل في أنه تابع عقدي . وتؤدي التابعة التواترية الى  
تبديد الامواج الكهرطيسية . وتؤدي الخاصة العقدية الى تخامد هذه  
الامواج في العازل . ويمكن التأكد من ذلك بالمعالجة التالية . اذا

حوت المعادلة

$$\Delta E - \frac{\epsilon_r \mu_r}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

الممثلة لانتشار الموجة الكهرطيسية في الوسط ، على قيمة ل  $\epsilon_r$   
عقدية ، فإن تلك المعادلة يكون لها حلا في صيغة الامواج المتخامدة  
فقط . وفي الواقع إذا بحثنا عن حل للمعادلة السابقة على شكل موجة

مستوية  $E_0 e^{-i\omega t + iKx}$  ، فإننا نحصل على علاقة تربط بين  $\omega$

و  $K$  من الشكل  $K^2 = \frac{\omega^2 \epsilon_r}{c^2}$  . وهكذا نرى أنه من اجل قيمة عقدية ل  $\epsilon_r$   
توجد ايضا قيمة عقدية ل  $K$  ، أي أن :

$$K = \text{Re } K + i \text{Im } K$$

وبالتالي  $e^{iKx}$  سوف يحوي على المضروب  $e^{-(\text{Im } K)x}$  الذي يتناقص

أسيا بازدياد  $x$  ، وذلك اذا كان :  $\text{Im } K = \frac{\omega}{c} \text{Im } n(\omega) > 0$

حيث  $n(\omega) = \sqrt{\epsilon(\omega)}$  قرينة الانكسار . ويمكن التأكد مباشرة

من أن اشارة الجزء الخيالي للتابعية الحاصلة  $\epsilon_r(\omega) = 1 + n_0 \alpha(\omega)$   
بالضبط هو من الشكل المذكور ، بحيث  $\text{Im } n(\omega) > 0$  . وبالتالي

يحدث تخامد للاهتزازات عند انتشار الموجة وفق المحور  $x$  .  
 في مجال التواترات المنخفضة ، أي من أجل  $\omega \ll \min \omega_{0j}$   
 و  $\omega \ll 1$  يمكننا في عبارات التقطيفية  $\alpha_j(\omega)$  أن نضع  $\omega^2 = 0$   
 و  $\omega = 0$  ، ونلاحظ أن  $\alpha_j$  تصبح قيمة حقيقية ثابتة وموجبة:

$$\alpha_j = \alpha_j(0) = \frac{q_0^2}{\epsilon_0 m_e \omega_{0j}^2} \quad (28-5)$$

وهكذا تكون النفوذية المعزالية في مجال التواترات المنخفضة :

$$\epsilon_r = 1 + n_0 \sum_j f_j \alpha_j(0) = 1 + \frac{n_0 q_0^2}{\epsilon_0 m_e} \sum_j \frac{f_j}{\omega_{0j}^2} > 1$$

ذات قيمة حقيقية ثابتة وموجبة . أي أن التخامد يختفي عمليا من  
 أجل التواترات المنخفضة . وتبرز العلاقة (28-5) الطبيعة المجهرية  
 للتقطيفية الالكترونية في الحقول المستقرة أو المتغيرة ببطء .

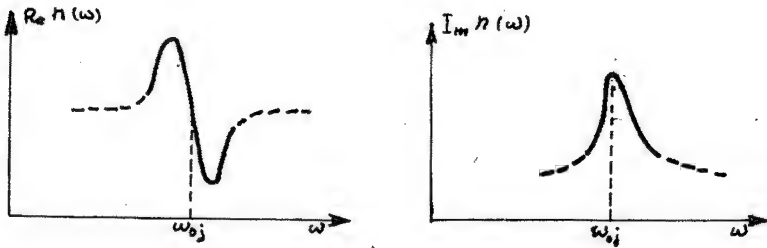
في مجال التواترات العالية أي من أجل  $\omega \gg \max \omega_{0j}$  ، يمكننا  
 إهمال  $\omega_{0j}^2$  و  $\omega \gg 1$  أمام  $\omega^2$  وذلك في مخرج عبارة  $\alpha_j(\omega)$  .  
 وبالتالي تأخذ  $\alpha_j(\omega)$  من أجل التواترات العالية الصيغة :

$$\alpha_j(\omega) \approx - \frac{q_0^2}{\epsilon_0 m_e \omega^2} \quad (\omega \rightarrow \infty) \quad (28-6)$$

ومن هنا نرى أنه من أجل التواترات العالية جدا تتناقص التقطيفية  
 $\alpha$  بازدياد التواتر  $\omega$  وتكون اشارتها سالبة . وبالتالي يختفي  
 التخامد عمليا من أجل التواترات العالية جدا ، أضف إلى أن  $\chi(\omega) < 0$   
 و  $\chi(\omega) \rightarrow \text{const}$  من أجل  $\omega \rightarrow \infty$  .

إن سلوكية قرينة الانكسار  $n(\omega) = \sqrt{\epsilon_r(\omega)}$  إلى جوار كل من  
 التواترات الذاتية (التجاوبية)  $\omega_{0j}$  موضحة على الرسم 8.3. يلاحظ  
 على الشكل أن التابع  $\text{Re } n(\omega)$  يتصرف بسلوكية زكزاكية (متعرجة) ،  
 والتابع  $\text{Im } n(\omega)$  يملك سناماً (قمة) . وتبرز هاتان الخاصتان التابعة  
 المميزة لـ  $n(\omega)$  . ويمكن استنادا إلى مواضع الزكزاك والسّم (الذي  
 يظهر في الواقع تسجيل ازدياد التخامد) أن نحدد التواترات الذاتية

$\omega_0$  للهزازات الالكترونية في المادة . إن القيم التجريبية للتواترات الذاتية للاهتزاز الكترونات السحب الخارجية في الذرات متوضعة في مجال الضوء المرئي والاشعة فوق البنفسجية ، وفي جوار



شكل 8.3

الاشعة تحت الحمراء .

3- اذا أثرت الامواج الكهرطيسية في المادة بشكل فعال على الكترونات السحب الخارجية في الذرات فقط، فإنه وفقا للعلاقتين (28-5) و (28-6) ، تكون جميع المواد شفافة بالنسبة للأمواج الواقعة في المجال البعيد للأشعة تحت الحمراء ، ومجال الاشعة الراديوية وكذلك من اجل الامواج الفوق البنفسجية القاسية ، والامواج ذات التواترات الأعلى . غير أن الحقائق التجريبية تبين أن ذلك لايطابق الواقع ، حيث يوجد آليات أخرى للتأثير المتبادل بين الامواج الكهرطيسية والعوازل . وسنقوم في هذا البند بدراسة تلك الآليات .

تعتبر الصيغة (28-3) التي تعطي التقطيفية  $\alpha(\omega)$  التي تشكلها

احدى الاهتزازات الذاتية للالكترتون بتواتر  $\omega$  وثابت تخامد  $\lambda$  اهم ماورد في البند السابق . إن هذه الصيغة يمكن تعميمها في حالتين . الحالة الاولى : وهي امكانية تعميم هذه الصيغة فيما اذا كان العزم الديبولي الكهربائي متولد عن اهتزاز الايون بدلا من الالكترون ، حيث تتبع نفس العمليات التي قادت الى الصيغة (28-3) ، ولكن باستبدال كتلة الالكترون  $m_e$  بكتلة الأيون  $M$  وشحنة الالكترون  $-e$  بشحنة الأيون  $+e$  ، ويفهم من  $\omega_0$  و  $\lambda$  التواتر الذاتي وثابت التخامد للاهتزازات الشاردية . ونحصل في النتيجة على تابعة التقطيفية الشاردية  $\alpha_{ion}(\omega)$  للتواتر المماثل لـ (28-3) :

$$\alpha_{ion}(\omega) = \frac{q^2}{\epsilon_0 M (\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega)} \quad (28-7)$$

وبما أن كتلة الشوارد أكبر بكثير من كتلة الإلكترون  $M \gg m$  وتواتراتها الذاتية أصغر بكثير من التواترات الذاتية للالكترونات  $(\omega_0)_{ion} \gg (\omega_0)_{ee}$ ، فإن التقريبية الشاردية تعطي المساهمة الأساسية في تحديد قيمة  $\chi(\omega)$ ، وذلك من أجل التواترات تحت الحمراء المنخفضة. وتتحقق في العادة اللامساواة

$$M (\omega_0)_{ion}^2 < m_e (\omega_0)_{ee}^2$$

وبالتالي إذا وجد في المادة استقطاب شاردي، فإنه يفوق الاستقطاب الالكتروني، غير أنه يبرز في مجال التواترات الأكثر انخفاضا (الشكل 8.2).

يتم تعميم العلاقة (28-3) في الحالة الثانية استنادا إلى التابعة (28-5) التي تعطي (في الحالة البسيطة أي حالة تواتر ذاتي وحيد  $\omega_0$ ) بالعلاقة :

$$\frac{q_0^2}{m_e} = \epsilon_0 \omega_0^2 \alpha(\omega)$$

تسمح هذه المساواة بإعادة صياغة (28-3) إلى شكل أكثر عمومية :

$$\alpha(\omega) = \frac{\alpha(\omega_0) \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega} \quad (28-8)$$

تملك هذه العبارة المفهوم التالي : إن أي اهتزاز ذاتي في المادة يرافق بظهور عزم ديبولي يتبادل التأثير مع الامواج الكهروضوئية ويساهم وفق العلاقة (28-8) في تحديد قيمة التقريبية. فمن أجل الجزيئات الشاردية، وخاصة العوازل الشاردية من نوع ملح الطعام (NaCl) يمكن استعمال الصيغة (28-8) من أجل الاهتزازات الجماعية (أي اللاأحادية)، مثلاً في بلورة ملح الطعام، تكون الامواج المحتملة هي امواج تشابه الامواج الصوتية، ويتم فيها ابتعاد واقتراب شوارد الصوديوم والكلور حيث تنشأ في المادة اهتزازات العزم الديبولي. وهكذا فإن بلورة ملح الطعام شفافة بالنسبة للمجال المرئي والمجال المجاور للأشعة

تحت الحمراء ، بينما يصبح عاتما (غير شفاف) تماما بالنسبة للأشعة تحت الحمراء البعيدة .

تبدأ المادة بامتصاص الأمواج الكهرطيسية في المجال الفوق البنفسجي البعيد ، حيث يرتبط هذا الامتصاص بتحريض الاهتزاز في الكثرونات الغيوم الداخلية . ويبدأ اضافة الى ذلك ظهور مفعول كوانتي في جوهرة وهو المفعول الضوئي ، أي انتزاع الالكترونات من الذرة بواسطة حقل الموجة . ويضعف مفعول الامتصاص في الحالة العائمة من اجل الامواج السينية ، وذلك وفقا للعلاقة (6-28) ، حيث أن تواتر الأشعة السينية بعيدا عن أي تواتر ذاتي للمادة . وبالتالي فان اغلب المواد تعتبر شفافة بالنسبة للأشعة السينية . ويحدث امتصاص هذه الأشعة بشكل رئيسي على حساب المفعول الضوئي . وتكون المواد أكثر شفافية من اجل اشعة  $\gamma$  ، حيث يصبح المفعول الضوئي ضعيفا أيضا من اجل هذه الأشعة .

4- يمكن تعميم نظرية التبدد التي عرضناها أعلاه على المعادن التي تعتبر نواقل جيدة . وتكون الكثرونات الناقلية في المعادن حرة غير أنها تخضع لقوة اعاقية ناتجة عن المقاومة الأومية . وبالتالي تملك التقطيفية لالكثرون الناقلية نفس شكل الصيغة (3-28) ، ولكن

$$\omega_0 = 0 \quad ; \quad \alpha(\omega) = - \frac{q_0^2}{\epsilon_0 m_e (\omega^2 + 2i\gamma\omega)} \quad (28-9)$$

وتعطى سماحية الناقل  $\chi$  بالعلاقة  $\chi(\omega) = n_0 \alpha(\omega)$  حيث  $n_0$  كثافة الكثرونات الناقلية .

يعبر عن ثابت التخماد  $\gamma$  في المعادن بدلالة زمن التراخي  $\tau$  لالكثرونات الناقلية (\*). وتقود مقارنة معادلة نيوتن من اجل الكثرون

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} - \frac{m\vec{v}}{\tau} \quad ; \quad \text{الناقلية}$$

(\*) ثابت زمني توسيطي يميز الزمن اللازم لانخفاض سرعة حامل الشحنة بمقدار  $e$  مرة . ويرتبط مع حركية الحامل بالعلاقة  $\mu = \frac{q\tau}{m}$  حيث أن الناقلية النوعية تعطى بالعلاقة:

$$\sigma = q_+ \mu_+ n_+ + q_- \mu_- n_-$$

$n_+$  ،  $\mu_+$  ،  $q_+$  و  $n_-$  ،  $\mu_-$  ،  $q_-$  تركيز وحركية وشحنة الجسيمات .

مع معادلة نيوتن من اجل الالكترون المرتبط :

$$m_e \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -q_0 E_0 e^{-i\omega t} - k \xi - \beta \frac{d\xi}{dt}$$

بعد وضع  $\omega_0 = 0$  (لأن  $k = 0$ ) الى التطابق التام فيما لو كان :

$$2\lambda = \tau^{-1}$$

وهذه هي العلاقة التي تربط بين  $\lambda$  و  $\tau$  . ومن هنا ، بعد الأخذ بعين الاعتبار تعريف الناقلية النوعية  $\sigma$  :

$$\sigma = q_+ \mu_+ n_+ + q_- \mu_- n_-$$

حيث  $\mu = \frac{q\tau}{m}$  ، نستطيع أن نعبر عن  $\lambda$  بدلالة الناقلية  $\sigma$  :

$$\lambda = \frac{q_0^2 n_0}{2 m_e \sigma} \quad (28-10)$$

ان شرعية استعمال العلاقة (28-10) من أجل الحقول المتغيرة تؤسسن على التحقيق التجريبي لقانون اوم في النواقل ، وذلك من اجل تواترات مرتفعة بشكل كاف .

نحصل انطلاقا من العلاقتين (28-9) و (28-10) على قيمة قرينة الانكسار للمعادن :

$$n^2(\omega) = \epsilon(\omega) = 1 + \chi(\omega) = 1 + n_0 \alpha(\omega) \quad \text{ومنه}$$

$$n^2(\omega) = 1 - \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0 (\omega \tau + i)} \quad (28-11)$$

ينتج من هذه العلاقة ، أن تبدد الامواج الكهرطيسية في المعادن يختلف بشكل جوهري في مجال التواترات المنخفضة عنه في المرتفعة . وتعتبر التواترات منخفضة اذا تحققت اللامتساويتان :

$$\omega \tau \ll 1 , \quad \frac{\omega \epsilon_0}{\sigma} \ll 1 \quad (28-12)$$

ففي معدن النحاس مثلا ، يكون من اجل هذا المعدن  $n_0 = 8,5 \cdot 10^{28} m^{-3}$

و  $\tau = 5,76 \cdot 10^{-7} (s.m)^{-1}$  . نبدل هاتين القيمتين بالاضافة الى

$q_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} C$  و  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$  في العلاقة (28-10)

فنجد ان :

$$\tau^{-1} = 4,1 \cdot 10^{13} sec^{-1}, \quad \frac{\sigma}{\omega_0} = 6,5 \cdot 10^{19} sec^{-1}$$

ان هذا التقدير يدل على أن التواترات المنخفضة من اجل النحاس هي

تلك التواترات التي لا تتعدى  $10^{12}$  Hz (يوافق هذا التواتر طول الموجة  $3 \cdot 10^3$  m المنتسبة الى مجموعة الامواج الميكروية الواقعة في المجال الراديوي ) .

يلاحظ أن قرينة الانكسار من اجل التواترات المنخفضة لها —

قيمة تخيلية :

$$n(\omega) \approx \left( i \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} \right)^{1/2} = \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega \epsilon_0}} \cdot (1 + i)$$

ونرى أن  $\text{Im } n(\omega) \approx \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega \epsilon_0}} \gg 1$  . وبالتالي يحدث تخامد شديد للأمواج الكهروستاتيكية في المعادن عندما تكون تواتراتها منخفضة .  
في حالة التواترات العالية ، أي عندما يتحقق الشرط :

$$\omega \tau \gg 1 \quad (28-13)$$

تصبح قرينة الانكسار حقيقية :

$$n^2(\omega) \approx 1 - \frac{\sigma}{\tau \epsilon_0 \omega^2} = 1 - \frac{q_e^2 n_0}{\epsilon_0 m_e} \cdot \frac{1}{\omega^2}$$

وبالتالي يصبح المعدن شفافا من اجل الامواج ذات التواترات العالية . ويمكن كتابة قرينة الانكسار لمثل هذه الامواج بالشكل :

$$n(\omega) = \sqrt{1 - \left( \frac{\omega_{pe}}{\omega} \right)^2} \quad (28-14)$$

حيث  $\omega_{pe} = \left( \frac{n_0 q_e^2}{\epsilon_0 m_e} \right)^{1/2}$  وتدعى بتواتر الاهتزاز البلازمي للالكترونات\* .  
ونلاحظ أن  $\omega_{pe}$  تملك مفهوم التواتر الحدي . فاذا كانت  $\omega < \omega_{pe}$  فان  $\text{Im } n(\omega) \neq 0$  ، أي يحدث امتصاص للأمواج الكهروستاتيكية . اذا كانت  $\omega \gg \omega_{pe}$  فان قرينة الانكسار تصبح حقيقية ، أي أن الامتصاص يتوقف . وتأخذ  $\omega_{pe}$  من اجل النحاس القيمة  $10^{16}$  هرتز تقريبا ، وهكذا يكون النحاس شفافا في مجال تواترات الاشعة السينية فقط . غير أن بعض المعادن تكون شفافة في مجال الاشعة فوق البنفسجية كالصوديوم مثلا .

نشير الى أن التواترات العالية التي تحدثنا عنها الآن ، يبدأ  
\* ندعو الغاز المتشرد الذي يحوي نسبة مرتفعة بشكل كاف من الدقائق المشحونة ، والذي يتمتع بخواص مشابهة لخواص الوسط المعتدل "بالبلازما" .



نشير الى أن التواترات العالية التي تحدثنا عنها الآن ، يبدأ من اجلها ظهور الانحراف عن قانون اوم . وتبعاً لذلك يبرز سؤال حول شرعية (قانونية) دراسة التواترات التي تحقق الشرط (13-28) الذي استندنا في استخراجهِ على عبارة  $n^2(\omega)$  تلك العبارة التي فرضنا من اجلها تحقيق قانون اوم، غير أنه كما نرى - لاتدخل الناقلية  $\sigma$  في العبارة (14-28) . وهذه الحالة تعكس تماماً الواقع التالي . وهو أن الكترونات الناقلية في حالة الحقول عالية التواتر لاتتمكن من متابعة تغيرات الحقل بانتظام نتيجة لعطالتها . وبالتالي تختفي الخسارة الاومية (يتوقف تخادم الموجة ) وتتوقف التحديدات المتعلقة بقانون اوم حول التأثير .

تجدر الاشارة ايضا الى أنه لا يوجد خلاف من حيث المبدأ ، فيما إذا وجدت الالكترونات الحرة في المعدن أو في البلازما ، مثلاً في اينوسفير الأرض . وبالتالي فان العلاقة السابقة تصح من اجل الامواج الكهروطيسية التي تعبر البلازما . (من البديهي يجب الأخذ بعين الاعتبار الكثافة  $n_0$  وزمن التراخي  $\tau$  ) . ويوضح هذا مسألة عدم نفوذ الامواج الراديوية خلال الاينوسفير اذالم تكن الموجة قصيرة بشكل كاف .

يجب في حالة التواترات الوسطية استعمال الصيغة (11-28) بحد ذاتها، ولا يجوز استعمال اشكالها الحدية . ينتج من (11-28) أن معامل الانكسار للأوساط الناقلة يملك في الحالة العامة جزءاً حقيقياً وجزءاً خيالياً تابعين للتواتر . وبالتالي تنتشر الامواج مختلفة التواتر في الأوساط الناقلة بسرعات مختلفة ، وتتخادم أثناء ذلك بشكل مختلف . فاذا كانت طبقة المعدن رقيقة بشكل كاف فان الامواج يمكن أن تخترقها بخسارة قليلة في شدتها . وتكون هذه الخسارة مختلفة حسب التواتر . وتستخدم الظاهرة المذكورة بشكل واسع في تحضير العناصر الضوئية نصف الشفافة (الشفافة) ، مثلاً تلك الصفائح المستعملة في نظارات العمال الواقية ، ممن يتعاملون مع درجات الحرارة العالية (كالحام بالأكسجين ، أو بجوار الاقران) . حيث يغطى زجاج تلك النظارات بطبقة رقيقة من الذهب التي لاتمرر عملياً الأشعة تحت الحمراء ولكنها شفافة بالنسبة للأشعة المرئية .

5- من المعروف تجريبياً أن انتشار الامواج الكهروطيسية في المادة

يرافق دائما بظاهرة التشتت (التفرق) . وتتلخص هذه العملية بظهور امواج جديدة تنتشر في المادة وفق اتجاهات تختلف عن اتجاه الموجة الواردة على المادة . نوضح ذلك بايراد مثال على موجة تعبر وسطا مؤلفا من ذرات أحادية ، تملك كل منها الكترونا خارجيا وحيدا . ولا يحمل هذا التحديد أية اهمية مبدئية غير أنه يبسط الدراسة . يصبح ، كما رأينا سابقا ، أي الكترون مثار بواسطة الموجة الضوئية منبععا لأمواج جديدة . وتؤثر هذه المنابع بشكل مترابط ، في حالة التوزع المنتظم للذرات ، مادامت العلاقات الطورية لاهتزاز الالكترونات المختلفة في هذه الحالة محددة بدقة ، وتعتمد فقط على الزمن اللازم للموجة لكي تغطي المسافة الفاصلة بين أحد الهزازات الى الآخر . وبالتالي يحدث في حالة التوضع المنتظم للذرات في الوسط تداخل العديد من الامواج . والخاصة الهامة لهذا التداخل هي انطفاء جميع الامواج الضوئية المنتشرة في الاتجاهات المخالفة لاتجاه الموجة الواردة ( سوف نتجاوز برهان هذه الخاصة ) . وهذا يعني أن التشتت لا يحدث في هذه الحالة . ويبدأ التشتت بالظهور اذا بدأت مواضع الذرات تتغير بشكل عشوائي . ويخرق هذا التغير التوافق في اشعاع الذرات المختلفة ، وتخرق بالتالي اللوحة التداخلية السابقة ، وتظهر امواج تنتشر في اتجاهات اخرى ، وهكذا يحدث تشتت الضوء . ينتج من هذا التعليل أن التشتت يحصل دائما كنتيجة للتغيرات الحرارية العشوائية في مواضع الذرات .

تشتت الامواج المختلفة بتواتراتها باشكال مختلفة . لنوجد التابعة التواترية لشدة الامواج المتشعبة  $I_{scat}$  . بما أن التداخل يختفي في حالة التغير اللامتظم لمواضع الذرات ، لذا يكفي لتحديد  $I_{scat}$  ، أن نوجد كيفية تعلق اشعاع احدى الذرات بالتواتر . وتكون شدة الضوء المتشعبت ككل مساوية لمجموع شدات اشعاعات الذرات .

ان شدة الاشعاع الكلية لذرة واحدة ، وفقا للعلاقة (7-26) تتناسب مع  $\omega^4 p_0^2$  حيث  $\omega$  تواتر الالكترتون المهتز في الذرة (طبعا يهتز هذا الالكترتون بتواتر الموجة الواردة) و  $p_0$  سعة العزم الديبولي الالكتروني المثار بواسطة الموجة . وينتج من العلاقتين ( 2 - 28 ) و (28-3) أن :

$$P_0 \sim [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2]^{-\frac{1}{2}}$$

حيث  $\omega_0$  التواتر الخاص للجهاز الالكتروني . وتأخذ هنا بعيين الاعتبار أن التشتت يكون ملاحظا ، عندما تتخامد الامواج ببطي وبالي التي نقبل أن ثابت التخامد  $\gamma$  صغير بشكل مهمل . عندئذ :

$$P_0 \sim (\omega_0^2 - \omega^2)^{-1}$$

ط

$$\bar{I}_{scat}(\omega) \sim \frac{\omega^4}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \quad (28-15)$$

وهذه هي التابعة التي نبحث عنها . ويوجد لهذه التابعة حالتان حديثان ، تصفان التفرق في مجال التواترات المنخفضة ( $\omega_0 \gg \omega$ ) وفي مجال التواترات المرتفعة ( $\omega_0 \ll \omega$ ) . يدعى تشتت الامواج منخفضة التواتر "بتشتت رايلي" (Rayleigh) وتكون الشدة من اجل هذا التشتت :

$$\bar{I}_{scat}^{raye}(\omega) \sim \omega^4$$

يحدث تشتت رايلي عند عبور الضوء خلال الهواء مثلا . فالضوء الأزرق الذي تواتره أكبر بـ  $\sqrt{2}$  مرة من تواتر حدود الضوء الأحمر في طيف الاشعة الشمسية يتشتت بـ 4 مرات تقريبا أكثر من الضوء الاحمر ، وبالتالي يبدو لون السماء أزرقا . وتشتت الألوان الضوئية ذات التواترات الأعلى بشكل أشد من اللون الأزرق . غير أن تيار الاشعة البنفسجية الصادرة عن الشمس أضعف من التيار الازرق بالقرب من سطح الارض .

يدعى تشتت الامواج مرتفعة التواتر "بتشتت تومسون" . ولا تتعلق الشدة  $\bar{I}_{scat}^{Thom}$  بالتواتر في حالة تشتت تومسون :

$$\bar{I}_{scat}^{Thom} \sim \frac{\omega^4}{\omega^4} = 1$$

ونحصل على هذه النتيجة من (28-15) بوضع  $\omega_0 = 0$  . ومن هنا تنتج أن تشتت تومسون يحدث على الشحن الحرة .

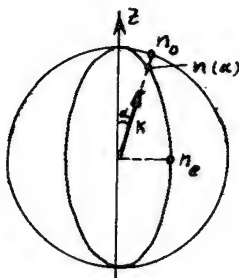
6- لقد درسنا حتى الآن تشتت الامواج الكهرومغناطيسية في حالة الأوساط متماثلة المناحي التي تتمتع بنفس الخواص في جميع الاتجاهات . وتوجد بعض البلورات التي لا تتمتع بالخاصة المذكورة (الخاصة الايزوتروبية) . وبالتالي يمكن أن تكون التواترات الذاتية للاهتزاز الالكترونات والايونات مختلفة في الاتجاهات المختلفة للاهتزاز . ومن الواضح أن هذا الاختلاف يؤدي الى أن معامل الانكسار لا يتعلق فقط بالتواتر ، وإنما باتجاه انتشار الموجة وبشكل استقطابها . نقوم بعرض الخصائص الكيفية لهذه التابعيات في علم الضوء من اجل فئة بسيطة (ولكنها الأكثر أهمية في التطبيق) للبلورات مختلفة المناحي وحيدة المحور الضوئي .

تدعى البلورات مختلفة المناحي ضوئياً "بالبلورات احادية المحور" إذا حوت على اتجاه محدد تكون التواترات الذاتية للالكترونات والايونات للاهتزاز الحاصل في مستو عمودي على الاتجاه السابق متساوية ، غير أنها مختلفة عن التواترات الذاتية للاهتزاز الحاصل وفق ذلك الاتجاه . ويدعى الاتجاه المفروز المشار اليه سابقاً "بالمحور الضوئي" . ويبرهن في الميكانيك (هذا يجب أن نقبله تماماً) على أن التواترات الذاتية في الاتجاهات التي تصنع زاوية  $\alpha$  مع المحور الضوئي تملك قيماً وسطية محددة تتغير بشكل انسيابي ومتدرج عنها بتغير  $\alpha$  من الصفر الى  $\frac{\pi}{2}$  .

نتنقل الى قرينة انكسار الضوء  $n$  . ونعتبر أن  $n$  تتعلق من اجل الموجة الضوئية المستقطبة سطحياً بالطيف التواتري للاهتزاز الالكترونات والايونات في اتجاه استقطاب الضوء . لندرس تابعية  $n$  للاتجاه والاستقطاب . نبدأ بموجة وحيدة اللون تنتشر وفق المحور الضوئي . تشير الموجة المذكورة في هذه الحالة اهتزاز الديبولات الكهربائية في البلورة وفق مستو معامد للمحور الضوئي وتكون جميع الاهتزازات في حالة البلورات احادية المحور متماثلة في ذلك المستوي . وبالتالي يحافظ معامل الانكسار  $n_o$  من اجل الاستقطابين المستقلين خطياً على قيمتهما . ونحصل على صورة اخرى من اجل انتشار الموجة في اتجاه معامد للمحور الضوئي . اذا كان استقطاب الموجة معامدا للمحور الضوئي فان قرينة الانكسار لهذه

الموجة تساوي نفس القيمة  $n_0$  . غير أنه اذا كانت الموجة مستقطبة في اتجاه المحور الضوئي ، فإنها تهز الهزات بتواترات خاصة أخرى . وهكذا تصبح قرينة الانكسار مختلفة ، ونرمز لها بـ  $n_e$  . وتدعى البلورة أحادية المحور الضوئي "بالبلورة الموجبة" اذا كانت  $n_e > n_0$  "وسالبة" اذا كانت  $n_e < n_0$  .

إن الحالة الوسطية تحصل عند عبور الموجة التي تصنع زاوية  $\alpha$  مع المحور الضوئي ، أي من اجل  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  . وفي هذه الحالة تكون قرينة الانكسار من اجل الاستقطاب العمودي على المحور الضوئي مساوية  $n_0$  ، وفي حالة الاستقطاب في مستوي اتجاه الأشعة والمحور الضوئي تملك  $n$  قيمة وسطية  $n(\alpha)$  بين  $n_0$  و  $n_e$  . إن الحالتين الحديتين المدروستين سابقا توافقان  $\alpha = 0$  و  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  . وبالتالي  $n(0) = n_0$  و  $n(\frac{\pi}{2}) = n_e$  . ويدعى الشعاع الضوئي المستقطب بشكل معامد للمحور الضوئي "بالشعاع العادي" ، والشعاع المستقطب في مستوي اتجاه الأشعة والمحور الضوئي "بالشعاع اللاعادي (الشاذ)" . إن تابعة قرينتا انكسار هذين الشعاعين للزاوية  $\alpha$  في بلورة سالبة أحادية المحور الضوئي ممثلة على الشكل 8.4 . ويتجه المحور  $z$  في الرسم المذكور وفق المحور الضوئي للبلورة . إن الشعاع العادي مستقطب بشكل معامد لمستوي الرسم ، والشعاع الشاذ مستقطب



شكل 8.4

في مستوي الشكل معامداً بذلك الشعاع الموجي  $\vec{k}$  . إن قيم  $n(\alpha)$  تعكسها نقاط القطع الناقص ، وقيم  $n_0$  نقاط الدائرة ذات نصف القطر  $n_0$  ، (من اجل البلورة الموجبة تشكل قيم  $n(\alpha)$  قطعاً ناقصاً يتضمن الدائرة ذات نصف القطر  $n_0$ ) .

يؤدي اختلاف المناحي الضوئية

في البلورة الى ظاهرة الانكسار المضاعف . ويتلخص الانكسار المضاعف بأن الشعاع اللاعادي الساقط على البلورة أحادية المحور بشكل يصنع معه زاوية غير معدومة مع المحور الضوئي ينشطر الى مركبتين مستقطبتين سطحياً ، في مستويين متعامدين فيما بينهما . ويحدث

الانشطار لأن قرينتي الانكسار لهاتين المركبتين مختلفتان .  
 إن ظاهرة الانكسار المضاعف تستعمل بشكل واسع للحصول على  
 اشعة مستقطبة ،بالاضافة الى اهداف أخرى .  
 ومن الأمور الهامة لتطبيق الخاصة السابقة باستخدام البلورات  
 الغير متماثلة المناحي احادية المحور الضوئي ،هي امكانية الحصول  
 على تغير انسيابي في قيمة قرينة الانكسار ، وذلك بتدوير البلورة . أن  
 هذه الخاصة تستخدم بكثرة في علم الضوء اللاخطي .

## 29 - سلوكية الأمواج الكهرومغناطيسية على الحدود الفاصلة بين الأوساط .

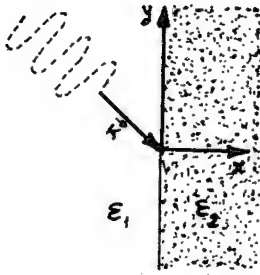
1- يحدث غالبا أن ينتقل انتشار الامواج من وسط ما الى وسط آخر ،  
 اذا كانت في عملية كهذه سماكة طبقة العبور مهملة بالمقارنة مع  
 طول الموجة ، فان حد الفصل بين الوسطين يمكن اعتباره سطحاً أملساً .  
 فالحد الفاصل بين الهواء والزجاج ، مثلاً ، يمكن اعتباره ضمن المنظور  
 السابق سطحاً أملساً (إن مجال العبور الذي تتغير فيه خواص المادة  
 لاتتعدى سماكته بضعة انغسترومات ، بينما يبلغ طول الامواج الضوئية  
 آلاف الانغسترومات ) . ويحدث في الحالة العامة اثناء الانتقال  
 المذكور انعكاس وانكسار للامواج على سطوح الفصل . وسندرس في  
 هذه الفقرة هاتين الظاهرتين .

نفرض أن سطح الفصل وحيد ومستوي ، ويقع الى جانبيه مادتان  
 عازلتان مختلفتان ، ولتكن كل مادة منهما وسطاً خطياً ومتماثل المناحي  
 ومتجانس . ويمكن ، كما نعلم ، تمثيل أية موجة في الوسط الخطي على  
 شكل تركيب لمجموعة من الامواج المستوية وحيدة اللون . وبالتالي  
 لكي نضع قوانين الانعكاس والانكسار ، يكون من الكافي دراسة تأثير  
 حدود الفصل على انتشار الأمواج المستوية . ولنقبل ايضاً أن الامتصاص  
 معنوم في كلا الوسطين ، أي أن نفوذيتهم المعزالية قيمة حقيقية .

نفرض أن موجة البدء (الانطلاق) تنتشر من العازل الأول الى الثاني  
 ونختار جملة الاحداثيات كما هو مبين على الشكل 8.5 ، حيث يتجه  
 المحور  $z$  للجملة بشكل يوازي معه الشعاع الموجي  $\vec{k}$  ، وهكذا  
 يكون  $k_z = 0$  و  $\vec{k} = (k_x, k_y, 0)$  . ولتكن النفوذية المعزالية  
 للوسط الاول  $\epsilon_{r1}(\omega)$  حيث تنتشر الموجة الواردة بالتواتر  $\omega$  . وللموسط  
 الثاني  $\epsilon_{r2}(\omega)$  .

يعتبر قانون الانعكاس والانكسار كما هو الحال في جميع قوانين  
الالكتروديناميك ، من نتائج معادلات ماكسويل . ويمكن استخراجهما  
بالطريقة التالية . نوجد في البداية الحلول الموجية لمعادلات  
ماكسويل في كل من الوسطين المتماسين ، وفي حالتنا في نصفي الفضاء  
 $X < 0$  و  $X > 0$  . وأثناء ذلك يجب الأخذ بعين الاعتبار حالتين

واضحتين . أولا : ان الحل في المجال  $X < 0$   
يجب أن يتضمن الموجة الواردة التي تكون  
معروفة سلفا . ثانيا : يجب أن يصف الحل  
في المجال  $X > 0$  الموجة العابرة فقط في  
الاتجاه من القيم الصغيرة لـ  $X$  الى القيم  
الكبيرة ، ذلك لأننا فرضنا عدم وجود موجة  
واردة من الوسط الثاني الى الوسط الأول .  
يجب بعدئذ أن يخط (يربط) الحلان



شكل 8.5

الحاصلان الى جانبي سطح الفصل بواسطة

الشروط الحدودية التالية للحقل الكهربائي :

$$D_n^{(1)} - D_n^{(2)} = \sigma$$

$$\epsilon_1 E_n^{(1)} - \epsilon_2 E_n^{(2)} = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma \quad , \quad E_t^{(1)} - E_t^{(2)} = 0 \quad (29.1)$$

حيث أن  $E_t$  و  $E_n$  المركبتان الناعمية والمماسية للحقل الكهربائي،  
 $\sigma$  الكثافة السطحية للشحن الحرة (الغير مستقطبة) في النقطة  
الحدودية المعنية . (انظر الشكل 8.6) . والشروط الحدودية للحقل

$$\vec{H}_t^{(1)} - \vec{H}_t^{(2)} = \vec{J} \quad \text{المغناطيسي} :$$

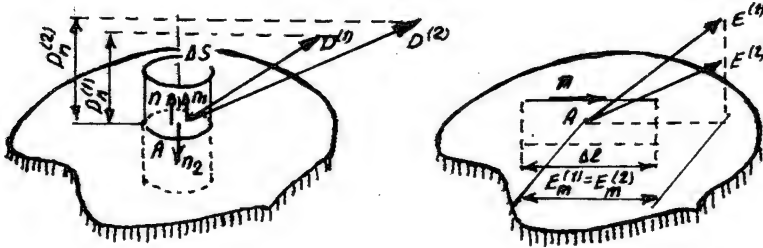
$$B_n^{(1)} - B_n^{(2)} = 0 \quad , \quad \frac{B_t^{(1)}}{\mu_1} - \frac{B_t^{(2)}}{\mu_2} = \mu_0 \vec{J} \quad (29.2)$$

حيث  $B_t$  و  $B_n$  المركبتان الناعمية والمماسية لحقل التحريض  
المغناطيسي ،  $\vec{J}$  الكثافة السطحية للتيارات الحرة في النقطة  
الحدودية المعنية ، والتي تجري معامدة للاتجاه المماسي . ونشير  
هنا الى ان هذه الشروط تستخرج في حالة الحقول المستقرة من  
معادلات ماكسويل المطبقة على الحالات التي تتغير فيها خواص المادة  
بشكل قفزي عند عبور سطح ما . غير أنه من الممكن تطبيقها في حالة  
الحقول التابعة للزمن ومن ضمنها الحقول الموجية . وللتأكد من ذلك

يطلب الى القارئ استخراج هذه الشروط الحدودية دون الاعتماد على معادلات ماكسويل المستقرة وإنما على المعادلات العامة :

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{D} &= \rho & , & \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 & , & \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned} \quad (29-3)$$

إن تحليل امكانية سحب الشروط الحدودية من اجل الحقول المستقرة



شكل 8.6

على الحقول اللامستقرة يتطلب توضيحا بسيطا . يكون الحقلان في نقطتين تقعان على الجانبين المختلفين لسطح الفصل وغير مزاحيتين بالنسبة لبعضهما على طول هذا السطح ، يكون الحقلان غير متخلفين عن بعضهما ، ذلك لأن المسافة بين النقطتين المذكورتين معدومة \* .

لنكتب الشروط الحدودية (29-1) و (29-2) ، آخذين بعين الاعتبار جملة المقارنة (الشكل 8.5) ، والشروط  $\mu_r = 1$  وأن سطح الفصل يعتبر نظيفا ، أي انعدام الشحن الحرة . نحصل بالنتيجة على أن العلاقات التالية تتحقق في جميع نقاط المستوي  $xy$  أي من

$$\text{اجل } x = 0 : \quad \epsilon_1 E_x^{(1)} = \epsilon_2 E_x^{(2)} , \quad E_y^{(1)} = E_y^{(2)} , \quad E_z^{(1)} = E_z^{(2)} , \quad \vec{B}^{(1)} = \vec{B}^{(2)} \quad (29-4)$$

وتدل الارقام في اعلى الرموز على حقول الامواج المنتشرة في نصفَي الفضاء  $x < 0$  و  $x > 0$  على الترتيب .

2- ننتقل الآن الى حل المسألة التي يمكن صياغتها بالشكل : جد حلا لمعادلات ماكسويل الحرة (29-3) ، مستخدما المعادلات المادية :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} , \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} \quad (29-5)$$

(\* هذا في المقياس الجهري . ان للاختلاف المكاني بطبيعة الحال قيمة محدودة ، غير انه يعتبر مجهريا ، وبالتالي يمكن اهماله من اجل الحقول الجهرية .



حيث  $\mu = 1$  و  $\kappa = 0$  . بحيث يصف هذا الحل الى اليسار من سطح الفصل (انظر الشكل 8.5) فقط الموجة الواردة المعطاة ، ولا يحوي الى اليمين من السطح الامواج الواردة الى هذا السطح . عندئذ يجب أن تخاط الموجتين في نصفي الفضاء  $x < 0$  و  $x > 0$  بواسطة الشروط الحدودية (29-4) . نشير الى أن الموجة الواردة - حسب تعريفها - يجب أن يتجه شعاعها الموجي  $\vec{k}$  نحو سطح الفصل أي أن  $k_x > 0$  .

نبرهن قبل كل شيء استنادا الى قاعدة النقيضين ، أن المسألة تملك حلا وحيدا . اذا كان هناك حلان فان فرقهما سيكون حلا ، ولكن بشرط أن تكون الموجة الواردة تساوي الصفر . وفي حالة موجة صفرية واردة يكون الحل الوحيد صفرى ، وهكذا يكون الحلان متطابقين . ونتيجة لبرهان وحدانية الحل نكون قد حصلنا على امكانية وضع أية فروض لشكل هذا الحل . فاذا حصلنا وفق هذه الفروض على حل ، فان وجود حلول اخرى غير ممكن .

نبحث من اجل  $x < 0$  عن حل على شكل مجموع موجتين مستويتين احاديتي اللون . ونكتب مجموع الحقلين الموجيين بالشكل :

$$E(\vec{r}, t) + E_1(\vec{r}, t) \quad (29-6)$$

ان الموجة  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{-i\omega t + i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}}$  تمثل الموجة الواردة . ويمكن للموجة  $\vec{E}_1$  وفقا لشروط المسألة ، أن تنتشر فقط من على سطح الفصل

وبالتالي تدعى الموجة  $\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{10} e^{-i\omega t + i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}}$  بالموجة المنعكسة

ويكون من اجلها وفقا لذلك  $k_{1x} < 0$  .

نبحث عن الحقل من اجل  $x > 0$  ضمن علاقة من الشكل :

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{20} e^{-i\omega t + i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}}$$

وتدعى هذه الموجة بالموجة المنكسرة . وتنتشر هذه الموجة وفقها لشروط المسألة من سطح الفصل . وبالتالي تتحقق من اجل الشعاع الموجي  $\vec{k}_2$  لهذه الموجة اللامساواة  $k_{2x} > 0$  . نقبل أيضا أن جميع الامواج تنتشر في المستوي  $x$  أي أن  $k_{1z} = k_{2z} = 0$  . وهاتان المساواتان تعكسان اعتبارات التناظر .

ومن الواضح ان الموجات الثلاث يجب أن تملكن نفس التواتر، أي أن  $\omega = \omega_1 = \omega_2$ . ويمكن ضمن مراعاة هذا المطلب فقط للشروط الحدودية (29-4) المتحققة في اللحظة  $t = 0$  أن تتحقق في الفترات الزمنية اللاحقة. ويكفي الآن أن نوّمن تحقق الشروط الحدودية في اللحظة  $t = 0$  فقط.

ننتقل الى التحديدات على الاشعة الموجية :

أولاً ) تكون الامواج الواردة والمنعكسة والمنكسرة من اجل نفس التواترات حلولا لمعادلات موجية بسرع طورية تساوي على الترتيب  $v_1 = \frac{c}{n_1}$  و  $v_2 = \frac{c}{n_2}$  وذلك ضمن الشرط :

$$\frac{k^2}{n_1^2} = \frac{k_1^2}{n_1^2} = \frac{k_2^2}{n_2^2} \quad (29-7)$$

حيث  $n_2^2 = \epsilon_2$  ،  $n_1^2 = \epsilon_1$ .

ثانياً ) يجب أن ينفذ المطلب الآتي ، وهو أن تحقق الشروط الحدودية في احدى نقاط سطح الفصل يجب أن يؤدي الى تحققها في النقاط الاخرى من هذا السطح . ويكون الشرط الضروري والكافي من اجل ذلك هو تساوي مركبات الاشعة الموجية الثلاث على سطح الفصل ، أي أن :

$$k_z = k_{1z} = k_{2z} = 0 \quad (29-8)$$

$$k_y = k_{1y} = k_{2y}$$

ان شرط تساوي المركبات  $k_z$  هو شرط محقق ، فكل هذه المركبات تساوي الصفر ، وهذا ما يشير اليه في (29-8) . ويحدد شرط تساوي المركبات  $k_y$  بالاضافة الى الشرطين  $k_{1x} \leq 0$  و  $k_{2x} > 0$  ، (29-7) ، تحدد هذه الشروط المركبات  $k_x$  للاشعة الموجية بشكل وحيد القيمة ونحصل من اجل ذلك على :

$$k_{1x} = -k_x \quad , \quad k_{2x} = k^2 \frac{n_2^2}{n_1^2} - k_y^2 \quad (29-9)$$

ان الشعاعين الموجيين  $k_1$  و  $k_2$  المنعكس والمنكسر قد عينا . بقي علينا ايجاد سعة هاتين الموجتين . لايجاد السعتين نكتب الشروط الحدودية (29-4) في النقطة الحدودية  $z = y = 0$  في اللحظة  $t = 0$  :

$$\varepsilon_1 E_{0x} + \varepsilon_2 E_{10x} = \varepsilon_2 E_{20x} \quad , \quad E_{0y} + E_{10y} = E_{20y}$$

$$E_{0z} + E_{10z} = E_{20z} \quad , \quad \vec{B}_0 + \vec{B}_{10} = \vec{B}_{20} \quad (29-10)$$

$$\vec{n} \wedge \vec{E} = c \vec{B} \quad , \quad c \vec{B} \wedge \vec{n} = \vec{E}$$

(حيث  $\vec{n}$  هنا ترمز الى شعاع الواحدة لجهة انتشار الموجة ) . يمكن التعبير عن سعات الحقل المغناطيسي للأمواج الواردة والمنعكسة والمنكسرة بدلالة  $E_0$  ،  $E_{10}$  و  $E_{20}$  على الترتيب .

$$\omega \vec{B}_0 = \vec{k} \wedge \vec{E}_0 \quad , \quad \omega \vec{B}_{10} = \vec{k}_1 \wedge \vec{E}_{10} \quad (29-11)$$

$$\omega \vec{B}_{20} = \vec{k}_2 \wedge \vec{E}_{20}$$

(فعلى سبيل المثال من اجل الموجة الواردة ، تكون قيمة شعاع الواحدة  $\vec{n}$  في اتجاه الانتشار مساوية  $\vec{k}/k$  . والنسبة  $\frac{\omega}{k}$  تساوي السرعة الطورية للموجة التي تساوي في الخلاء  $c$  ) .

نبدل العبارات السابقة من اجل سعات الحقول المغناطيسية في المساواة الأخيرة (29-10) . عندئذ تصبح العلاقات مشكلة لجملة مؤلفة من ست معادلات خطية تحوي على ستة مجاهيل تمثل مركبات الحقلين  $\vec{E}_{10}$  و  $\vec{E}_{20}$  . وبما أن عدد المجاهيل يساوي عدد المعادلات ، فان هذه الجملة تملك حلا (وذلك اذا لم يكن المحدد الموافق مساويا للصفر ، ويمكن التحقق من ذلك) . وتصبح ، بعد حصولنا على هذا الحل ، جميع صفات وخواص الموجة المنعكسة والمنكسرة معبر عنها بواسطة صفات الموجة الواردة وقرينتي الانكسار  $n_1$  و  $n_2$  للوسطين الماديين . إن جميع الثوابت في الجملة (29-10) هي ثوابت حقيقية ، وبالتالي يكون الحلان لمركبات الشعاعين  $\vec{E}_{10}$  و  $\vec{E}_{20}$  حقيقيين ايضا . ويمكن أن يأخذ فرق الطور من اجل الموجتين المنعكسة والمنكسرة القيمتين 0 أو  $\pi$  ، وسوف نتطرق لاحقا الى الاستثناء الوحيد عن هذه القاعدة .

3- نقدم تحليلا للنتائج المستخلصة من الحل الحاصل لمسألة

عبور الموجة الكهرومغناطيسية المستوية للحد الفاصل بين عازلين . ندعو الزاوية  $\alpha$  المحصورة بين اتجاه الشعاع الوارد والناظم

على السطح الفاصل بزواوية الورود ، والزواوية  $\beta$  المحصورة بين الناظم والشعاع المنعكس بزواوية الانعكاس ، والزواوية  $\alpha$  المحصورة بين الناظم على السطح والشعاع المنكسر بزواوية الانكسار . ويبيِّن الشكل 8.7 هذه الزوايا . وينتج من الرسم أن :

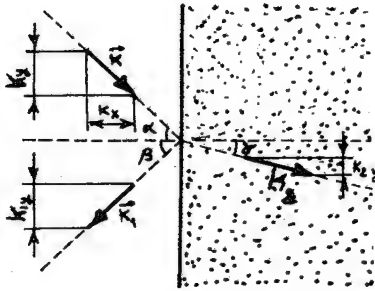
$$\sin \alpha = \frac{1k_y}{k} \quad \text{و} \quad \sin \beta = \frac{1k_1y}{k_1} \quad \text{و} \quad \sin \alpha = \frac{1k_2y}{k_2}$$

حيث  $k = |k|$  وهكذا . ونحصل من (29-8) و (29-9) على :

$$\alpha = \beta \quad (29-12)$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{n_1}{n_2} \quad (29-13)$$

التي تمثل القوانين الأساسية للانعكاس والانكسار . وتنص هذه القوانين على : أن تواتر الموجة لا يتغير في حالتي الانعكاس والانكسار .



شكل 8.7

أن الأشعة الثلاث الوارد والمنعكس

والمنكسر تقع في مستوي واحد يعامد سطح الفصل للوسطين . ويدعى هذا المستوي بمستوي الورود . وتنتج هذه الخاصة من العلاقة الأولى (29-8) . أن زاوية الورود تساوي زاوية الانعكاس ، وهذا وارد في المساواة (29-12) . إن هذا القانون كان معروفا لافليدس منذ القدم كحقيقة تجريبية .

أن نسبة جيبى زاوية زاويتي الانكسار والانعكاس تساوي نسبة قرينتي الانكسار للوسط الحاوي على الشعاع الوارد والوسط الحاوي على الشعاع المنكسر . وتعتبر العلاقة (29-13) عن هذا القانون . وقد وضع القانون (29-13) تجريبيا من قبل العالم سنل . إذا عبرنا بدلالة السرعتين الطوريتين  $v_1$  و  $v_2$  للوسطين الموافقين عن قانون سنل وذلك باستعمال  $v = \frac{c}{\sqrt{\mu\epsilon}}$  و  $n = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$  نجد أن :

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha} = \frac{v_2}{v_1} \quad (29-14)$$

ويبين لنا هذا أن القوانين الأربع المذكورة آنفا يمكن تطبيقها على عبور الأمواج مهما كانت طبيعتها ،، للحد الفاصل بين وسطين ، كالأمواج

الصوتية مثلا . ويجب فقط من اجل تطبيق هذه القوانين أن نتحقق الشروط المذكورة سابقا : كصغر سماكة طبقة الفصل بين الوسطين بالنسبة لطول الموجة ، والخطية والتجانس ، وتماثل المنحني لكلا الوسطين . وفي الواقع لقد استخدمنا عند استخراج هذه القوانين الصفات العامة فقط للموجة ولم تستخدم أية صفات مميزة ، كشكل الاستقطاب أو قانون التبدد . الخ .

يجدر بنا أن نذكر هنا المفعول المسمى "بمفعول تخلف انكسار" الأشعة ، وذلك في حالة الانعكاس الكلي الداخلي .

يحدث الانعكاس الكلي الداخلي عندما تتحقق العلاقة .

$$n_2 / n_1 < \sin \alpha \quad (29-15)$$

ويفقد قانون سنل معناه في هذه الحالة ذلك لأن  $\sin \alpha$  تأخذ صوريا قيمة أكبر من الواحد . وبالتالي تختفي الموجة المنكسرة في حالة الانعكاس الكلي الداخلي . غير أنه في حالة تحقق العلاقة (29-15) تحتفظ العلاقات (29-7) ، (29-8) و (29-9) بمعناها ، وهي العلاقات التي استخرج منها قانون سنل من اجل  $\frac{n_2}{n_1} > \sin \alpha$  . ونحصل من العلاقات الواردة سابقا على مقدار سالب لمربع المركبة  $K_{2x}$  للشعاع الموجي  $K_2$  للأشعة المنكسرة ، وذلك في حالة الانعكاس الكلي الداخلي ، أي :

$$K_{2x}^2 = - K^2 \left( \sin^2 \alpha - \frac{n_2^2}{n_1^2} \right)$$

وبالتالي تكون المركبة  $K_{2x}$  خيالية تماما :

$$K_{2x} = \pm i \chi$$

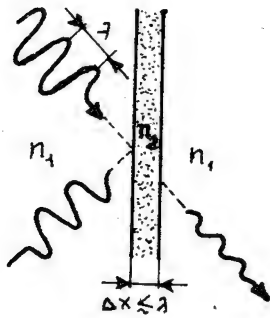
حيث  $\chi$  عددا حقيقيا موجبا . وكما يلاحظ من هذه العلاقة تكون قيمة  $\frac{1}{\chi}$  من رتبة طول الموجة  $\lambda$  للأشعة الواردة . وتعني القيمة التخيلية للمركبة  $K_{2x}$  أن الموجة المنكسرة تحوي المضروب

$$e^{i \chi K_{2x}} = e^{\pm \chi x}$$

ولا يمكن لسعة الموجة المنكسرة أن تنمو بازدياد  $x$  . (\*) وبالتالي تملك القيمة  $K_{2x} = i \chi$  معنى فيزيائي . عندئذ تكون سعة الموجة المنكسرة متناسبة مع  $e^{-\chi x}$  ، وذلك إلى المسافة  $\chi$  من الحد الفاصل . ونكون (\*) لأن طاقة الموجة فيما لو حدث ذلك تأخذ قيمة لانهاية .

هكذا قد توصلنا الى النتيجة التالية : وهي أن الموجة المنكسرة موجودة في حالة الانعكاس الداخلي الكلي ، غير أنها تتخامد بتابعية أسية مع ازدياد المسافة عن حد الفصل ، وتتحدر الى قيمة معدومة عمليا من اجل مسافات من رتبة بضعة أطوال للموجة عن الحد الفاصل ويدعى هذا المفعول "بتخلف انكسار الأشعة" .

يحدث في الموجة المتخلفة اهتزاز للشعاعين  $\vec{E}_2$  و  $\vec{B}_2$  بالتأثر  $\omega$  . لنفرض الآن أن الوسط الكاسر ذا قرينة الانكسار  $n_2$  عبارة عن صفيحة مستوية سماكتها من رتبة عدة أطوال للموجة ، ومحاطة من جانبيها بوسط عازل قرينة انكساره  $n_1$  (  $n_1 > n_2$  ) . اذا ورد شعاع على هذه الصفيحة بزاوية ورود  $\alpha$  تحقق شرط الانعكاس الكلي (14-29) ، فان الشعاع المنكسر يصل الى الوجه الآخر قبل أن يتخامد بشكل كامل ، ويحقق انكسارا عاديا على هذا الوجه ، وبالتالي فان جزءا من الموجة الواردة ينفذ خلال الصفيحة (الشكل 8.8) .



شكل 8.8

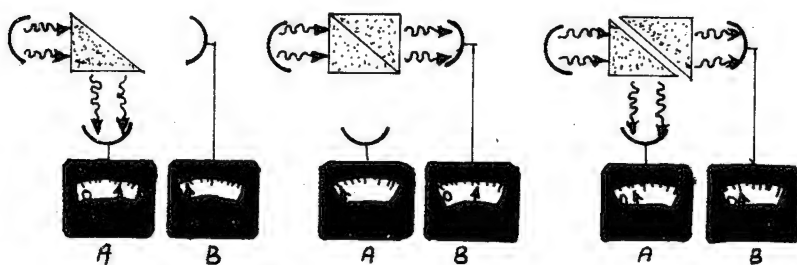
تصعب ملاحظة ظاهرة التخلف المذكور في مجال الأشعة الضوئية ، ذلك لأن أطوال الامواج صغيرة جدا . ولا يمكن بسهولة صنع صفيحة رقيقة جدا قرينة انكسارها  $n_2$  (من اجل الاشعة المرئية ، يجب ألا يتجاوز سمك الصفيحة  $10^{-7}$  متر) . غير أن هذا المفعول يمكن ملاحظته بسهولة

في مجال الاشعة الميكروية . فعلى سبيل المثال يمكن لموجة طولها 3 سم متخامدة أن تنتشر بشدة ملحوظة لمسافة 1 سم . ويكون سهلا صنع صفيحة سماكتها 1 سم .

نورد احدى الطرق المتبعة لملاحظة عبور الامواج ذات الطول 3 سم . ييثر الهوائي المشع هذه الامواج باتجاه موشر من البرافين الذي يملك قرينة انكسار تساوي 1,5 من اجل الامواج ذات الطول المذكور ، وبالتالي تكون زاوية الانعكاس الكلي الداخلي مساوية 41,5 درجة . وهكذا تنعكس الموجة المذكورة بشكل كامل عند ورودها بزاوية مقدارها 45 درجة على وجه الموشر . نتلقى هذه الموجة بالمستقبل A (الطرف

الأيسر من الشكل (8.9). إذا ضمنا الى الموشور السابق بشكل جيد موشورا مماثلا فان الاشعة النافذة يدل عليها المستقبل B فقط (الجزء المتوسط من الشكل 8.9). إذا فصل الموشوران بمسافة لا تتجاوز 1 سم بحيث تتشكل طبقة هوائية قرينة انكسارها اصغر بشكل ملحوظ من قرينة انكسار البارافين، فان الاشعة تسجل من قبل المستقبلين A و B (الجزء الأيمن من الشكل 8.9) ويسجل المستقبل B الاشعة المنكسرة المتخلطة فقط.

إن المفاعيل المقتصرة على الامواج الكهربية فقط، توصف بالمعادلات (10-29) وذلك من اجل السعات. وليس صعبا حل هذه



شكل 8.9

المعادلات. ويحوي الحل على الأخبار الكاملة عن توزيع الشدة بين الموجتين المنعكسة والمنكسرة من اجل مختلف زوايا الورود، ومختلف اشكال الاستقطاب للموجة الواردة، وعن شكل الاستقطاب للأصل للمواج المنعكسة والمنكسرة.

4- نقوم في هذا البند باستخدام الصيغ السابقة لحساب مركبتي الحقل الكهربائي في الحالتين الخاصتين التاليتين: حالة الاستقطاب الأفقي وحالة الاستقطاب العمودي. وسنستعمل الرموز التالية:  $\vec{E}_r$  و  $\vec{E}_t$  لأشعة الحقل الكهربائي للامواج الواردة والمنعكسة والمنكسرة على الترتيب. ونرمز بـ  $\vec{n}_i$ ،  $\vec{n}_r$ ،  $\vec{n}_t$  لأشعة الواحدة وكذلك بـ  $\frac{\vec{k}_1}{k}$ ،  $\frac{\vec{k}_2}{k}$ ،  $\frac{\vec{k}_3}{k}$  وزوايا الورود والانعكاس والانكسار على الترتيب، وبـ  $\vec{N}$  لشعاع وحدة الناظم على السطح (انظر الشكل 8.10).

(أ) حالة الاستقطاب الأفقي وتعني كون الحقل الكهربائي معامدا

لمستوي الورد . عندئذ نجد من العلاقات (29-10) ، أن :

$$B_{oy} + B_{o1y} = B_{oz}$$

$$E_{oz} + E_{o1z} = E_{oz}$$

ومن العلاقات (29-11) :

$$\omega \vec{B}_{oy} = \vec{k} \wedge \vec{E}_{oz} , \quad \omega \vec{B}_{o1y} = \vec{k}_1 \wedge \vec{E}_{o1z}$$

$$\omega \vec{B}_{oz} = \vec{k}_2 \wedge \vec{E}_{oz}$$

وبالتالي :

$$\frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \vec{E}_{oz} + \frac{\vec{k}_1}{\omega} \wedge \vec{E}_{o1z} = \frac{\vec{k}_2}{\omega} \wedge \vec{E}_{oz}$$

بادخال الرموز المفروضة وملاحظة أن  $\frac{\vec{k}}{\omega} = \frac{\sqrt{\epsilon}}{c} \vec{n}$  ، نجد :

$$\sqrt{\epsilon_1} [\vec{n}_i \wedge \vec{E}_{oi} + \vec{n}_r \wedge \vec{E}_{or}] = \sqrt{\epsilon_2} \vec{n}_t \wedge \vec{E}_{ot} \quad (29-16)$$

لادخال الزوايا التي يصنعها الشعاع الوارد والمنعكس والمنكسر مع الناطم على السطح ، نضرب العلاقة (16) شعاعيا ب  $\vec{N}$  ، فنجد :

$$\sqrt{\epsilon_1} [\vec{N} \wedge (\vec{n}_i \wedge \vec{E}_{oi}) + \vec{N} \wedge (\vec{n}_r \wedge \vec{E}_{or})] = \sqrt{\epsilon_2} [\vec{N} \wedge (\vec{n}_t \wedge \vec{E}_{ot})]$$

$$\sqrt{\epsilon_1} [\vec{n}_i \cdot (\vec{N} \cdot \vec{E}_{oi}) - \vec{E}_{oi} \cdot (\vec{N} \cdot \vec{n}_i) + \vec{n}_r \cdot (\vec{N} \cdot \vec{E}_{or}) - \vec{E}_{or} \cdot (\vec{N} \cdot \vec{n}_r)] =$$

$$= \sqrt{\epsilon_2} [\vec{n}_t \cdot (\vec{E}_{ot} \cdot \vec{N}) - \vec{E}_{ot} \cdot (\vec{n}_t \cdot \vec{N})] \quad (29-17)$$

وبملاحظة أن شعاع الحقل عمودي على مستوي الورد ، يكون :

$$(\vec{n}_i \cdot \vec{E}_{oi}) = (\vec{N} \cdot \vec{E}_{oi}) = 0 , \quad (\vec{N} \cdot \vec{E}_{ot}) = (\vec{N} \cdot \vec{E}_{or}) = 0$$

$$(\vec{n}_i \cdot \vec{N}) = -\cos i , \quad (\vec{n}_t \cdot \vec{N}) = -\cos \tau , \quad (\vec{n}_r \cdot \vec{N}) = \cos r$$

نعوض في (17) فنجد :

$$\sqrt{\epsilon_1} [E_{oi} \cos i - E_{or} \cos r] = \sqrt{\epsilon_2} E_{ot} \cos \tau \quad (29-18)$$

وبما أن اشعة الحقل الكهربائي للامواج الثلاث موازية لسطح الفصل تكون العلاقة التالية صحيحة :

$$E_{ot} = E_{oi} + E_{or}$$



بالتعويض في (18)، نجد :

$$\sqrt{\epsilon_1} E_{oi} \cos i - \sqrt{\epsilon_1} E_{or} \cos r = \sqrt{\epsilon_2} (E_{oi} \cos \tau + E_{or} \cos \tau)$$

وبملاحظة أن  $i=r$ ، نحصل على :

$$E_{or} = E_o \frac{\sqrt{\epsilon_1} \cos i - \sqrt{\epsilon_2} \cos \tau}{\sqrt{\epsilon_1} \cos i + \sqrt{\epsilon_2} \cos \tau}$$

وكذلك

$$\frac{\sin i}{\sin \tau} = \frac{\sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1}} = \frac{n_2}{n_1}$$

نجد :

$$E_{or} = E_{oi} \frac{\cos i \sin \tau - \sin i \cos \tau}{\cos i \sin \tau + \sin i \cos \tau}$$

$$E_{or} = -E_{oi} \frac{\sin(i - \tau)}{\sin(i + \tau)} \quad (29-19)$$

ويمكن بسهولة استخراج علاقة مشابهة من أجل سعة الموجة

المنكسرة :

$$E_{ot} = E_{oi} \frac{2 \sin \tau \cos i}{\sin(i + \tau)} \quad (29-20)$$

ب) تعطى العلاقات الرابطة بين سعات الأمواج في حالة الاستقطاب العمودي أي كون شعاع الحقل واقعا في مستوي الورود ، بالشكل :

$$E_{or} = E_{oi} \frac{\tan(i - \tau)}{\tan(i + \tau)} \quad (29-21)$$

$$E_{ot} = E_{oi} \frac{2 \sin \tau \cdot \cos i}{\sin(i + \tau) \cos(i - \tau)} \quad (29-22)$$

وتدعى العلاقات الأربع الاخيرة "بصيغ فرنل" . والمعاملات الرابطة بين السعات "بمعاملات فرنل" .

تبسط صيغ فرنل في حالة زوايا الورود الصغيرة ، أي عندما يكون

ممكنا استخدام المساويات التقريبية التالية :

$$\cos i \approx 1, \quad \sin i \approx \tan i \approx i, \quad \sin \tau = \tan \tau \approx \tau$$

عندئذ نجد في حالة الاستقطاب الأفقي :

$$E_{or\theta} = -E_{oi} \frac{i-\tau}{i+\tau} \approx E_{oi} \frac{\sqrt{\epsilon_1} - \sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1} + \sqrt{\epsilon_2}} \quad (29-23)$$

وفي حالة الاستقطاب العمودي :

$$E_{orv} \approx E_{oi} \frac{i-\tau}{i+\tau} = -E_{oi} \frac{\sqrt{\epsilon_1} - \sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1} + \sqrt{\epsilon_2}} \quad (29-24)$$

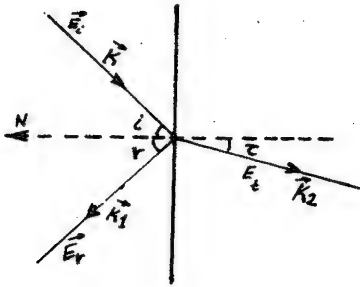
أي أن :

$$E_{or\theta} = -E_{orv} \quad (29-25)$$

ونحصل بشكل مشابه من (20) و (22) على :

$$E_{ot\theta} \approx E_{otv}$$

ويتضح ذلك من الفكرة الفيزيائية التالية : عندما يكون الورود قريبا من الناطمي ، فإن الفرق بين الاستقطابين العمودي والافقي يمكن اهماليه . ويرتبط وجود الاشارة السالبة في العبارة (25) بتطابق الاتجاه الموجب لـ  $E_{orv}$  مع الاتجاه السالب لـ  $E_{oi}$  في حالة الورود الناطمي .



إن معيار توزع الشدة بين الموجتين المنعكسة والمنكسرة يعتبر ثابت الانعكاس  $R$  الذي يساوي بالتعريف النسبة بين شدة الموجة الواردة  $\bar{I}$  والمنعكسة  $\bar{I}_1$  :

$$R = \frac{\bar{I}}{\bar{I}_1} = \frac{E_o^2}{E_{o1}^2} \quad (29-26)$$

شكل 8.10

تجدر الاشارة هنا ، انطلاقا من

المفاعيل الاستقطابية ، الى الحقيقة التالية :

إذا كانت زاوية الورود تساوي  $\arctg \frac{n_2}{n_1}$  وكان الشعاع الوارد مستقطبا في مستوي الورود ، فإن الشعاع المنعكس يختفي (ينعدم) تماما وتدعى هذه الخاصة بقانون بروستر ، والزاوية

$$\alpha_B = \arctg \frac{n_2}{n_1}$$

"زاوية بروستر" . إذا كان الشعاع الوارد وفق زاوية بروستر  $\alpha_B$  مستقطبا في سطح حد الفصل ، فإن الشعاع المنعكس يكون مستقطبا في نفس المستوي ومعامدا للشعاع للينكسر .

ينتج من خواص زاوية بروستر أن الشعاع الغير مستقطب والوارد

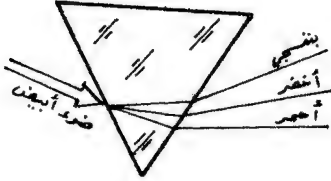
على سطح الفصل وفق زاوية بروستر يتولد عنه شعاع مستقطب بشكل كامل . وتستخدم بكثرة الصفائح الشفافة التي توضع وفق زاوية بروستر في طريق الأشعة المتولدة في الحجم الفعال للآلات . ويشع الآلات الحاوي على مثل هذه الصفائح ضوءاً مستقطباً .

نشير في نهاية هذا البند إلى أن الأمواج الكهرومغناطيسية ، وخاصة الأمواج منخفضة التواتر ، تنعكس بشكل جيد عن سطح المعادن . وهذه الخاصة ناتجة عن القيمة الكبيرة للجزء الخيالي لقرينة انكسار المعدن في مجال التواترات المنخفضة . وفي الواقع تتخادم الموجة عندما تنفذ في المعدن لمسافة من رتبة طولها ، غير أن هذه المسافة غير كافية لتتمكن الموجة خلالها من إعطاء جزء معتبر من طاقتها للالكترونات الحرة ، وبالتالي تنعكس بشكل كامل تقريباً . ان العلاقات (10-29) التي حصلنا عليها سابقاً تصح من أجل حدود الفصل بين المعادن ، وذلك إذا اعتبرت قرائن الانكسار لهذه المعادن عقدية . ان الحسابات الموافقة غير معقدة لكنها طويلة . ونذكر هنا بعض القيم العددية لـ  $R$  والمقاسة من أجل الشعاع الأصفر الذي يبثه الصوديوم وذلك في حالة الورود النازمي على سطح المعدن : تأخذ  $R$  في هذه الحالة القيم 0,95 ، 0,85 ، 0,74 من أجل الفضة والذهب والنحاس على الترتيب .

5- تستعمل الأمواج الكهرومغناطيسية المنعكسة والمنكسرة في مجالات متعددة . فعلى سبيل المثال يمكن اكتشاف وتحديد مواقع الأجسام في الفضاء ، وذلك بواسطة الانعكاس (وكذلك تشتت) الأمواج الراديوية وتحل مشاكل الملاحة الجوية والبحرية والفضائية بمساعدة البث والاستقبال الراديوي ، حيث تجري مراقبة سطح الأرض بواسطة الأجهزة الطائرة (أقمار صناعية ، طائرات .. الخ) ، وتعمل أجهزة الإنذار على أخطارنا بوجود عوائق . ويحدث أيضاً اكتشاف الطائرات ومختلف الأجسام الطائرة ، بالإضافة إلى تقدير الارتفاعات .. الخ . ولا يوجد أي معنى للتعامل مع الأمواج الكهرومغناطيسية في موجهات الأمواج والمرنانات ( *Resonator* ) بدون الانعكاس الجيد للأمواج على المعادن . ففي هذه الجمل نحصل على الأمواج المستقرة والأمواج المنتشرة في اتجاهات محددة بدقة بفضل انعكاس الأمواج على سطح المعادن ، التي تحول

دون انتشار الامواج في الاتجاهات الغير مطلوبة .

ان انعكاس وانكسار الضوء مستعمل بكثرة في مختلف الجمل  
والاجهزة البصرية . ويسمح انكسار الضوء باجراء فصل مكاني للأمواج  
الضوئية مختلفة التواتر . ويتم ذلك بمساعدة المواشير الطيفية (الشكل  
8.11) . ويرتبط مفعول تجميع الاشعة



أو تفريقها بواسطة العدسات المختلفة  
بظاهرة الانكسار . وتستعمل المرايا  
المختلفة لعكس الضوء وتوجيهه فبي  
الاتجاهات المرغوب بها . وتحافظ عليه

ضمن الحجم المعطى (المرنانات الضوئية) .

شكل 8.11

ويقوم على اساس الانعكاسات المتعددة في العوازل صنع المرشحات  
الضوئية ، التي تتألف من صفائح متعددة الطبقات الرقيقة . فاذا تم  
الاختيار المناسب لسماكة وقرينة انكسار كل طبقة حصلنا على المرشح  
الضوئي الذي يعكس بشكل تام التواترات المرغوب بها ، ويمرر بقية  
التواترات . ويشابه هذا النوع من المرشحات المرشحات الكهربائية  
المستخدمة في عزل الاشارات والمعروفة منذ زمن بعيد .

### 30 - علم الضوء اللاخطي .

1- نقبل لدراسة مفاعيل علم الضوء اللاخطي ، بفرضين مبسطين . أولاً:  
سوف نعتبر أن قوانين الفيزياء الكلاسيكية (اللاكوانتية) قوانين صحيحة  
صحيحة ، ثانياً : سوف نعتبر أن الحقول الموجية الكهربائية  $E$  بالرغم  
من انها يمكن ان تكون من مرتبة الحقل المميز  $E_a$  في الوسط (انظر  
الفقرة 27) ، سوف نعتبرها اصغر منه بشكل ملحوظ ، أي :

$$E < E_a \quad (30-1)$$

نشير بدون برهان الى أن الفرض الأول صحيح كمياً من اجل أغلب  
المفاعيل اللاخطية الاساسية . ويبرر قبولنا للفرض الثاني بأنه يبسط  
بشكل جذري الدراسة من ناحية ، ولأنه يحقق في اغلب الحالات الواقعية  
حتى من اجل المنابع اللازمة الكبيرة الاستطاعة .

ينتج عن الفرض الأول أننا نملك الحق في استعمال معادلات ماكسويل  
(29-3) لوصف انتشار الامواج الكهربائية في الوسط . غير أنه من

غير الممكن استعمال التبعية الخطية بين الحقلين  $\vec{D}$  و  $\vec{E}$  ، أو التبعية الخطية بين استقطابية الوسط  $\vec{P}$  والحقل  $\vec{E}$  في المعادلات المادية ، نشير الى أن التباعيتين المذكورتين متكافئتان . ولكن بحكم الفرض الثاني ، يمكن التعبير عن  $\vec{P}$  بدقة كافية بدلالة سلسلة قوى للشعاع  $\vec{E}$  تحوي عدة حدود (\*) .

ندرس حالة بسيطة . نعتبر وسطا متجانسا ومتماثلا مناحيا تخترقه موجة ضوئية احادية اللون ، تواترها  $\omega$  وعددها الموجي  $K$  ، وتنتشر في الاتجاه  $X$  ، وغير متخامدة عمليا . ونفرض ايضا أن الحقل الكهربائي للموجة مستقطب وفق المحور  $Z$  . نرمز بـ  $E$  للمركبة الوحيدة الغير معدومة للحقل :

$$E = E_0 \cos(\omega t - KX) \quad (30-2)$$

تمثل في هذه الحالة الاستقطابية  $P(E)$  بسلسلة قوى من الشكل :

$$P = \sum_0 \chi E + \chi E^2 + \theta E^3 + \dots \quad (30-3)$$

حيث  $\chi$  ،  $\theta$  ... ثوابت جديدة تصف الخواص الكهربائية اللاخطية للوسط . ومن البديهي أن تأخذ هذه الثوابت قيما مختلفة من اجل التواترات المختلفة .

نلفت الانتباه الى أننا لم نتخذ الشكل العقدي للحقل الموجي في (30-2) . إن ذلك ضروري ، لأن استعمال الصيغ العقدية في الحالة اللاخطية غير ممكن .

إن المفاعيل الممثلة في الحد الثاني من (30-3) تدعى المفاعيل التربيعية بالنسبة للحقل ، والمفاعيل الممثلة بالحد الثالث تدعى "المفاعيل التكعيبية" بالنسبة للحقل . وسوف نقتصر على دراسة هذه المفاعيل فقط .

نشير الى أن صغر الحدود اللاخطية في (30-3) ، لا يؤدي حتما الى صغر المفاعيل اللاخطية . ففي بعض الحالات الخاصة يمكن لهذه المفاعيل أن تتراكم . وسنضرب لاحقا أمثلة على ذلك .

2- ندرس المفاعيل اللاخطية التربيعية . لنبدل  $E$  بقيمتها من

(\*) تعتبر هذه السلسلة نشراتا ليلوريا للتابع  $P(E)$  الى جوار الصفر .

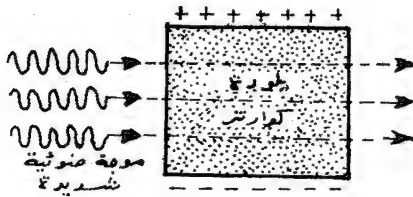
(30-2) في الحد التربيعي  $\propto E^2$  للعلاقة (30-3) ، فنحصل على مجموع حدين :

$$\begin{aligned} \propto E^2 &= \propto E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) = \frac{\propto E_0^2}{2} + \\ &+ \frac{\propto E_0^2}{2} \cos(2\omega t - 2kx) \end{aligned} \quad (30-4)$$

يعين الحد الأول الاستقطابية الثابتة للوسط :

$$P_2 = \frac{1}{2} \propto E_0^2 = \text{const}$$

ويعرض الشكل 8.12 تخطيطياً ظهور مثل هذه الاستقطابية في بلورة الكوارتز ، من اجل موجة شديدة . ويصف الحد الثاني من الطرف الأيمن للعلاقة (30-4) موجة الاستقطاب ذات التواتر  $2\omega$  . وتعتبر



الاستقطابية المهتزة بتواتر مقداره  $2\omega$  منبعاً لأشعة جديدة . وتملك هذه الاشعاعات الجديدة التواتر  $2\omega$  ، وبالتالي تدعى بالمدرج (الهارمون) الثاني لموجة الانطلاق . وهكذا يتضح أن وجود اللاخطية

شكل 8.12

التربيعية في العلاقة (30-3) تؤدي الى توليد المدرج الثاني للضوء في الوسط . فعلى سبيل المثال عندما يعبر الضوء الاحمر ذو الطول الموجي  $\lambda = 6943 \text{ Å}$  للآزر الياقوتي بلورة هيدروفسفات الغاليوم الشائبة تتولد اشعة فوق بنفسجية طول موجتها  $\lambda_2 = \frac{\lambda}{2} = 3472 \text{ Å}$  . وبدأت امكانية الحصول على المدرج الثاني منذ عام 1961 . يستعمل المفعول اللاخطي لتوليد المدرجات الثانية ( والمدرجات ذات الترددات الأعلى) للحصول على أشعة احادية اللون فوق البنفسجية شديدة الاستطاعة ، حيث لا توجد منابع لازرية .

ندرس السؤال الذي نوهنا اليه آنفاً حول شروط تراكم العمليات اللاخطية التربيعية لتوليد المدرج الثاني . نقوم من اجل ذلك بتقدير درجة توافقت اطوار الامواج ذات التواترات  $2\omega$  التي تبثها مختلف عناصر الوسط المدروس . لنكتب الحقل الكهربائي للمدرج الثاني بالشكل :

$$E_2(x, t) = E_{20} \cos(2\omega t - k_2 x) \quad (30-5)$$

حيث  $\vec{k}_2$  الشعاع الموجي للمدروج الثاني،  $E_{20} = \frac{1}{2} \propto E_0^2$  إن السرعة الطورية للموجة (30-5) تساوي :

$$v_2 = \frac{2\omega}{k_2} = \frac{c}{n(2\omega)} \quad (30-6)$$

حيث  $n(2\omega)$  قرينة انكسار الوسط من أجل الأمواج ذات التواترات  $2\omega$  . وتعطى السرعة الطورية لموجة الاستقطاب المتناسبة مع مربع الحقل :

$$P_2(x, t) = \frac{1}{2} \propto E_0^2 \cos(2\omega t - 2Kx) \quad (30-7)$$

بالعلاقة :

$$v_p = \frac{2\omega}{2k} = \frac{c}{n(\omega)} \quad (30-8)$$

حيث  $n(\omega)$  قرينة انكسار الوسط للأمواج ذات التواترات  $\omega$  . وتبين العلاقة (30-8) أن السرعة الطورية لموجة الاستقطاب  $P_2(x, t)$  تتوافق مع السرعة الطورية لموجة الانطلاق ذات التواتر  $\omega$  . ونجد بمقارنة (30-5) و (30-7) حدوث فرق في الطور على مسافة  $L$  في اتجاه انتشار الأمواج بين الموجتين  $E_2(x, t)$  و  $P_2(x, t)$  يعطى بالعلاقة :

$$\Delta \theta = (k_2 - 2k)L$$

ويمكن إعادة كتابة هذه العلاقات وفقا لـ (30-6) و (30-8) بالشكل:

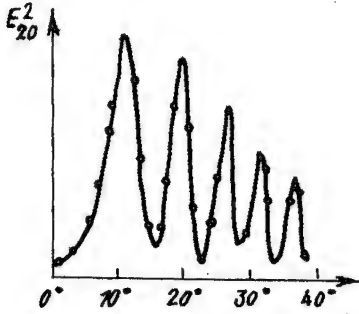
$$\Delta \theta = \frac{2\omega}{c} \{ n(2\omega) - n(\omega) \} L$$

لندخل القيمة المميزة  $L_0$  التي تحدد بالشرط  $\Delta \theta = \pi$  :

$$L_0 = \frac{\pi c}{2\omega \{ n(2\omega) - n(\omega) \}} \quad (30-9)$$

يتلخص مفهوم  $L_0$  بالتالي : من الواضح أنه من أجل المسافات  $L \leq L_0$  تكون اتجاهات الحقول الكهربائية التي تولدها مختلف عناصر الوسط بالتواتر  $2\omega$  مالكة لنفس المنحى . وبالتالي فإن جمع هذه الحقول إلى بعضها البعض يؤدي إلى زيادة شدة المدروج الثاني . وعلى العكس من أجل  $L > L_0$  يعمل التداخل على إضعاف شدة المدروج الثاني . وهكذا نرى أن  $L_0$  تملك معنى طول الترابط من أجل الأمواج

الثانوية ذات التواترات  $2\omega$  . وتكون شدة المدرج الثاني من اجل سعة محددة لموجة الانطلاق عظمى عندما تخترق طبقة مساوية لـ  $\ell_0$  . ولكن بما أن قيمة التبدد الضوئي كبيرة (الفرق الكبير بين  $n(2\omega)$  و  $n(\omega)$ ) تكون قيمة  $\ell_0$  صغيرة . فمن اجل الكوارتز مثلا ، وفي حالة الضوء الأحمر تأخذ  $\ell_0$  القيمة  $\ell_0 \approx 10^{-5} m$  . ويحد صغر  $\ell_0$  بشكل كبير من امكانية الحصول على امواج ثانوية ذات شدات عالية . يعرض الشكل 8.13 تابعة شدة المدرج الثاني لسماكة صفيحة من الكوارتز . وقد حملت على المحور  $y$  قيم  $E_{20}^2$  المتناسبة مع الشدة . وتوافق مواضع النهايات العظمى السماكات  $\ell_0(2m+1)$  حيث  $m$  عدد صحيح . ورتبت على المحور  $x$  قيم الزوايا التي تصنعها الصفيحة مع الشعاع الوارد .



شكل 8.13

وهكذا تتغير سماكة الطبقة التي يجتاها الضوء بتغير قيمة هذه الزاوية .

يصبح الطول  $\ell_0$  غير محدود ، وفقا للعلاقة (30-9) ، اذا تحققت

المساواة :

$$n(2\omega) = n(\omega) \quad (30-10)$$

وينتج من (30-6) و (30-8) أن تحقق الشرط (30-10) يعني أن :

$$v_2 = v_p \quad (30-11)$$

وتدعى هذه المساواة بشرط التوافق الطوري أو باختصار "شرط التزامن" . وعند تحقق (30-11) سوف يتراكم مفعول ولادة المدرج الثاني بشكل غير محدود ، بحيث يمكن توليده بشكل شديد حتى من اجل لاختطية ضعيفة . وهذا يعطي امكانية الحصول على مدرجات ثانية حتى من اجل شدات غير كبيرة للأمواج الواردة . ويتم عادة تقدير قيم الثابت من العلاقة (30-3) بواسطة لازرات الهليوم ضعيفة الاستطاعة .

تكهن العلماء في بداية الستينات من القرن الحالي ، وأكدوا

ذلك تجريبيا الفكرة التالية : وهي تحقيق التزامن الطوري في البلورات المختلفة المناحي ضوئيا ، والتي تملك قيما انكسار



تختلف قيمها بشدة من اجل الاشعة المختلفة الاستقطاب . ففي بلورة كهذه ، يمكن موازنة تغير قرينة الانكسار من اجل التواتر المضاعف باختيار شروط مناسبة ، بحيث تكون موجة الانطلاق عادية ، بينما يكون المدروج الثاني شاذاً (لاعادياً) (أو على العكس ، وذلك وفقاً لاشارة مفعول الانكسار المضاعف) (\*). ويكون في مجال شفافية البلورة من اجل أي استقطاب معين  $n(\omega) > n(2\omega)$  . وبالتالي يحدث التزامن الموجي في حالة البلورات احادية المحور السالبة ضوئياً (انظر الفقرة 28) من اجل الامواج الواردة العادية ، وذلك فيما اذا كان حدوثه ممكناً ، وفي البلورات الموجبة من اجل الامواج الواردة اللاعادية وبالتالي يحقق شرط التزامن في حالة البلورة السالبة المساواة :

$$n(\alpha, 2\omega) = n_0(\omega)$$

ويحقق في حالة البلورة الموجبة مساواة أخرى :

$$n_0(2\omega) = n(\alpha, \omega)$$

اذا كان مفعول الانكسار المضاعف كبيراً بشكل كاف فان تنفيذ هذه الشروط يمكن تحقيقه ، باختيار الزاوية  $\alpha$  بين المحور الضوئي للبلورة واتجاه انتشار الموجة الواردة . فعلى سبيل المثال يمكن تحقيق الشرط الأول في بلورة سالبة من ديهدروفسفات الغاليوم (يرمز لهذه البلورة في المراجع بـ  $KDP$ ) . وتحقيق الشرط الثاني في بلورة موجبة من الكوارتز .

نشير الى أن الطول الحقيقي للترابط يحدد بدرجة الانحراف عن التوازي للاشعة الواردة ، ذلك لأن شرط التزامن يخرق من اجل تغيرات صغيرة للزاوية  $\alpha$  ، مما يؤدي الى انكماش (صغر) قيمة  $l_0$  بشكل حاد . وبالتالي لايمكن ملاحظة ولادة المدروج الثاني الا في حالة المنابع اللازمة للضوء .

3- ندرس الآن المفاعيل اللاخطية التكميلية . إن هذه المفاعيل ترتبط بالحد الثالث من العلاقة (20-3) . لنعوض عن  $E$  من (20-3) في الحد الثالث لـ (30-3) ، فنحصل بعد اجراء بعض العمليات المثلثية على العلاقة :

(\*) أن نشر  $P(E)$  على شكل سلسلة بالنسبة لـ  $E$  في الاوساط مختلفة المناحي لايمكّن الشكل البسيط الوارد في (30-3) . غير أن صيغة شرط التزامن تحتفظ بصحتها .

$$\begin{aligned}
 P_3(x,t) &= \theta E^3(x,t) = \theta E_0^3 \cos^3(\omega t - kx) = \\
 &= \frac{3}{4} \theta E_0^3 \cos(\omega t - kx) + \\
 &\quad + \frac{1}{4} \theta E_0^3 \cos(3\omega t - 3kx) \quad (30-12)
 \end{aligned}$$

ويتضح من هذه العلاقة أن الحد الثاني من الطرف الأيمن متناسب مع  $\cos(3\omega t - 3kx)$ ، أي أنه يقود إلى توليد المدروج الثالث لموجة الانطلاق، أو يولد موجة بتواتر ثلاثي. وقد لوحظت مثل هذه المدروجات منذ عام 1962. وتمكن العلماء في الوقت الحاضر من الحصول على مدروجات أعلى. وتستخدم هذه المدروجات العاليتي في صناعة اللازرات للمجال فوق البنفسجي.

ندرس بشكل مفصل الحد الأول من الطرف الأيمن للعلاقة (30-12) المتناسب مع  $\cos(\omega t - kx)$ . إن هذا الحد يصف الاستقطاب اللاخطي للوسط، ويملك نفس تواتر الاستقطابية الخطية  $\epsilon_0 \chi E$ . بالتالي تكون الاستقطابية الكلية ذات التواتر البدئي  $\omega$  مساوية :

$$\bar{P}(x,t) = \left( \chi + \frac{3}{4} \frac{\theta}{\epsilon_0} E_0^2 \right) E_0 \cos(\omega t - kx) \quad (30-13)$$

وينتج من هنا أن :

اللاخطية التكعيبية تغير السماحية المعزالية للوسط. حيث تظهر في عبارة السماحية اضافة لاخطية تتعلق بشدة الموجة الواردة (نذكر أن الشدة تتناسب مع  $E_0^2$ ).

لنرمز للسماحية الكلية المعزالية بـ  $\chi_{tot}$ . عندئذ يعبر عما قيل بالعلاقة :

$$\chi_{tot} = \chi + \frac{3}{4} \frac{\theta}{\epsilon_0} E_0^2 \quad (30-14)$$

ويمكن في حالة الامواج الغير شديدة ان تحقق الشرط  $\frac{\theta}{\epsilon_0} E_0^2 \ll 1$ ، ان نعبر عن قرينة الانكسار الكلية للوسط بدقة

جيدة بالشكل :

$$\begin{aligned}
 n_{tot} &= \sqrt{1 + \chi_{tot}} = \sqrt{1 + \chi + \frac{3}{4} \frac{\theta}{\epsilon_0} E_0^2} = \\
 &= \sqrt{1 + \chi} \left( 1 + \frac{\frac{3}{4} \frac{\theta}{\epsilon_0} E_0^2}{1 + \chi} \right)^{1/2} \approx n + \frac{3 \theta E_0^2}{8 \epsilon_0 n}
 \end{aligned}$$

حيث  $n = \sqrt{1 + \gamma}$  . ويلاحظ أن المفعول اللاخطي التكعيبي ، يؤدي إلى تابعة قرينة الانكسار لشدة موجة الضوء الوارد . ونشير إلى أن قيمة الثابت  $\theta$  وإشارته تكونان تابعتين للوسط وتختلفان باختلافه ، وينفذ في هذه الحالة شرط التزامن بشكل آلي (أوتوماتيكي) (لا يوجد تواترات مختلفة) . وهكذا تتراكم دائما المفاعيل المرتبطة بتابعة قرينة انكسار الوسط لشدة الموجة الواردة . نشير إلى أن إمكانية تغير قرينة انكسار الوسط بتغير شدة الشعاع الوارد ، تستعمل في تحقيق شروط التزامن الطوري من أجل المدروج الثاني .

ومن المفاعيل الممتعة والهامة المشروطة باللاخطية التكعيبية يعتبر التركيز الذاتي واللاتركز الذاتي للأشعة الضوئية الضيقة ذات الاستطاعة العالية . تكون كثافة تيار الطاقة في المقطع العرضي للشعاع عظمى في الوسط وتتناقص نحو الأطراف . ونذكر هنا بالمناسبة أن القيمة المطلقة للزيادة اللاخطية إلى معامل قرينة الانكسار تنمو أثناء الانتقال من طرفي الشعاع نحو مركزه ، وهذا يعني أن الشعاع يقوم بتحويل الوسط في العدسة بنفسه . فمن أجل  $\theta < 0$  يصبح الوسط كعدسة مجمعة ، ذلك لأن الأشعة تتقارب . ويدعى هذا المفعول بالتركيز الذاتي . وإذا كانت  $\theta > 0$  يحدث العكس ويصبح الوسط كعدسة مفرقة ، وتتباعد الأشعة ، وبالتالي يدعى بالتركيز الذاتي . إذا بدأنا بشدة معتدلة ، فإن التركيز الذاتي يعمل على موازنة التفرق الانعراجي للأشعة . وبزيادة الشدة يبدأ بالظهور بشكل تدريجي سهم دقيق وساطع حيث يؤدي التركيز الذاتي إلى زيادة شدة الأشعة والتي تؤدي بدورها إلى زيادة التأثير التركيزي للوسط . ويمكن بالنتيجة الحصول على كثافة لتيار الطاقة ضمن السهم تفوق بعدة مراتب كثافة تيار الطاقة في موجة الانطلاق .

4- نقارن في الختام بين الخواص اللاخطية الضوئية والصوتية . يحدث في الحالتين انحناء للموجة بالمدرجات العليا . غير أن التبدد في الأمواج الصوتية قليل ، وبالتالي فإن شرط التزامن الطوري في علم الصوت اللاخطي يتحقق دائما بشكل جيد . وهكذا فإن الموجة الصوتية الشديدة أثناء انتشارها ، يستمر اغناؤها بالمدرجات العليا (مفعول التراكم) . ويؤدي هذا الاغناء في حالة شدات كافية إلى

موجة الصدم . وتكون مساهمة المدروجات العليا في موجة الصدم  
عظيمة . ويكون التبدد في الامواج الضوئية ، خلافا لما يحدث في علم  
الصوت ، شديدا . وبالتالي يحدث في الضوء خرقا لشرط التزامن الذي  
يرافق نشوء المدروجات العليا ، مما يؤدي الى عدم تشكل موجة صدم  
ضوئية .

## مسائل وتطبيقات

1 - ينتشر ضوء في وسط متجانس قرينة انكساره  $n$  . عبر —  
شدة الضوء بدلالة السعة  $A$  للشعاع الضوئي .

— نقتر على دراسة موجة ضوئية منتشرة باتجاه المحور  $OX$  :

$$E = E_0 \cos(\omega t - Kx)$$

$$H = H_0 \cos(\omega t - Kx)$$

ان طويلة شعاع باونتنغ تعطى بالعلاقة :

$$|\vec{\Pi}| = E_0 H_0 \cos^2(\omega t - Kx) = E_0 H_0 \frac{1 + \cos[2(\omega t - Kx)]}{2}$$

وينتج عن معادلات ماكسويل للموجة المستوية ، أن

$$\sqrt{\epsilon \epsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu \mu_0} H_0$$

وبما أن  $\mu = 1$  للمواد الشفافة ، فان :

$$H_0 = \sqrt{\epsilon} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0$$

بما أن قرينة الانكسار المطلقة للمادة  $n = \frac{c}{v}$  حيث أن  $v$  ،  
السرعتان الطوريتان للموجة الضوئية في الخلاء والمادة على  
الترتيب ، نستطيع أن نكتب استنادا الى العلاقة  $\frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon \mu}$  :

$$n = \sqrt{\epsilon \mu} \approx \sqrt{\epsilon}$$

عندئذ :

$$|\vec{\Pi}| = n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} A^2 \frac{1 + \cos[2(\omega t - Kx)]}{2}$$

حيث أدخلنا هنا الرمز الشائع  $E_0 = A$  .

تعرف الشدة بالعلاقة :

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T |\vec{\Pi}| \cdot dt = v \int_0^{\frac{1}{v}} |\vec{\Pi}| \cdot dt$$

حيث  $T$  الدور ،  $v$  التواتر العددي . بالتبديل نجد :

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} A^2 v \int_0^{\frac{1}{v}} [1 + \cos 2(\omega t - Kx)] \cdot dt = \\ &= \frac{1}{2} n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} A^2 v \left[ \frac{1}{v} + \frac{1}{2\omega} \sin 2\left(\frac{\omega}{v} - Kx\right) + \frac{\sin 2Kx}{2\omega} \right] = \end{aligned}$$

$$I = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} A^2 \left[ 1 + \frac{1}{4\pi} \sin 2Kx - \frac{1}{4\pi} \sin 2Kx \right] = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} A^2$$

وهكذا نلاحظ أن شدة الضوء متناسبة مع قرينة انكسار الوسط ، ومع مربع سعة الموجة الضوئية  $I \sim n A^2$  .

2 - اعط العبارة العامة لشعاع كثافة التيار كتابع لناقلية الوسط  $\sigma$  وثابت معزاليته الكهربائية  $\epsilon$  والتواتر  $\omega$  . احسب الاستطاعة المتبددة بوحدة الحجم من اجل وسط ناقلية  $\sigma = 0$  وثابت عزله يملك صياغة عقدية  $\epsilon = \epsilon_1 - i\epsilon_2$  .

— تكتب عبارة الكثافة للتيار الكلي بالشكل :

$$\vec{j}_{tot} = \sigma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{j}_{tot} = \vec{j}_\sigma + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \sigma \vec{E} + i\epsilon \omega \vec{E} = (\sigma + i\omega\epsilon) \vec{E}$$

نلاحظ أن  $\vec{j}_{tot}$  يملك عبارة عقدية في الحالة العامة ، فإذا كانت  $\epsilon$  حقيقية ، مثلت المركبة الحقيقية لـ  $\vec{j}_{tot}$  الطاقة الضائعة والمركبة الخيالية الطاقة الردية . من شروط المسألة يكون  $\epsilon = \epsilon_1 - i\epsilon_2$  أي أنه مقدار عقدي ، وكذلك  $\sigma = 0$  ، وبالتالي تكون  $\vec{j}_{tot}$  :

$$\vec{j}_{tot} = i\omega\epsilon_1 \vec{E} + \omega\epsilon_2 \vec{E}$$

ومعروف من الالكترونيات أن الطاقة الضائعة هي الطاقة المرتبطة بالمركبة التي تكون على اتفاق في الطور مع  $\vec{E}$  ، أي المركبة  $\vec{j} = \omega\epsilon_2 \vec{E}$

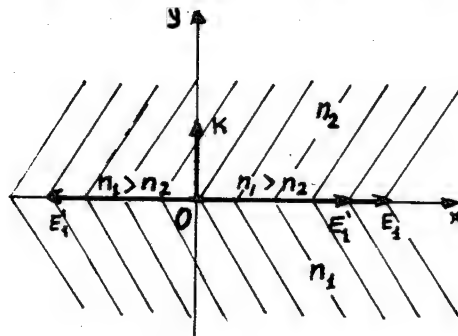
ومنه تكون الطاقة الضائعة :

$$W = \vec{j} \cdot \vec{E} = \omega\epsilon_2 E^2$$

3 - ترد موجة ضوئية ناظمية على السطح الفاصل بين وسطين عازلين متجانسين وشفافين ، قرينتا انكسارهما  $n_1$  و  $n_2$  . بين أن طوري الموجة الواردة والمنكسرة يبقيان دائما متفقين ، بينما يتغير طور الموجة المنعكسة بصورة قفزية بمقدار  $\pi$  ، إذا تم الانعكاس على الوسط الأشد كسرا للضوء (الأكثر كثافة) .

— نستعمل شرط الاستمرارية للمركبة المماسية للشعاع  $\vec{E}$  على حد الفصل للعازلين ، وقانون انحفاظ الطاقة .

نختار المحور  $Ox$  على طول حد الفصل باتجاه الشعاع  $\vec{E}_1$  للموجة الواردة ، ونرمز بـ  $E_1'$  لشعاع الموجة المنعكسة ، و  $E_2$  للموجة المنكسرة (العابرة) (الشكل 3.1) . بما أن شدة الحقل الكهربائي في الوسط الاول ، وفقاً لمبدأ التركيب ، تساوي  $E_1 + E_1'$  ، ينتج عن



شكل 3.1

تطبيق شرط الاستمرارية للمركبة المماسية أن :

$$E_{1x} + E_{1x}' = E_{2x} \quad (1)$$

من قانون انحفاظ الطاقة ، والأخذ بعين الاعتبار المسألة 1 نحصل

على :

$$n_1 E_{1x}^2 = n_1 E_{1x}'^2 + n_2 E_{2x}^2$$

أو

$$n_1 (E_{1x} + E_{1x}') (E_{1x} - E_{1x}') = n_2 E_{2x}^2 \quad (2)$$

وتكافئ العلاقات (1) و (2) ، جملة معادلتين خطيتين :

$$E_{1x} + E_{1x}' = E_{2x} \quad (3)$$

$$E_{1x} - E_{1x}' = \frac{n_2}{n_1} E_{2x} \quad (4)$$

نجد من المعادلتين السابقتين ، بعد الأخذ بعين الاعتبار المساواة

$$E_{1x} = E_1 \quad \text{ان :}$$

$$E_{2x} = \frac{2 E_1}{1 + (n_2/n_1)} \quad (5)$$



$$E'_{1x} = E_1 \frac{1 - \frac{n_2}{n_1}}{1 + \frac{n_2}{n_1}} \quad (6)$$

ينتج من العبارة (6) أن  $E'_{1x} > 0$  إذا كان  $n_2 < n_1$ ، أي أن اتجاهي  $E_1$ ،  $E'_1$  متطابقان، وإذا كان  $n_2 > n_1$ ، فإن  $E'_{1x} < 0$  والشعاع  $E'_1$  يعاكس  $E_1$ . وهذا يعني أن الضوء المنعكس على وسط اشد كثافة ضوئية يغير طور اهتزازة بصورة قفزية بمقدار  $\pi$ . وينتج من العبارة (5) أن  $E_2$  يتفق بالاتجاه مع  $E_1$  من أجل أية نسبة لـ  $n_1$  و  $n_2$ ، أي أن طور الاهتزاز للموجة العابرة لا يتغير. ملاحظة: إذا كان الشعاع  $\vec{E}$  في الموجة الواردة عموديا على مستوي الورود، فإن النتيجة الحاصلة تبقى صحيحة، وكذلك الحال بالنسبة للورود المائل للضوء على حد الفصل بين الوسطين.

4 - بين بمساعدة صيغ فرنل وجود زاوية ورود  $\epsilon_B$ ، يكون من أجلها الضوء المنعكس على سطح وسط عازل مستقطبا بشكل تام، وأن  $n \tan \epsilon_B = n$ ، حيث  $n$  قرينة انكسار العازل.

— سوف نرمز بـ  $(E_1)_\perp$ ،  $(E'_1)_\perp$  و  $(E_2)_\perp$  للقيم العظمى لمركبات الشعاع  $\vec{E}$  المعامد لمستوي الورود في الامواج الواردة والمنعكسة والمنكسرة على الترتيب، وبـ  $(E_1)_\parallel$ ،  $(E'_1)_\parallel$ ،  $(E_2)_\parallel$  للقيم السابقة ولكن الموازية لمستوي الورود،  $\epsilon$  زاوية الورود،  $\epsilon'$  زاوية الانعكاس، و  $\tau$  زاوية الانكسار.

$$\epsilon + \tau = \frac{\pi}{2} \quad (1) \text{ ينتج عن صيغ فرنل إذا تحقق الشرط:}$$

$$(E_1)_\perp = (E'_1)_\perp \quad (2) \quad (E_1)_\parallel = (E'_1)_\parallel$$

العلاقيتين:

$$(E'_1)_\parallel = 0 \text{ و } (E'_1)_\perp = (E_1)_\perp |\sin(\epsilon - \tau)| \neq 0$$

يرمز لزاوية الورود التي تحقق الشرط (1) بـ  $\epsilon_B$  وتدعى زاوية بروستر، وهكذا إذا كانت  $\epsilon = \epsilon_B$ ، فإن الضوء المنعكس يكون مستقطبا بشكل تام في مستوي الورود.

$$\sin \epsilon = n \sin \tau \quad \text{نستخدم القانون}$$

ونحصل من اجل  $i = i_B$  و  $\tau = \frac{\pi}{2} - i_B$  على :

$$\frac{\sin i_B}{\sin(\pi/2 - i_B)} = \frac{\sin i_B}{\cos i_B} = \tan i_B = n$$

- 5 - يرد ضوء طبيعي بزاوية بروستر على سطح زجاجي . جد : (أ)  
معامل الانعكاس (ب) درجة استقطاب الضوء المنكسر .  
— نستعمل الرموز الواردة في المسألة 4 .  
(آ) ينتج عن صيغ فرنل أن :

$$(E_1')_{\perp} = (E_1)_{\perp} |\sin(i - \tau)| \quad , \quad (E_1')_{\parallel} = 0$$

بما أن شرط المسألة هو  $i = i_B$  ، فإن :

$$(E_1')_{\perp} = (E_1)_{\perp} |\cos 2i_B| \quad (1)$$

وبما أن المركبة الموازية للشعاع  $E'$  معدومة ، فإن الشدة للشعة المنعكسة هي  $I_1' = (I_1')_{\perp}$  . نربع العلاقة (1) ، ونأخذ بعين الاعتبار أن  $(I_1')_{\perp} = \frac{I_n}{2}$  ، فنجد :

$$I_1' = (I_1)_{\perp} \cos^2(2i_B) = \frac{1}{2} I_n \cos^2(2i_B) \quad (2)$$

يعطى معامل الانعكاس بالتعريف بالعلاقة  $R = \frac{I_1'}{I_n}$  . ينتج عن العبارة (2) أن :

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{2} \cos^2(2i_B) = \frac{1}{2} (2 \cos^2 i_B - 1)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{2}{1 + \tan^2 i_B} - 1 \right)^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{2}{1 + n^2} - 1 \right)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{1 - n^2}{1 + n^2} \right)^2 \end{aligned}$$

(ب) تعطى درجة استقطاب الضوء المنكسر ، تعريفًا ، بالعلاقة :

$$P = \frac{I_{2\max} - I_{2\min}}{I_{2\max} + I_{2\min}} \quad (3)$$

ونحصل وفقًا لصيغ فرنل والمساواة  $i' = i_B$  على :

$$(E_2)_{\perp} = (E_1)_{\perp} 2 \cos^2 i_B = \frac{2(E_1)_{\perp}}{1 + \tan^2 i_B} = \frac{2(E_1)_{\perp}}{1 + n^2}$$

$$(E_2)_{||} = (E_1)_{||} \frac{2 \cos^2 i_B}{\sin 2 i_B} = (E_1)_{||} \frac{\cos i_B}{\sin i_B} = \frac{(E_1)_{||}}{n}$$

وبما أن  $I \sim n E^2$  نستطيع أن نكتب :

$$(I_2)_{\perp, ||} \sim n^2 (E_2)_{\perp, ||}^2, (I_1)_{||, \perp} \sim n^2 (E_1)_{||, \perp}^2$$

وبالتالي

$$(I_2)_{\perp} = \frac{4 (I_1)_{\perp} n_2}{(1+n^2)^2 n_1} ; (I_2)_{||} = \frac{(I_1)_{||} n_2}{n^2 \cdot n_1}$$

ولكن

$$(I_1)_{\perp} = (I_1)_{||} = \frac{I_n}{2} \quad , \quad n = \frac{n_2}{n_1}$$

لذلك

$$(I_2)_{\perp} = \frac{2 I_n \cdot n}{(1+n^2)^2} \quad , \quad (I_2)_{||} = \frac{I_n}{2n}$$

بمقارنة الصيغ الأخيرة نجد :

$$(I_2)_{\perp} = \frac{4 n^2}{(1+n^2)^2} \cdot \frac{I_n}{2n} = \frac{4 n^2}{(1+n^2)^2} (I_2)_{||} < (I_2)_{||}$$

بهذا الشكل نستخلص أن

$$(I_2)_{\max} = (I_2)_{||} \quad (4)$$

$$(I_2)_{\min} = (I_2)_{\perp} \quad (5)$$

نعوض العبارتين (4) و (5) في (3) فنجد أن درجة الاستقطاب

للضوء المنكسر :

$$\begin{aligned} P &= \frac{(I_2)_{||} - (I_2)_{\perp}}{(I_2)_{||} + (I_2)_{\perp}} = \frac{(2n)^{-1} - 2n(1+n^2)^{-2}}{(2n)^{-1} + 2n(1+n^2)^{-2}} = \\ &= \frac{(1+n^2)^2 - 4n^2}{(1+n^2)^2 + 4n^2} \end{aligned}$$

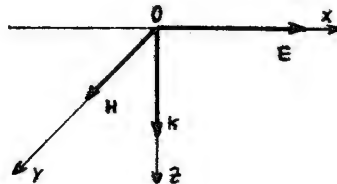
6 - ترد موجة كهروطيسية مستوية بشكل ناظمي على سطح مستو لمعدن (الشكل 6.1) . جد شدة الحقل الكهربائي على سطح المعدن ، واحسب سمك الطبقة القشرية ، أي عمق الطبقة التي تتناقص (تتخامد) فيها قيمة الحقل بـ  $e$  مرة (  $e = 2,73$  ) . بفرض أن ناقلية المعدن  $\sigma = 10^7 \text{ (}\Omega \cdot \text{m)}^{-1}$  ، وتواتر الموجة الكهروطيسية  $\omega = 10^7 \text{ rad/sec}$  ،  $\mu = 1$  .

- نختار احداثيي جملة المقارنة  $Ox$  ،  $Oy$  باتجاه  $\vec{E}$  ،  $\vec{H}$  (الشكل 6.1) . ويكون وفقا لشروط المسألة  $E_x \neq 0$  ،  $E_y = E_z = 0$  ،  $H_x = H_z = 0$  ،  $H_y \neq 0$  . نكتب معادلات ماكسويل :

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2)$$

نسقط المعادلتين (1) و (2) على محوري الاحداثيات ، آخذين بعين



شكل 6.1

الاعتبار أن  $\vec{E} = \vec{E}_x \hat{x}$  . فنحصل على :

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (3)$$

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma E_x + \epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (4)$$

بما أن كثافة تيار الازاحة في الناقل (من اجل التواترات المنخفضة) صغيرة بالمقارنة مع كثافة تيار الناقلية فانه بالامكان اهمال الحد  $\epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$  في المعادلة (4) . ينتج عندئذ من المعادلتين (3)، (4) ،

العلاقتين :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 H_y}{\partial z \partial t} \quad (5)$$

$$-\frac{\partial^2 H_y}{\partial z \partial t} = \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (6)$$

نحصل من المعادلتين (5) و (6) على معادلة تصف الحقل الكهرومغناطيسي داخل الناقل :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \mu_0 \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0 \quad (7)$$

يملك الحل للمعادلة (7) الشكل :

$$E_x = E_0(z) \cdot e^{i\omega t} \quad (8)$$

نعوض العبارة (8) في المعادلة (7) فنجد معادلة لـ  $E_0(z)$

$$\frac{\partial^2 E_0}{\partial z^2} - i\omega \epsilon \mu_0 E_0 = 0$$

وتملك هذه المعادلة الحل :

$$E_0 = A e^{Kz} + B e^{-Kz}$$

حيث أن  $A$  و  $B$  ثابتان ،  $K$  جذر المعادلة المميزة

$$K^2 - i\omega \epsilon \mu_0 = 0$$

نرمز بـ  $\omega \epsilon \mu_0 = 2P^2$  فنحصل على :

$$K = P\sqrt{2i} = P(1+i) \quad (10)$$

وهكذا يكتب حل المعادلة (9) بالاستفادة من (10) بالشكل :

$$E_0 = A e^{Pz} e^{iPz} + B e^{-Pz} e^{-iPz} \quad (11)$$

بما أن الحد الأول من المعادلة (11) ينمو بشكل لانهائي من أجل  $z \rightarrow \infty$  نفرض أن  $A$  يساوي الصفر ، لأنه في الحالة المعاكسة أي عندما ندخل في عمق الناقل ينمو  $E_0 \rightarrow \infty$  وهذا ليس له أي معنى فيزيائي .

نكتب الآن عبارة الشدة للحقل الكهربائي بالشكل :

$$E_x = E_0 e^{i\omega t} = B e^{-pz} \cdot e^{i(\omega t - pz)}$$

(12)

ويملك الجزء الحقيقي للعبارة (12) معنى فيزيائي :

$$E = e^{-pz} B \cdot \cos(\omega t - pz)$$

ومن هنا نرى أن الحقل الكهربائي للموجة يتخامد بشكل أسي ، إضافة إلى أن سرعة هذا التخامد تتميزه قيمة المضروب الأسي  $e^{-pz}$  . من أجل مسافة  $z = \frac{1}{p}$  يتناقص الحقل بمقدار  $e$  مرة . نعوض في القيم العددية فنجد أن سمك الطبقة القشرية يساوي :

$$z = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}} \approx 10^{-4} m$$

7 - جد انطلاقا من عبارات فرنل فرق الطور الحاصل بين المركبتين العمودية على مستوي الورقة (الورود) والواقعة فيه ، بنتيجة انعكاس الضوء انعكاسا كليا داخليا . بين أنه إذا كان الضوء الوارد مستقطبا خطيا ، فإنه يخرج بنتيجة الانعكاس الكلي مستقطبا اهليلجيا .  
جد  $\frac{\delta}{2} + \theta$  حيث  $\delta = \delta_h - \delta_v$  و  $\delta_p$  فرق الطور الناتج عن انعكاس المركبة الموازية لسطح الفصل ،  $\delta_v$  فرق الطور الناتج عن انعكاس المركبة الواقعة في مستوي الورود . نذكر بأن

$$\frac{a-ib}{a+ib} = e^{-i\delta} \quad \text{حيث} \quad \frac{b}{a} = \tan \theta$$

— ان شرط الانعكاس الكلي الداخلي هو أن تكون قرينة الانكسار

للسطح الأول أكبر من قرينة الانكسار

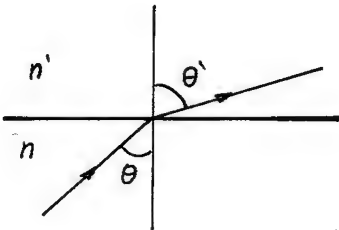
للسطح الثاني ، أي  $\frac{n}{n'} > 1$  (الشكل

7.1) . وأن تكون زاوية الورود  $\theta$

أكبر من الزاوية الحدية  $\theta_c$  .  $\theta > \theta_c$  .

نجد من العلاقة :

$$n \sin \theta = n' \sin \theta'$$



شكل 7.1

أن

$$\cos \theta' = \sqrt{1 - \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2 \theta}$$

$$\cos \theta' = i \sqrt{\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2 \theta - 1}$$

أو

حيث أن  $i = \sqrt{-1}$

في حالة المركبة المعامدة لمستوي الورود (أي الموازية لسطح الفصل)، تكون العلاقة بين المركبة المنعكسة  $E_{or}$  والمركبة الواردة  $E_{oi}$  للحقل الكهربائي من الشكل :

$$E_{or} = -E_{oi} \frac{\sin(i - \tau)}{\sin(i + \tau)}$$

نفرض أن  $i = \theta$  ،  $r = \theta'$  ،  $E_{or} = A_2$  ،  $E_{oi} = A_1$  فيكون :

$$\begin{aligned} A_{2h} &= -A_{1h} \frac{\sin(\theta - \theta')}{\sin(\theta + \theta')} = \\ &= -A_{1h} \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta' - \sin \theta' \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta' + \sin \theta' \cos \theta} = \\ &= -A_{1h} \frac{i \sin \theta \left[ \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2 \theta - 1 \right]^{\frac{1}{2}} - \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot \left(\frac{n}{n'}\right)}{i \sin \theta \left[ \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2 \theta - 1 \right]^{\frac{1}{2}} + \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot \left(\frac{n}{n'}\right)} = \\ &= A_{1h} \frac{\left(\frac{n}{n'}\right) \cos \theta - i \left[ \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2 \theta - 1 \right]^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{n}{n'}\right) \cos \theta + i \left[ \left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2 \theta - 1 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (1) \end{aligned}$$

استنادا الى العلاقات :

$$\frac{a - ib}{a + ib} = e^{-i\delta} , \quad \tan \frac{\delta}{2} = \frac{b}{a}$$

$$A_{2h} = A_{1h} e^{-i\delta_h} \quad \text{يكون :}$$

أو

$$E_{2h} = A_h e^{-i\delta_h} e^{i[\omega t - \kappa_1(\vec{n}_1 \cdot \vec{r})]}$$

حيث أن

$$\tan \frac{\delta_h}{2} = \frac{\left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2 \theta - 1\right]^{1/2}}{\frac{n}{n'} \cos \theta} \quad (2)$$

نستطيع بأسلوب مماثل أن نكتب انطلاقاً من العلاقة الرابطة بين سعة الموجة الواردة الواقعة في مستوي الورود وسعة الموجة المنعكسة والواقعة في نفس المستوي :

$$\begin{aligned} A_{2v} &= A_{1v} \frac{\tan(\theta - \theta')}{\tan(\theta + \theta')} = A_{1v} \frac{\sin 2\theta - \sin 2\theta'}{\sin 2\theta + \sin 2\theta'} = \\ &= A_{1v} \frac{2 \sin \theta \cdot \cos \theta - 2 \sin \theta' \cos \theta'}{2 \sin \theta \cdot \cos \theta + 2 \sin \theta' \cos \theta'} = \\ &= \frac{\sin \theta \cdot \cos \theta - i \left(\frac{n}{n'}\right) \sin \theta \cdot \left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2 \theta - 1\right]^{1/2}}{\sin \theta \cdot \cos \theta + i \left(\frac{n}{n'}\right) \sin \theta \cdot \left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2 \theta - 1\right]^{1/2}} \quad (3) \end{aligned}$$

$$\tan \frac{\delta_v}{2} = \frac{\frac{n}{n'} \left[\left(\frac{n}{n'}\right)^2 \sin^2 \theta - 1\right]^{1/2}}{\cos \theta} \quad (4)$$

ومنه

$$E_{2v} = A_{1v} e^{-i\delta_v} e^{i[\omega t - \kappa_1(\vec{n}_1 \cdot \vec{r})]}$$

هكذا نلاحظ أن مركبتي الحقل الكهربائي  $E$  للموجة الضوئية : المعامدة لمستوي الورود ، و  $E_{\parallel}$  الموازية له تخضعان لتغيير في الطور قدره  $\delta_h$  ،  $\delta_v$  على الترتيب . وتكون سعتا المركبتين



الواردتين مساويتين لسعتي المركبتين المنعكستين (  $A_{1v}$  و  $A_{1h}$  ) .  
لذلك اذا كان الشعاع الوارد مستقطبا استقطابا خطيا ، فان المركبتين  
الواردتين تملكان نفس الطور بينما تكون المنعكستان مختلفتين بالطور  
 $\delta$  ومتعامدتين بنفس الوقت ، وبالتالي ينتج ضوء مستقطب  
اهليجيا . ويكون :

$$\tan \frac{\delta}{2} = \tan \left( \frac{\delta_v}{2} - \frac{\delta_h}{2} \right) = \frac{\tan \left( \frac{\delta_v}{2} \right) - \tan \left( \frac{\delta_h}{2} \right)}{1 + \tan \left( \frac{\delta_v}{2} \right) \cdot \tan \left( \frac{\delta_h}{2} \right)}$$

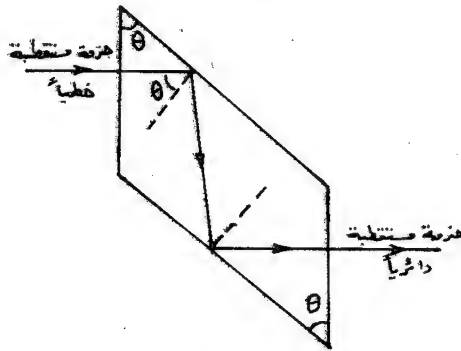
بالاصلاح نجد :

$$\tan \frac{\delta}{2} = \frac{\left[ \left( \frac{n}{n_1} \right)^2 - 1 \right] \cdot \left[ \left( \frac{n}{n_1} \right)^2 \sin^2 \theta - 1 \right]^{1/2}}{\sin^2 \theta \left[ \left( \frac{n}{n_1} \right)^2 - 1 \right] \cdot \frac{n}{n_1}}$$

ومنه

$$\tan \frac{\delta}{2} = \frac{\cos \theta \cdot \left[ \left( \frac{n}{n_1} \right)^2 \sin^2 \theta - 1 \right]}{\frac{n}{n_1} \sin^2 \theta}$$

8 - يتألف " معين فرنل " من معين زجاجي مقطعه مبين على  
الشكل 8-1 ، ويستخدم للحصول على ضوء مستقطب دائريا ، وذلك بعد



شكل 8.1

أن يُنفذ الضوء انعكاسين داخليين .

اذا ورد الضوء بحيث يصنع مستوي الاهتزاز مع مستوي  
الشكل (الورود) زاوية  $45^\circ$  ، وكانت قرينة انكسار الزجاج  $n = 1,52$

احسب زاوية الورود اللازمة للحصول على ضوء مستقطب دائريا .  
— نلاحظ من العلاقة التي حصلنا عليها في المسألة 7 أن الاستقطاب

الدائري يتم حدوثه اذا كان فرق الطور بين المركبتين البارزتين  $A_{2h}$  و  $A_{2v}$  مساويا  $90^\circ$  . أي يجب أن يحصل تغير مقداره  $\frac{\pi}{4}$  عند كل انعكاس داخلي :

$$\tan\left(\frac{90}{4}\right) = \frac{\cos \theta \left[ \left(\frac{n}{n_1}\right)^2 \sin^2 \theta - 1 \right]^{1/2}}{\frac{n}{n_1} \sin^2 \theta}$$

$$\begin{aligned} \left(\tan^2 \frac{\pi}{8}\right) \left(\frac{n}{n_1}\right)^2 \sin^4 \theta &= (1 - \sin^2 \theta) \left[ \left(\frac{n}{n_1}\right)^2 \sin^2 \theta - 1 \right] = \\ &= \left(\frac{n}{n_1}\right)^2 \sin^2 \theta - \left(\frac{n}{n_1}\right)^2 \sin^4 \theta - 1 - \sin^2 \theta \end{aligned}$$

$$\left[ \left(\tan^2 \frac{\pi}{8}\right) + 1 \right] \left(\frac{n}{n_1}\right)^2 \sin^4 \theta - \left[ 1 + \left(\frac{n}{n_1}\right)^2 \right] \sin^2 \theta + 1 = 0 \quad \text{ومنه}$$

وبحل هذه المعادلة ، نحصل على :

$$(\sin^2 \theta)_1 \approx 0,675 \Rightarrow \theta_1 = 55^\circ$$

$$(\sin^2 \theta)_2 = 0,549 \Rightarrow \theta_2 = 47^\circ$$

9 - يرد ضوء غير مستقطب على زجاج قرينة انكساره 1,52 بزاوية

ورود قدرها  $45^\circ$  . يمرر الضوء المنعكس خلال نيكول محلل . عين نسبة

الشدتين العظمى والصغرى اللتين يمررهما النيكول اثناء تدويره :

— يمكن تحليل الضوء الوارد الغير مستقطب الى مركبتين—

متساويتين بالسعة ومتعامدتين .

نفرض أن سعة الضوء الوارد تساوي  $A$  . نحله الى مركبتين :

$$A_{1h} = \frac{A_1}{\sqrt{2}} \quad , \quad A_{1v} = \frac{A_1}{\sqrt{2}}$$

تعطى سعة المركبة المنعكسة الموازية لسطح الفصل بالعلاقة :

$$A_{2h} = -A_{1h} \frac{\sin(\theta - \theta')}{\sin(\theta + \theta')}$$

نجد من العلاقة :

$$n \sin \theta = n' \sin \theta'$$

أن

$$\sin \theta' = \frac{n \sin \theta}{n'} = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{1,52} \approx 0,4652$$

$$\theta' \approx 28^\circ$$

ومنه

$$A_{2h} = - \frac{A_1}{\sqrt{2}} \frac{\sin(45-28^\circ)}{\sin(45+28^\circ)} \approx - \frac{0,305}{\sqrt{2}} A_1$$

تعطى سعة المركبة المنعكسة المعتمدة لسطح الفصل بالعلاقة :

$$A_{2v} = A_{1v} \frac{\tan(\theta - \theta')}{\tan(\theta + \theta')} = \frac{A_1}{\sqrt{2}} \frac{\tan 17^\circ}{\tan 73^\circ} \approx \frac{0,094 A_1}{\sqrt{2}}$$

ويلاحظ من العلاقات السابقة أن الشدة العظمى تحصل عندما

يمر النيكل المركبة  $A_{2h}$  . ومنه

$$\frac{I_{2g(max)}}{I_1} = \frac{(A_{2h})^2}{(A_1)^2} = \frac{(\frac{0,305}{\sqrt{2}})^2 A_1^2}{A_1^2} \approx \frac{0,093}{2} = \% 4,65$$

وتكون نسبة الشدة الصغرى :

$$\frac{I_{2v(min)}}{I_1} = \frac{(A_{2v})^2}{(A_1)^2} = \frac{(0,094)^2}{2} \approx \% 0,4$$

10 - يرد ضوء غير مستقطب على سطح زجاجي قرينة انكساره 1,5 ،

بزاوية ورود  $30^\circ$  . احسب سعتي وشدتي المركبتين  $h$  و  $v$  للضوء

المنعكس ، واحسب ايضا درجة الاستقطاب .

— نفرض أن سعة الموجة الواردة  $A_1$  ، عنئذ يكون :

$$A_{1h} = \frac{A_1}{\sqrt{2}} \quad , \quad A_{1v} = \frac{A_1}{\sqrt{2}}$$

من العلاقة :

$$A_{2h} = - A_{1h} \frac{\sin(\theta - \theta')}{\sin(\theta + \theta')}$$

وبحساب  $\theta'$  من قانون الانكسار :

$$\sin \theta' = \frac{n}{n'} \sin \theta \approx 0,333 \Rightarrow \theta' \approx 19^\circ$$

$$A_{2h} = - \frac{A_1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sin(30 - 19)^\circ}{\sin(30 + 19)^\circ} \approx -0,032 A_1$$

$$A_{2v} = \frac{A_1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\tan(30 - 19)^\circ}{\tan(30 + 19)^\circ} \approx 0,0192 A_1$$

تعطى درجة الاستقطاب بالعلاقة :

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{(A_{2h})^2 - (A_{2v})^2}{(A_{2h})^2 + (A_{2v})^2} \approx 0,382$$

11 تسقط موجة احادية اللون (  $\lambda > a$  ) حيث  $a$  البعد الخطي للذرة ) تواترها  $\omega$  على وسط عازل لا يتمتع بخواص مغناطيسية  $\mu = 1$ . يبلغ تركيز الذرات فيه  $N$  ونفرض أن كل ذرة تملك الكترونات سطحية وحيدا . وأن ثابتا المرونة والمقاومة للالكترون المرتبط  $K$  و  $\beta$  على الترتيب . نفرض ايضا أن الاستقطاب الوحيد الفعال هو الاستقطاب الالكتروني .

جد قرينة الانكسار والسرعة الطورية للموجة في هذا الوسط وجد ايضا ثابت التخماد ، والمسافة التي تنفذ بها الموجة في الوسط بحيث تتخامد ب  $e$  مرة من قيمتها الأصلية ( ثخن الطبقة القشرية ) . نرمز ب  $q$  لشحنة الالكترون ، و ب  $m$  لكتلته ،  $\epsilon_0$  الثابت الكهربائي .

— نكتب معادلة العزم الديبولي :

$$\frac{d^2 p}{dt^2} + 2\gamma \frac{dp}{dt} + \omega_0^2 p = \frac{q^2 \epsilon_0}{m} e^{-i\omega t}$$

حيث  $2\gamma = \frac{\beta}{m}$  ،  $\omega_0^2 = \frac{K}{m}$  . نفرض حلا من الشكل :

$$p(t) = \epsilon_0 \alpha(\omega) E(t)$$

ان هذا الحل يحقق المعادلة من اجل

$$\alpha(\omega) = \frac{q^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma m)}$$

ومنه

$$\chi = N \alpha(\omega) \quad , \quad \epsilon(\omega) = 1 + N \alpha(\omega)$$

$$n = \sqrt{\epsilon(\omega)} \quad \text{ويكون}$$

نكتب المعادلة الموجية في الاوساط :

$$\Delta E = \frac{\epsilon_r \mu_r}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

ونفرض حلا من الشكل

$$E = E_0 e^{-i\omega t + i'kx}$$

نجد أن :

$$k^2 = \frac{\omega^2 \epsilon_r}{c^2} = \frac{\omega^2}{v^2}$$

ومنه تكون السرعة الطورية  $v$  :

$$v = \left( \frac{c^2}{\epsilon_r} \right)^{1/2} = \frac{c}{n}$$

و ثابت التخماف  $\gamma$  :

$$\gamma = \frac{\beta}{2m}$$

لايجاد المسافة التي تنفذ بها الموجة حتى تتخامد بمقدار  $e$  مرة ، نكتب الحل الموجي بعد تبديل  $k$  ، حيث أن  $k$  عقدية في الحالة العامة :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r = \frac{\omega^2}{c^2} [1 + N \alpha(\omega)] =$$

$$= \frac{\omega^2}{c^2} \left[ 1 + \frac{N q^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega)} \right] =$$

$$= \left[ k'^2 + \gamma k'^2 \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\gamma\omega)} \right] \quad \text{حيث} \quad \gamma = \frac{N q^2}{\epsilon_0 m} \quad , \quad k'^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$k^2 = k'^2 + \gamma k'^2 \cdot \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) + 2i\gamma\omega}{|\gamma|}$$

حيث

$$Z = [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2]^{1/2}$$

ويكون

$$K^2 = K'^2 + \frac{2K'^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{Z} + \frac{2i\gamma\omega}{Z}$$

نرمز بـ

$$A = K'^2 + \frac{2K'^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{Z}, \quad B = \frac{2i\gamma\omega}{Z}$$

فيكون

$$K^2 = [A^2 + B^2]^{1/2} \cdot e^{i\alpha}$$

$$K = [A^2 + B^2]^{1/4} e^{i\frac{\alpha}{2}}$$

$$K = (A^2 + B^2)^{1/4} \cos \frac{\alpha}{2} + i(A^2 + B^2)^{1/4} \sin \frac{\alpha}{2}$$

وبالتالي:

$$E = E_0 e^{-i\omega t + i(A^2 + B^2)^{1/4} \cdot x \cos \alpha} \cdot e^{i(A^2 + B^2)^{1/4} \cdot i x \sin \frac{\alpha}{2}} \Rightarrow$$

$$E = E_0 e^{-i\omega t + i(A^2 + B^2)^{1/4} x \cos \frac{\alpha}{2}} \cdot e^{-(A^2 + B^2)^{1/4} x \sin \frac{\alpha}{2}}$$

حتى تتخامد الموجة بمقدار  $e$  مرة يجب أن يتحقق الشرط

$$e^{-1} = e^{-(A^2 + B^2)^{1/4} \cdot x \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}$$

1

ومنه

$$x = \frac{1}{(A^2 + B^2)^{1/4} \cdot \sin \frac{\alpha}{2}}$$

12 - احسب قرينة انكسار معدن النحاس اذا علمت أن ناقليته النوعية  $\nu = 5,8 \cdot 10^7 (\text{m} \cdot \text{s})^{-1}$ . ناقش قيمة  $n$  من اجل التواترات المنخفضة والمرتفعة. واولد سمك الطبقة القشرية لهذا المعدن من اجل موجة كهرومغناطيسية تواترها  $\nu = 10^{12} \text{ Hz}$ ، بفرض أن التأثير

المتبادل يتم فقط مع الالكترونات الحرة .

القيم العددية : شحنة الالكترون  $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

كتلته  $m_e = 1,9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ، تركيز الالكترونات  $n_0 = 8,5 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$

جد عبارة هذه الموجة داخل المعدن .

— من العلاقة

$$n^2(\omega) = 1 - \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0 (\omega \tau + i)}$$

حيث  $\tau = \frac{1}{2\gamma}$  زمن الارتخاء ،  $\gamma$  ثابت التخميد .

$$\sigma = \frac{q^2 \tau n_0}{m_e} \Rightarrow \tau = \frac{\sigma m}{q^2 n_0}$$

يتحقق في حالة التواترات المنخفضة الشرط  $\omega \tau \ll 1$  ،  $\frac{\omega \epsilon_0}{\sigma} \ll 1$

ومنه تأخذ عبارة  $n$  الشكل :

$$n^2(\omega) = i \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega \epsilon_0}} (1 + i)$$

ويتحقق في حالة التواترات المرتفعة الشرط

$$\omega \tau \gg 1$$

ومنه

$$n^2 \approx 1 - \frac{\sigma}{\tau \epsilon_0 \omega^2}$$

نقدر قيمة  $\omega \tau$  :

$$\omega \tau = \frac{2\pi \cdot 10^{12} \cdot 5,8 \cdot 10^7 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{(1,6)^2 \cdot 10^{-38} \cdot 8,5 \cdot 10^{28}} \approx 20 \cdot 10^{-2} = 0,2$$

ف نجد أن  $\omega \tau \ll 1$  . وبالتالي نستعمل عبارة  $n$  من اجل التواترات المنخفضة ، أي أن :

$$K^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r \Rightarrow K = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_r}$$

$$K = \frac{\omega}{c} n = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\sigma}{2\omega \epsilon_0}} (1 + i)$$

ومنه تكون عبارة الموجة داخل المعدن :

$$E = E_0 e^{-i\omega t + i k x} = E_0 e^{-i\omega t} \cdot e^{i \left[ \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon}{2\omega\epsilon_0}} (1+i) \right] x} =$$

$$= E_0 e^{-i\omega t} \cdot e^{i \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon}{2\omega\epsilon_0}} x} \cdot e^{-\frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon}{2\omega\epsilon_0}} x}$$

ويجب أن تتحقق المساواة حتى تتخامد الموجة بمقدار  $e$  مرة :

$$e^{-\frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon}{2\omega\epsilon_0}} x} = e^{-1} \Rightarrow \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon}{2\omega\epsilon_0}} x = 1$$

$$x = \frac{c}{\omega} \sqrt{\frac{2\omega\epsilon_0}{\epsilon}} \approx 6,6 \cdot 10^{-8} \text{ m}$$

13 - نعتبر وسطا يحوي في واحدة الحجم على  $n$  الكترونات (شحنه  $-e$  وكتلته  $m$ ) و  $n$  ايونا (شحنه  $+e$  وكتلته  $M$ ). بفرض أن الايونات ثقيلة وذات سرعة صغيرة بشكل يكون معه الحقل الكهربائي هو الوحيد الذي يآثر في تحديد حركتهم. إن الاذاحة للايونات والالكترونات تولد استقطاب الوسط. برهن أن ثابت الاستقطاب المعزالية للوسط يصبح أقل منه في الخلاء. اتبع الخطوات التالية :  
 (أ) عين حركة الايون الموضوع في حقل كهربائي جيبي (توافقي)  $\vec{E}$  تواتره  $\omega$ . ماهو عزم ثنائي القطب المتولد بهذه الحركة ؟  
 (ب) استنتج استقطاب الوسط الذي يعزى للايونات. حدد بنفس الطريقة الاستقطاب الناتج عن الالكترونات، وجد قيمة الاستقطابية الكلية.

ج) جد قيمة  $\epsilon = 1 + \chi$  بتابعة  $e, m, M, n$  و  $\omega$ .

د) بين أننا نستطيع أن نكتب باستخدام معادلات ماكسويل التالي :

$$\epsilon = 1 + \chi \quad \text{حيث} \quad \text{rot } \vec{B} = \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

— تتناسب قوة لابلان مع السرعة، ومع قيمة الحقل الكهربائي، وعندما تكون سرعة الدقائق المشحونة صغيرة كما هو الحال في الايونات فان القسط الأعظم من هذه القوة يكون مرتبطا بالحقل. وهكذا تكون



معادلة الحركة للايون الواقع في حقل كهربائي توافقي ، من الشكل :

$$M x'' = e E \Rightarrow x = - \frac{e E}{M \omega^2}$$

ويساوي عزم الديبول المتولد :

$$P = e x = - \frac{e^2 E}{M \omega^2}$$

( لاحظ أن اشارة الشحنة لاتدخل في تعيين قيمة العزم ، وهكذا فان

عزم الديبول يبقى نفسه من اجل الشحن السالبة والموجبة ) .

ب ( يعطى الاستقطاب المعزول للايونات بالعلاقة :

$$\vec{P}_{ion} = - \frac{n e^2}{M \omega^2} E$$

ويملك استقطاب الالكترونات نفس الشكل :

$$P_{ee} = - \frac{n e^2}{m \omega^2} E$$

ومنه فان الاستقطاب الكلي :

$$P = P_{ion} + P_{ee} = - \frac{n e^2}{m \omega^2} \left( \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \right) E$$

وبما أن  $M \gg m$  يكون :

$$P \approx P_{ee} = - \frac{n e^2}{m \omega^2} E$$

ج ( إذا رمزنا ب  $\epsilon_0$  لثابت المعزالية في الخلاء ، فان :

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 E$$

ومنه :

$$\chi = \frac{P}{E \epsilon_0} = - \frac{n e^2}{m \omega^2 \epsilon_0}$$

$$\epsilon = 1 + \chi = 1 - \frac{n e^2}{m \omega^2 \epsilon_0}$$

د ( من معادلات ماكسويل :

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} , \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

وبما أن

$$j = -ne \frac{dx}{dt} = -n \frac{e^2}{m\omega^2} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

يكون لدينا

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{B} &= \mu_0 \left( \epsilon_0 - \frac{ne^2}{m\omega^2} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \\ &= \mu_0 \epsilon_0 \left( 1 - \frac{ne^2}{m\omega^2 \epsilon_0} \right) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \\ &= \mu_0 \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

ويلاحظ أن  $\epsilon < \epsilon_0$  وهذا يعني أن ثابت المعزالية في الوسط  $\epsilon_0$  يصبح أقل منه في الخلاء  $\epsilon_0$ .

14 - يحتوي معدن على  $n$  الكترونا حرا في واحدة الحجم شحنة كل منهم  $q$ ، وكتلته  $m$ . تتحرك هذه الالكترونات في شبكة الايونات الثابتة للمعدن، بحيث يكون المعدن ككل جسمًا معتدلا كهربائيا. اكتب معادلة الحركة للالكترون عندما يسلط على الناقل حقل كهربائي  $\vec{E}$ . بفرض أن الالكترون يخضع لقوة احتكاك  $-m \frac{v}{\tau}$ ، حيث  $\vec{v}$  سرعة الالكترون، و  $\tau$  زمن الارتخاء. وذلك بفرض أن معزالية الوسط تساوي معزالية الخلاء.

نفرض الآن أن الحقل الكهربائي توافقيا :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$$

احسب الناقلية الكهربائية للمعدن من اجل التواتر  $\omega$ . ماذا تصبح هذه العبارة عندما تكون التواترات كبيرة جدا (أي  $\omega \tau \gg 1$ ).  
جد العلاقة بين الشعاع الموجي  $\vec{k}$  والتواتر  $\omega$  لموجات كهروطيسية مستوية تنتشر في المعدن المذكور. ناقش النتيجة.

— تكتب معادلة الحركة بالشكل :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q \vec{E} - \frac{m\vec{v}}{\tau}$$

وبما أن الحقل في حالتنا معطى بالعبارة :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{-i\omega t}$$

لذلك يكون الحل من الشكل :

$$\vec{v} = \vec{v}_0 e^{-i\omega t}$$

$$-i\omega m \vec{v} = q\vec{E} - \frac{q\vec{v}}{\tau} \quad \text{ومنه}$$

$$\vec{v} = \frac{q\tau}{m} \vec{E} \cdot \frac{1}{1-i\omega\tau} \quad \text{أي أن}$$

$$\vec{J} = nq\vec{v} = \sigma \vec{E} \quad \text{باستخدام قانون أوم :}$$

$$\sigma = \frac{nq^2\tau}{m} \cdot \frac{1}{1-i\omega\tau} \quad \text{يمكن إيجاد الناقلية}$$

إذا كان  $\omega\tau \gg 1$  ، فإن :

$$\sigma = i \frac{nq^2}{m\omega}$$

يعطى الحقلان الكهربائي والمغناطيسي للموجة المستوية، بالعلاقة

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 e^{-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

وتكتب معادلات ماكسويل في حالة التوزيع الشبه المستقر، بالشكل :

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \text{rot } \vec{B} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$i(\vec{k} \wedge \vec{B}) = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{J} - \frac{1}{c^2} \omega \vec{E} \quad \text{وبما أن}$$

$$i(\vec{k} \wedge \vec{E}) = i\omega \vec{B}$$

يعطي التلخص من  $\vec{B}$  التالي :

$$\frac{i \vec{k} n (\vec{k} n \vec{E})}{\omega} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \nabla \times \vec{E} - i \frac{\omega}{c^2} \vec{E}$$

$$i [\vec{k} \cdot (\vec{k} \cdot \vec{E}) - \vec{E} (\vec{k} \cdot \vec{k})] = \frac{\omega}{\epsilon_0 c^2} \nabla \times \vec{E} - i \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E}$$

$$k^2 c^2 = - \frac{n^2 q^2}{\epsilon_0 m} + \omega^2$$

$$k^2 c^2 = \omega^2 - \omega_p^2$$

ومنه

$$\omega_p^2 = \frac{n q^2}{\epsilon_0 m} \text{ حيث تواتر البلازما .}$$

نلاحظ أن :

$k$  حقيقي إذا كان  $\omega > \omega_p$  والموجة تنتقل

$k$  تخيلي إذا كان  $\omega < \omega_p$  والموجة لا تنتشر .

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad 15 - \text{تنتشر موجة كهروطيسية مستوية}$$

في وسط نفرض ثابته الكهربائي  $\epsilon$  وثابته المغناطيسي  $\mu$  . إذا

كانت كثافة التيار في هذا الوسط  $\vec{j}$  ، وكثافة الشحنة الحجمية

$\rho = 0$  . برهن أن كل شيء يجري في هذه الحالة كما لو كان

الوسط يملك ثابتا كهربائيا  $\epsilon_0 \epsilon$  تابعا للتواتر  $\omega$  ، وأن  $k^2$

كما لو كانت  $k^2 = a + i b$  . استنتج من ذلك أن الموجة الكهروطيسية

تتخامد . احسب عمق الطبقة القشرية  $\delta$  ، وذلك عندما يكون الحد

الخيالي مسيطرا في عبارة  $k^2$  .

— نكتب معادلات ماكسويل :

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad , \quad \text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad , \quad \text{rot } \vec{B} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2)$$

من شروط المسألة :

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad , \quad \epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} \quad , \quad \rho = 0 \quad \text{يكون}$$

نأخذ دوار المعادلة الثانية من (2)، فنجد :

$$\text{rot rot } \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{B} = -\frac{\partial}{\partial t} (\mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t})$$

$$\text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{E}) - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \vec{E} - \mu_0 \nabla \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

نفرض لهذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل :

$$\vec{E} = e^{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r}}$$

حيث  $\vec{k}$  عقدية في الحالة العامة . نشق ونبدل فنجد :

$$-k^2 \vec{E} + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \vec{E} + i\mu_0 \omega \nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 + i\mu_0 \omega \nabla \cdot \vec{E} = \omega^2 \mu_0 (\epsilon_0 + i\frac{\nabla \cdot \vec{E}}{\omega})$$

نلاحظ من مقارنة هذا الحل مع الحل في الخلاء حيث  $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$  أن استبدال ماضن القوس بـ  $\epsilon_0$  يعطي نفس شكل الحل ، ويجري كل شيء كما لو أنه في الخلاء ولكن بأخذ المساواة :

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon \epsilon_0$$

$$\epsilon \epsilon_0 = \epsilon_0 + i\frac{\nabla \cdot \vec{E}}{\omega}$$

إذا كان الحد الخيالي في عبارة  $k$  هو المسيطر ، نكتب الحل على الشكل :

$$k^2 \approx i\mu_0 \omega \nabla \cdot \vec{E} \Rightarrow \frac{k^2}{\mu_0 \omega \nabla \cdot \vec{E}} = i = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{k}{\sqrt{\mu_0 \omega \nabla \cdot \vec{E}}} = e^{i\frac{\pi}{4}} = \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} = (1+i) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t} e^{i[(1+i)\sqrt{\frac{\mu_0 \omega \nabla \cdot \vec{E}}{2}}]r} \Rightarrow \text{ومنه}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{-i\omega t} \cdot e^{i\sqrt{\frac{\mu_0 \omega \epsilon}{2}} r} \cdot e^{-\sqrt{\frac{\mu_0 \omega \epsilon}{2}} r}$$

ويعنى وجود المضروب الأسى الحقيقي في عبارة  $E$  أن الموجة تتخامد، وحتى تتناقص قيمة  $E$  بمقدار  $e$  مرة، يجب أن تتحقق المساواة:

$$E_0 e^{-\sqrt{\frac{\mu_0 \epsilon \omega}{2}} r} = E_0 e^{-1}$$

ومنه

$$\sqrt{\frac{\mu_0 \omega \epsilon}{2}} \cdot r = 1 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \omega \epsilon}}$$

وهي المسافة التي ينفذ بها الحقل في الوسط حتى يتخامد بمقدار  $e$  مرة، أي سمك الطبقة القشرية.

16 - بلورة شاردية من كلور الصوديوم تواترها الذاتي (للزوج

$NaCl$ ) يعطى بالعلاقة  $\omega_0^2 = \frac{2K}{M_R}$  حيث  $K = \frac{T}{a}$  و  $M_R$  الكتلة

المختزلة  $\left( \frac{1}{M_R} = \frac{1}{M_{Cl}} + \frac{1}{M_{Na}} \right)$ ،  $T$  قوة الارتباط بين الشوارد،  $a$

المسافة الفاصلة بين عنصري الزوج. احسب  $\epsilon$  لهذه البلورة من

أجل التواتر  $\omega$ ، بفرض أن الاستقطاب شاردي وثابت التخامد

للاعتزاز يساوي  $\alpha$ . احسب قيمة  $\epsilon$  في الحالة الخاصة عندما

تكون التواترات صغيرة ( $\omega \ll \omega_0$ ). نرمز بـ  $n_0$  لكثافة

الشوارد في واحدة الحجم.

— لدينا

$$\alpha(\omega) = \frac{\alpha(0) \omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\alpha\omega}$$

حيث

$$\alpha(0) = \frac{q_0^2}{M_R \epsilon_0 \omega_0^2}$$

ويكون:

$$\epsilon(\omega) = 1 + \alpha = 1 + n_0 \alpha(\omega)$$

في حالة التواترات الصغيرة يتحقق الشرط  $\omega \ll \omega_0$  .  
وبالتالي

$$\alpha(0) = \frac{q_0^2}{m_e \epsilon_0 \omega_0^2} \quad , \quad \epsilon = 1 + n_0 \alpha(0)$$

حيث  $\omega_0^2 = \frac{2\kappa}{m_e}$  . أي أن  $\epsilon$  لا تتعلق بتواتر الموجة الكهرومغناطيسية .

## دليل مصطلحات انكليزي - عربي

### (A)

Aberation	الزيف
Absorption	امتصاص
Achromatic	لالوني
Amplitude	سعة
Analyser	محلل
Analysis	تحليل
Angle of deviation	زاوية الانحراف
" of incidence	" الورود
" of phase	" الطور
" of polarization	" الاستقطاب
" of reflection	" الانعكاس
" of refraction	" الانكسار
Anisotropic media	الايوساط مختلفة المناحي
Aperture	فتحة (كوة)
Axis	محور
Azimuth	سمت

### (B)

Band	شريط (عصابة)
Beam	حزمة
Biaxial crystal	بلورة ثنائية المحور



Biprism	موشور ثنائي (مضاعف)
Boundary conditions	الشروط الحدودية
Brightness	سطوع
(C)	
Circular polarization	استقطاب دائري
Coherence	ترابط
Coherent	مترباط
Color filter	مرشح لوني
Compensatur	مكافئ
Conjugate	مترافقة
Cornu's spiral	حلزون كورنو
Cross	متصالب
Cross section	مقطع عرضي
Crosswise	تصالبي
Crystal	بلورة
Crystalline axise	المحور البلوري

(D)

Damped motion	حركة متخامدة
Degree of polarization	درجة الاستقطاب
Deviation	انحراف
Dextrorotatory	يمينية الدوران
Dielectrics	عوازل كهربائية
Diffraction	انعراج

Diffraction gration	شبكة انعراج
" pattern	نموذج الانعراج
Diopter	كسيرة
Dispersion	تبدد
Dispersive power	شدة التبدد
Displacement current	تيار الازاحة
divergence	تفرق
Double refraction	انكسار مضاعف
(E)	
Echelon	شبكة مدرجة
Effect Doppler	مفعول دوبلر
Ellipticol	قطعي ناقصي (اهليلجي)
Extraordinary ray	شعاع شاذ (غريب)
(F)	
Factor extinction	عامل التخماد
Filter	مرشح (فلتر)
Flux	تدفق
Focus	محرق
Fringes	أهداب
(G)	
Gradient	تدرج
Group velocity	سرعة المجموعة

(H)

Harmonic motion	حركة توافقية
Homogeneous	متجانس
Horizontal	افقي

(I)

Iceland spar	بلورة البلق
Ideal	نموذجي
Illumination	اضاءة
Incoherent	غير مترابط
Index of refraction	قرينة الانكسار
Infra-red	تحت الأحمر
Instantaneous	آني
Intensity of luminous flux	شدة التدفق الضوئي
Interference	تداخل
Interferometer	مقياس تداخلي
Interferinge	البعد الهدبي
Isotropic	متماثل المناحي

(L)

Lattice	شبكة
Lavorotatory	يسارية الدوران
Lens	عدسة
Luminous	ضياء
Luminous intensity	شدة الضوء

(M)

Macroscopic	جھري
Magnetic rotation	الدوران المغناطيسي
Microscopic	مجھري
Missing orders	الرتب المفقودة
Molar refraction	الانكسار الجزيئي
Monochromatic	وحيد اللون
Multiple	متعدد

(N)

Newton's rings	حلقات نيوتن
Nicol	نيكول
Non-linear optics	ضوء لاخطي

(O)

Operator	مؤثر
Objective	جسمية
Opaque	معتم (عاتم)
Optical axis	محور ضوئي
Optical path	المسار الضوئي
Optics	علم الضوء
Optically flat	سطح مستوي ضوئيا
Order	رتبة
Ordinary ray	شعاع عادي

(P)

Permeability	نفوذية
Permittivity	سماحية
Phase	طور
Plate-half-wave	صفحة نصف موجية
" -quarter-wave	" ربع موجية
Polarimeter	مقياس استقطابي
Polarizability	استقطابية
Polarizer	مقطب
Principal axis	محور أصلي
Principle of superposition	مبدأ التركيب
Prism	موشور

(Q)

Qurts	كوارتز
-------	--------

(R)

Radiant energy flux	تدفق الطاقة الاشعاعية
Reduced mass	كتلة مختزلة
Reflection total internal	انعكاس كلي داخلي
Resolving power	شدة التحليل

(S)

Scolar	سلمي
Scattering	تشتت

Slit	شق
Spectrum	طيف
Spectrometer	مقياس الطيف
Spherical wave	موجة كروية
(T)	
Theorem	دعوى (مبرهنة)
Transparent	شفاف
(U)	
Ultra-violet	فوق البنفسجي
Uncertainty principle	مبدأ الارتياب (الشك)
Unpolarized light	ضوء غير مستقطب
(V)	
Visibility	وضوح
(W)	
Wave	موجة
Wave front	صدر الموجة
Wave motion	حركة موجية
Wavelet	موجة ثانوية
Wedge	اسفين
(Z)	
Zone	منطقة
Zone plate	اللوحة ذو المناطق

دليل أسماء العلماء

Abbe Ernst	(1840-1905)	آبي
Arago	(1786-1853)	ارغو
Babinet Jaque	(1794-1872)	بابنيه
Doppler Cheristion	(1803-1853)	دوبلر
Fabry Charles	( 1945 )	فابري
Faraday Michael	(1791-1867)	فارادي
Fermat Pierre	(1601-1675)	فيرما
Fresnel Augustin Jean	(1787-1826)	فرنل
Fourieur Jean Baptiste	( 1768 )	فورييه
Galilei Galileo	(1564-1642)	غاليليه
Gauss Karl Friedrich	(1805-1855)	غوص
Helmholtz Hermann L.	(1821-1894)	هلمولتز
Hertz Heinrich	(1837-1894)	هرتز
Hooke Robert	(1635-1703)	هوك
Huyghens Christian	(1629-1695)	هويغنز
Jamin Jules C.	(1818-1886)	جامان
Joung Thomas	(1773-1829)	يونغ
Kirchhoff Gustav R.	(1824-1887)	كيرتشوف
Lagrange Joseph L.	(1736-1813)	لاغرانج
Lambert Johann H.	(1728-1777)	لامبرت
Lloyd H.		لويد

Lorentz Hendrick A.	(1853-1928)	لورانتز
Lummer Otto	(1860-1925)	لومر
Lyman Theodore		لومين
Maxwell James C.	(1831-1879)	ماكسويل
Michelson Albert A.	(1852-1931)	ميكلسون
Newton Isaak	(1643-1727)	نيوتن
Nicol William	(1768-1851)	نيكول
Perot A.		بيرو
Poisson Simeon Denis	(1781-1840)	بواسون
Poynting Henry	(1852-1914)	باونتنگ
Rayleigh Robert John		رايلي
Rochon Alexis Marie	(1774-1817)	روشون
Stokes George	(1819-1903)	ستوكس
Weber		فيبير
Zeeman Piter	(1865-1943)	زيمان



## المراجع

- 1 - غ. س. لاندسبرغ - الضوء - موسكو (1976) .
- 2 - آ. استاخوف - يو. شيراكوف - كورس فيزياء 2 الحقول الكهرطيسية - موسكو (1980) .
- 3 - آ. غوردييف - آ. سيمينوف - الضوء - موسكو (1974) .
- 4 - شمس الدين علي - الضوء الفيزيائي والاطياف - سوريا (1978) .
- 5 - عبدو مراد - الضوء الهندسي - حلب - سوريا (1982) .
- 6 - ج. بوك - ن. هيلين - كينغ - الامواج - الكهرطيسية - النسبية (كورس) - باريس (1979) .
- 7 - سلسلة بيركلي للفيزياء (الجزء الثالث) الامواج (النسخة الروسية) (1984) .
- 8 - غ. س. كلاشنكوف - الكهرباء - موسكو (1985) .
- 9 - اي. تيرلسكي - يو. ريياكوف - الالكتروديناميك - موسكو (1980)
- 10 - غ. بيبين - فيزياء الاهتزازات والامواج - لندن (1976) .
- 11 - آ. الكسييف - مسائل في الالكتروديناميك الكلاسيكي - موسكو (1977) .
- 12 - اي. ايرودف - مسائل في الفيزياء العامة - موسكو (1977) .
- 13 - ف. باتيغين - اي. تابتيغين - مسائل في الالكتروديناميك موسكو (1962) .
- 14 - ل. غ. غريتشكو وآخرون - مسائل في الفيزياء النظرية - موسكو (المدسة العليا) (1984) .
- 15 - ف. مورزوف وآخرون - الفيزياء العامة مسائل وحلول مينسك (1986) .
- 16 - ب. ب. بوخافتسييف وآخرون مسائل في الفيزياء البسيطة موسكو (1974) .
- 17 - سلسلة شوم - الضوء (كورس ومسائل) باريس (1985) .
- 18 - ن. هيلين - يونغ - النسبية والامواج الكهرطيسية (أعمال تطبيقية) باريس (1972) .
- 19 - أحمد الحمصي - طاهر تربدار - مسائل محلولة في الفيزياء - مؤسسة الرسالة - دمشق - سوريا (1983) .

- 20 - فاروق تقلا - فيزياء الاهتزازات والامواج - سوريا (1982) .
- 21 - دويت هربرت برستول - جدول التكاملات (النسخة الروسية)  
موسكو (1966) .
- 22 - أحمد شفيق الخطيب - معجم المصطلحات العلمية والفنية  
والهندسية - بيروت (1978) .

## الفهرس

- 1 — مقدمة .....
- الفصل الأول : التداخل .
- 1 - القوانين الأساسية للحوادث الموجية ..... 4
- تركيب الأمواج .
- 2 - تداخل الامواج الميرابطة ..... 9
- مرآتآ فرنل - موشورآ-فرنل - عدسة بيبه المشطورة - مرآة لوييد  
شقا يونغ - ايجاد مواضع أهداب التداخل .
- 3 - التداخل في الصفائح والاسافين ..... 17
- الصفائح متوازية الوجهين - اهداب تساوي الميل - اهداب تساوي  
السماكة - حلقات نيوتن .
- 4 - مقياس التداخل ..... 23
- مقياس جامان - مقياس ميكلسون - مقياس رايلي - معامل وضوح  
الاهداب .
- 5 - تداخل الامواج متعددة الانعكاسات ..... 27
- معالجة ستوكس للانعكاس والانكسار - تداخل الامواج النافذة  
والمنعكسة في حالة صفيحة ذات وجهين مستويين ومتوازيين -  
مقياس فابري-بيرو التداخلي - مقياس لومر - غرك التداخلي -  
المرشحات التداخلية .
- 39 — مسائل وتطبيقات .....
- الفصل الثاني : الانعراج .
- 6 - مبدأ هويغنز - فرنل - مناطق فرنل ..... 58
- 7 - بعض المسائل البسيطة في الانعراج ..... 65
- الانعراج على فتحة مستديرة - الانعراج على قرص عاتم - الانعراج  
على حافة مستقيمة لحاجز - تفسير الانعراج استنادا الى هلمزون  
كورنو .
- 8 - انعراج فراونهوفر ..... 73
- انعراج فراونهوفر على شق ضيق - الانعراج على فتحة مستطيلة .
- 9 - تعبير كيرتشف لمبدأ هويغنز وانعراج فراونهوفر ..... 86

- تطبيق على الامواج الكروية - مبدأ بابنيه .
- 86 10 - تفسير بعض الظواهر الانعراجية باستخدام مبدأ كيرتشوف  
الانعراج على فتحة مستديرة - الانعراج على عدد من الفتحات  
المستديرة المتماثلة - الانعراج على شق مضاعف .
- 94 12 - استخدامات الانعراج - شبكة الانعراج .....
- 100 12 - مواصفات أجهزة التحليل الطيفي .....
- تبديد الجهاز الطيفي - شدة التحليل - مجال التبديد - الانعراج  
على شبكة ثنائية البعد - شبكة الانعراج المدرجة .
- 109 - مسائل وتطبيقات .....  
الفصل الثالث : الضوء الهندسي .
- 124 13 - مبادئ الضوء الهندسي .....
- انعكاس وانكسار الضوء على السطوح الكروية - العدسات الرقيقة  
أبعاد الخيال - مبرهنة لاغرانج - هلمولتز .
- 129 14 - أسس نظرية الجمل البصرية .....
- الجمل المتمركزة (نظرية غوص) - علاقة نيوتن - المكبرة - القوة  
البصرية لمنظومة ضوئية معقدة .
- 137 15 - الاجهزة البصرية وتشويهااتها .....
- منظومة المجهر - المنظار - الزيغ الكروي - الكوما - الاستغما  
تزم - انحناء حقل الخيال - الزيغ اللوني - شرط الجيوب لأبي  
الموشور - تأثير الانعراج على قدرة الفصل للأجهزة البصرية .
- 145 16 - العين كجمل بصرية .....
- آلة التصوير (الكمرة) - تركيب العين - مسافة الويا الأمثل .
- 152 - مسائل وتطبيقات .....
- الفصل الرابع : المفاهيم الفوتومترية ووحدات قياسها ..
- 175 17 - المفاهيم الأساسية .....
- تدفق الطاقة الاشعاعية - شدة الضوء - الاضاءة - سطوع المنبع  
الضياء - شدة التدفق الضوئي - الانتقال من المقادير الطاقية  
الى المقادير الضوئية .
- 186 18 - وحدات القياس الضوئية .....
- المقاييس الضوئية .

197 — مسائل وتطبيقات .....

### الفصل الخامس : الاستقطاب .

206 19 - استقطاب الضوء .....

تعريف الاستقطاب - زاوية بروستر - البرهان التجريبي على  
عرضية الامواج الضوئية .

211 20 - الانكسار المضاعف .....

الاستقطاب القطعي - الانكسار المضاعف - موشور نيكول - موشورا  
روشن وولاستون .

218 21 - الصفائح البلورية اللامتاثلة المناحي .....

تابعية قرينة الانكسار للاتجاه - البلورات ثنائية المحاور  
الضوئي - الصفيحة الربع والنصف الموجية . مفعول كير - الظواهر  
الضوئية في البلورات اللامتاثلة المناحي .

229 — مسائل وتطبيقات .....

### الفصل السادس : معادلات ماكسويل والحقل الكهربيسي .

236 22 - معادلات ماكسويل .....

معادلات ماكسويل بالصياغة التكاملية والصياغة التفاضلية -  
خواص معادلات ماكسويل .

251 23 - الاندفاع ، الطاقة ، عزم الاندفاع للحقل الكهربيسي ....

مقدمة - كثافة اندفاع الحقل الكهربيسي - كثافة الطاقة للحقل  
الكهربيسي وشعاع باونتغ - كثافة عزم الاندفاع للحقل الكهربيسي

259 — مسائل وتطبيقات .....

### الفصل السابع : الامواج الكهربيسية في الخلاء .

281 12 - الأمواج الكهربيسية في الخلاء .....

الخواص الاساسية للامواج الكهربيسية في الخلاء - الاستقطاب  
علاقات الارتباب .

297 25 - اشعاع الامواج الكهربيسية ومولداتها وطرق ملاحظتها ..

302 26 - آلية الاشعاع الكهربيسي .....

ديبول هرتز والمنطقة الموجية - حساب الكمون الشعاعي في

المنطقة الموجية - شدة اشعاع دييول هرتز .

308 — مسائل وتطبيقات .....

### الفصل الثامن : التأثيرات المتبادلة بين الامواج الكهربية والمادة

314 27 - آلية التأثيرات المتبادلة .....

28 - التبدد والامتصاص والتشتت للامواج الكهربية . الانكسار

320 المضاعف .....

التأثير المتبادل بين الأمواج الكهربية والمادة في حالة  
التقريب الخطي - تبدد الامواج في العوازل وامتصاص طاقتها -  
التقطيية الشاردية - التبدد في النواقل - تشتت الامواج -  
الانكسار المضاعف .

29 - سلوكية الامواج الكهربية على الحدود الفاصلة بين

338 الاوساط .....

الانعكاس والانكسار - تحليل نتائج الانعكاس والانكسار - صيغتا  
فرنل - استخدامات انعكاس وانكسار الامواج الكهربية .

352 30 - علم الضوء اللاخطي .....

مفاعيل علم الضوء اللاخطي - المفاعيل اللاخطية التربيعية -  
المفاعيل اللاخطية التكعيبية .

361 — مسائل وتطبيقات .....

388 — دليل مصطلحات علمية .....

395 — دليل أسماء العلماء .....

397 — المراجع .....

399 — الفهرس .....